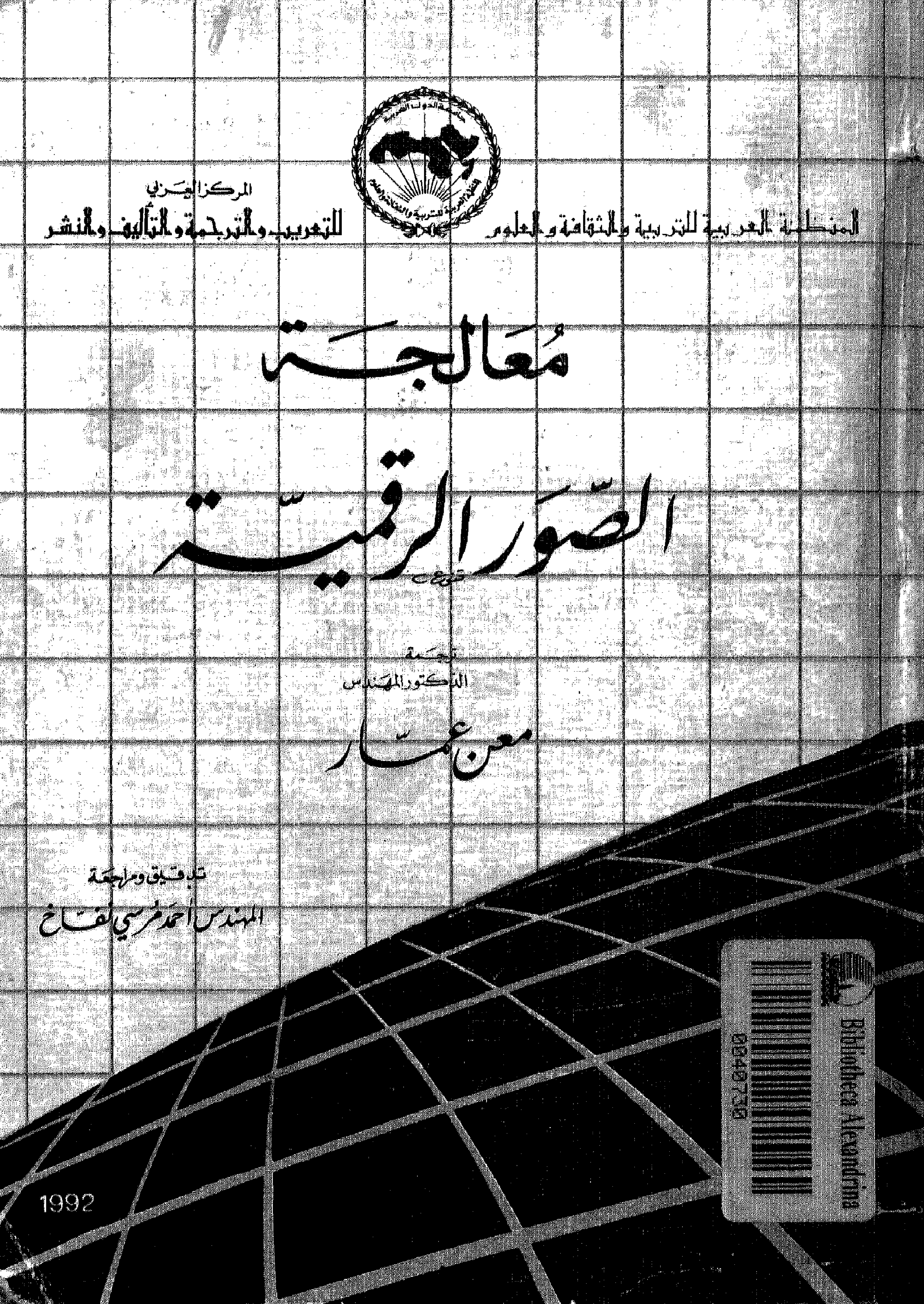
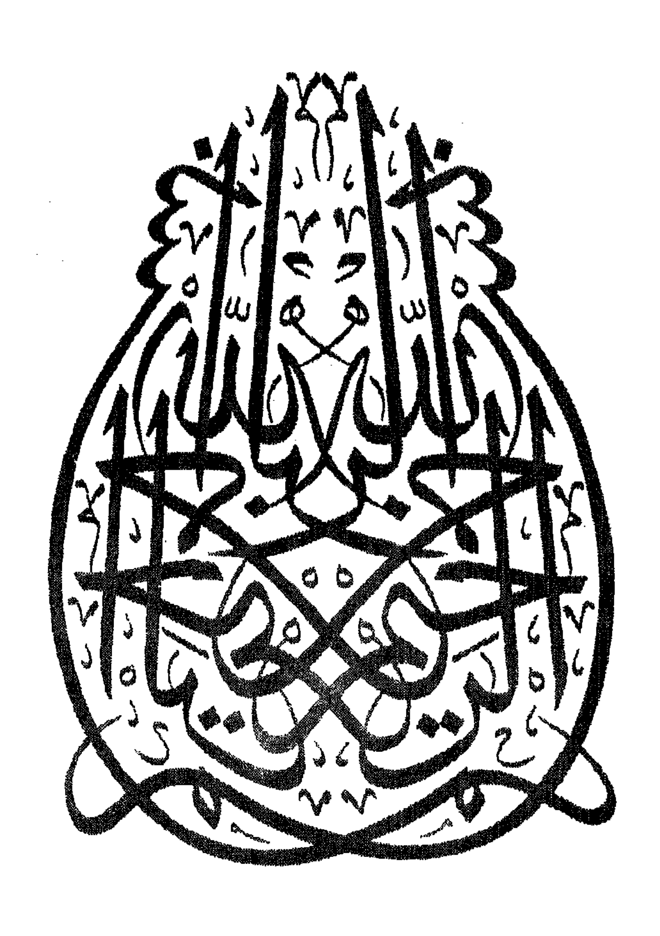

المنظمة العربية للتربية والثقافة والعلوم
المركز العربي
للتعريب والترجمة والتأليف والنشر
معالجة
الصور الرقمية
ترجمة
الدكتور المهندس
معن عمّار
تدقيق ومراجعة
المهندس أحمد مرسي نفاخ
1992
Bibliotheca Alexandrina



معالجة الصور الرقمية



﴿ قل هل يستوي الذين يعلمون والذين لا يعلمون ﴾

معالجة الصور الرقمية

تأليف: رافائيل غونزيلز وبول وينتز

ترجمة

الدكتور المهندس معـن عمـار

تدقيق : الأستاذ المهندس أحمد مرسي نفاخ

لمحة عن المترجم

معن عمار – ولد عام 1953 وحصل على الاجازة في الهندسة الكهربائية من جامعة دمشق عام 1977. عمل في مركز الدراسات والبحوث العلمية بدمشق حتى 1981. حصل على درجة الماجستير في علم المعلومات وعلى درجة الدكتوراة في هندسة المعلومات من جامعة ناغويا، اليابان في عامي 1986 و 1989 ؛ على التوالي. طور أول طريقة ناجحة تستخدم الحاسوب لكشف التواقيع متقنة التزوير بكفاءة عالية عام 1985 ، و أول نظام تفاعلي (تخاطبي) مُحَوسَب لتحليل التواقيع، يتعامل مع المستثمر باللغة العادية عام 1989. له ما يزيد على 15 بحثاً دولياً منشوراً في مجال التواقيع و معالجتها و كشف المُزَوّر منها بالحاسوب.

عمل حكماً في المؤتمر الدولي التاسع حول التعرف على الأنماط (الأشكال) بالحاسوب و في ثلاث دوريات تابعة للـ IEEE ، و هو عضو في جمعية الغرافونوميكس الدولية. تشمل اهتماماته الأساسية معالجة الصورة الرقمية وتعرف الحاسوب على كتابة اليد والأحرف الطباعية والتثبت من الشخصية. و يعمل حالياً مدرساً في كلية الهندسة الميكانيكية والكهربائية بجامعة دمشق.

معالجة الصور الرقمية ـ الطبعة الأولى
المركز العربي للتعريب والترجمة والتأليف والنشر
دمشق ـ ص. ب 3752 ج . ع . س .
ع 1992 .1 .1

التنضيد والاخراج : دار الكاتب العربي بدمشق

التنفيذ والبلاكات: يوسف ايوبية ـ دمشق 332586

تصدير

لما كانت مواكبة التطور العلمي المتسارع ومعاصرة التقانة الحديثة يتطلبان تطويع العلم وذلك بتعليمه وانتاجه باللغة العربية فقد تأسس المركز العربي للتعريب والترجمة والتأليف والنشر بدمشق .

ان أحد أهداف المركز الرئيسة هو المساعدة على تعريب التعليم العالي بفروعه وميادينه المختلفة في أنحاء الوطن العربي كافة، وفي هذا السياق يعمل المركز على تعريب نخبة من الكتب العالمية المعاصرة في شتى فروع العلم وأنواعه من قبل متخصصين في هذه المجالات.

مع تطور الحواسيب الرقمية المتسارع دخلت تطبيقاتها مجالات الحياة كافة، وأصبح التطور في مجال الحواسيب الرقمية وتطبيقاتها المختلفة، التي تتراوح من التطبيقات الصناعية إلى الأبحاث الفضائية، أحد أهم مقاييس تطور الدول في العصر الحديث. ويشهد مجال علوم الحاسوب الآن تنافساً حاداً بين الدول المتطورة مثل أمريكا واليابان والدول الأوربية إذ أن الجهة التي ستحرز قصب السبق في هذا المجال ستسيطر على السوق العالمية في عصرنا الحاضر، عصر المعلومات، الذي يبدأ في العرف التقني من التسعينات. وقد كان من أبرز سمات هذا التنافس مشروع الجيل الخامس للحواسيب الذي أطلقته اليابان عام 1982، والذي أثار قلقاً كبيراً في الدول الغربية. لقد خطط لهذا الجيل أن يدخل حيز التطبيق في أوائل التسعينات، وهذا الجيل يجب أن يقدر على التعامل مع الانسان بالصوت والصورة بالإضافة إلى لوحة المفاتيح. وقد وصلت اليابان مراحل متقدمة جداً في هذا المضمار.

وتعتبر معالجة الصور الرقمية أحد أهم مجالات علوم الحاسوب. لقد برز هذا العلم إلى الوجود عام 1920 ثم تحسن على مدى الخمس والثلاثين سنة التالية. وتطور بشكل متسارع منذ ظهور حواسيب الجيل الثالث الضخمة التي استخدمت في برامج الفضاء.

كما استخدم هذا العلم في معالجة الصور التي أرسلت من القمر عام 1964 بواسطة المركبة الفضائية «رينجر 7» وتحسينها. واستمر بعد ذلك تطوره بوتيرة متسارعة حتى أصبحت تطبيقاته تشمل شتى مناحي الحياة ابتداء من معالجة الصور الطبية لمساعدة الطبيب في تشخيص

الأمراض، مروراً بالتعرف الآلي على النصوص المطبوعة والانسان الآلي وتمييز الأهداف في المجالات العسكرية والمعالجة الآلية لبصمات الأصابع وتحليل عينات الدم وتحليل صور السواتل لاستخدامها في تقدير المحاصيل والكشف عن الثروات في باطن الأرض والتنبؤ بالطقس وانتهاءاً بتطبيقاته الكبيرة في بحوث الفضاء والتوجيه الآلي للصواريخ الحديثة. وليس من قبيل المبالغة أن نقول أن تطبيقات معالجة الصور أصبحت غير محدودة.

ونظراً للأهمية التي تتبوؤها معالجة الصورة الرقمية في عصرنا الحديث فقد أوكلت مهمة تعريب كتاب معالجة الصورة الرقمية الصادر عام 1987 عن دار أديسون ويسلي للنشر إلى الدكتور معن عمار الذي أكمل تخصصه العالي في هذا المجال. ولقد وقع اختيارنا على كتاب معالجة الصور الرقمية هذا لأنه أحد الكتب العالمية في هذا المجال ويدَّرس حالياً في الولايات المتحدة الأمريكية التي تعتبر دولة رائدة في مجال معالجة الصور وتطبيقاته. والطبعة المترجمة هي الأحدث وتغطي جميع العناصر الأساسية لعلم معالجة الصورة المتمثلة في (1) تعريف بنظام معالجة الصورة الرقمية وبمكوناته الأساسية، (2) أساسيات الصورة الرقمية، (3) تحويلات الصورة، (4) تقنيات تحسين الصورة،(5) استعادة الصورة، (6) ترميز الصورة، (7) تجزيء الصورة و (8) تمثيل الصورة ووصفها بشكل ملائم للحاسوب.

ولقد كلف الأستاذ المهندس أحمد مرسي النفاخ وهو من كبار الخبراء المتخصصين في العلوم الالكترونية والاتصالات بالمراجعة والتدقيق. للسيدين المترجم والمراجع شكرنا وتقديرنا.

إن هذا الكتاب، بالإضافة إلى أنه يؤمن أساساً جيداً مقدماً بأسلوب سلس سهل الفهم مقارنة بالكتب الأخرى في هذا المجال، فهو يعطي دليلاً للمراجع الأخرى المتوفرة عالمياً والتي قد تلزم الباحثين الذين يريدون التعمق في هذا المجال وتطبيقاته. أضف إلى ذلك أن الكتاب يحتوي على ملحقين يتضمنان مجموعة من الصور المرمزة وبرامج تمكن من اظهار الصور ذات السويات الرمادية على طابعة الخط العادية الرخيصة الثمن، مما يمكن الطلاب والباحثين من اختبار التقنيات المطروحة في الكتاب دون الحاجة إلى أجهزة طباعة الصور ذات الكلفة العالية.

هذا ونخطط لأن يتبع هذا الكتاب كتب أخرى في مجالات الاستشعار عن بعد والرؤية بواسطة الحاسوب والذكاء الصنعي والتعرف على الأنماط.

والله ولي التوفيق.

الأستاذ الدكتور المهندس أحمد عمر يوسف

مدير المركز العربي
للتعريب والترجمة والتأليف والنشر

تقديم

بقلم الدكتور المهندس
معن عمــار - المترجم

لقد توسع مجال تطبيقات معالجة الصور حتى شمل مختلف أنشطة الحياة. فأصبح يشمل، على سبيــل الذكر لا الحصر، الطب والفضــاء والاذاعة المرئية والدفاع والبحوث الفضــائية والاتصالات والتعليم وأبحاث الطاقة النووية. وأصبح الإلمام بمبادئ معالجة الصور ليس أمراً مرغوباً فحسب بل ضرورة في كثير من الحالات. وبحكم مشــاركتي المتواصلة في كثير من المؤتمرات العلمية الدولية في هذا المجال فقد لاحظت غياباً عربياً شبه كامل عن هذا المجال إذ أن عدد المقالات العربية المشاركة لم يتجاوز عدد أصابع اليد الواحدة، ولم تظهر إلا مؤخراً وهي تنحصر في معالجة الأحرف الأبجدية والتعرف عليها.

إن مواكبة التطور العلمي في هذا المجال أصبحت ضرورة لأن المنتجات الصناعية التي تعتمد على معالجة الصورة تغزو العالم كله، وحتى استيعاب استعمالها الصحيح يتطلب الإلمام إلى حد معين بمفاهيم معالجة الصورة. ولحسن الحظ، فإن التطور التقني المتسارع في صناعة الحواسيب الرقمية جعل الحواسيب الشخصية ومرقمنات الصور (الأجهزة التي تحول الصور العادية إلى صور رقمية قابلة للمعالجة بالحاسوب) متوفرة بأسعار معقولة جداً مما يجعلها متوفرة لشريحة غير قليلة من المجتمع. ولذلك، لا نحتاج إلا إلى شحذ الهمة والتعرف على هذا الفرع من فروع العلم حتى نستطيع استثمار ما يفيدنا من الخوارزميات المطورة وتطوير الخوارزميات الخاصة بنا والتي يمكن أن تخدم أغراضاً محددة لنا لا تستطيع أن تخدمها الخوارزميات الجاهزة. وهناك نقطة هامة بهذا الخصوص وهي أنه بالإضافة للحاسوب والمرقمن فان كل ما يلزمنا للتطوير هو برامج نكتبها بأنفسنا مما يجعلنا بمنأى عن آثار الحظر التكنولوجي كالذي يفرض أحياناً من قبل الدول المصنعة على عناصر الكيان الصلب (القطع والدارات الالكترونية).

ونظراً للأهمية المتميزة لهذا المجال فقد وقع الاختيار على هذا الكتاب «معالجة الصورة الرقمية» الذي يؤمن أساساً كافياً للإلمام بجميع جوانب معالجة الصورة ويعطي دليلاً للمراجع التي يمكن أن تستخدم من أجل دراسات أعمق.

في الحقيقة، يرجع الاهتمام بتقنيات معالجة الصور الرقمية إلى أوائل العشرينات عندما أرسلت الصور الرقمية لأنباء الأحداث العالمية لأول مرة بواسطة كابل بحري بين نيويورك ولندن. لكن تطبيقات مفاهيم معالجة الصور الرقمية لم تصبح واسعة الانتشار إلا في أواسط الستينات عندما بدأت حواسيب الجيل الثالث تقدم امكانات السرعة والتخزين اللازمة للتنفيذ العملي لخوارزميات معالجة الصور. منذ ذلك الوقت شهد هذا المجال نمواً نشطاً لأنه أصبح موضوع بحث ودراسة متصلين بعدة مجالات مثل الهندسة وعلوم الحاسوب والمعلومات والاحصاء والفيزياء والكيمياء والبيولوجيا والطب. ان نتائج هذه الجهود أثبتت أهمية تقنيات معالجة الصور في مسائل متنوعة يمتد مجالها من استعادة وتحسين الصور المرسلة من مجسات ومشعرات فضائية إلى معالجة بصمات الأصابع من أجل المعاملات التجارية.

وبسبب التطور السريع المستمر في هذا المجال فقد صدرت الطبعة الثانية هذه لكتاب معالجة الصورة الرقمية والتي تحتوي على تنقيحات واسعة ومواد جديدة أضيفت إلى الطبعة الأولى لمواكبة التطور الحاصل في هذا المجال.

إن الأهداف الأساسية لهذا الكتاب هي تأمين مقدمة للمفاهيم والتقنيات الأساسية لمعالجة الصور الرقمية وإرساء أساس يمكن استعماله كمبدأ لبحوث ودراسات أبعد في هذا المجال. ولتحقيق هذه الأهداف فقد ركز الكتاب على المواد الأساسية والتي لا ينحصر مجال تطبيقها في مسائل متخصصة.

إن السّوية الرياضية للكتاب ضمن نطاق فهم طلبة الدراسات العليا في مجال تقني مثل الهندسة وعلوم الحاسوب، والتي تتطلب إعداداً تمهيدياً في التحليل الرياضي ونظرية المصفوفات والاحتمالات وبرمجة الحاسوب.

يتضمن الكتاب ثمانية فصول نلقي فيما يلي نظرة موجزة على محتوياتها : يعرض الفصل الأول مقدمة لعلم معالجة الصورة ويعرف القارئ بالعناصر الأساسية لنظام معالجة الصورة. أما الفصل الثاني فيقدم أساسيات الصورة الرقمية بما في ذلك العلاقات بين عناصر الصورة وهندسة التصوير والفيلم التصويري. الفصل الثالث يعرف بأهم تحويلات الصورة مع التركيز على تحويل فورييه لأهميته المتميزة. الفصل الرابع يقدم الطرائق الأساسية لتحسين الصورة بنوعيها الحيزي والترددي مثل تنعيم الصورة وازالة الضجيج منها وزيادة حدة تفاصيلها ومعالجتها

بالتلوين. و الفصل الخامس يعالج مسألة استعادة معلومات الصور التي تدنت نوعيتها لأسباب معروفة. يعرض الفصل السادس الطرائق المعروفة لترميز الصورة بغية انقاص الحجم اللازم لتخزينها أو الزمن اللازم لارسالها. أما الفصل السابع فيعرض طرائق تجزيء الصورة إلى الأجزاء و المناطق الأساسية المكونة لها. و أخيرا ، يقدم الفصل الثامن أهم الطرائق المعروفة لتمثيل الصور و وصفها بشكل مناسب للمعالجة بالحاسوب.

و كما هو معروف، فإن إحدى الميزات الرئيسة التي تجتذب الطلاب الى مقرر في معالجة الصورة هي إتاحة الفرصة لتنفيذ واختبار الخوارزميات والمفاهيم المطورة في قاعة المحاضرات باستعمال معلومات حقيقية. يمكن توفير البيئة المثالية لهذا الغرض بواسطة نظام معالجة صور يتضمن مُرَقِّمِناً و حاسوباً للاغراض العامة و تجهيزات إظهار الصور.

إن الملحقين اللذين يتضمنهما هذا الكتاب يؤمنان اتجاها بديلا للتعليم عندما لايتوفر نظام مماثل. فالملحق A يتضمَّن برامج فورتران لاظهار الصور ذات السويات الرمادية على طابعة عادية و الملحق B يحتوي مجموعة من الصور المرمزة ملائمة لاجراء التجارب عليها باستعمال الطرق التي تمت مناقشتها في الكتاب. ان هذه الصور والبرامج يمكن استخدامهما معا على أي حاسوب للاغراض العامة، وهكذا يمكن للقارىء أن يكتسب الخبرة في تقنيات معالجة الصورة من خلال تنفيذ الخوارزميات والاظهار المرئي للنتائج بأجهزة ذات كلفة معقولة في وقتنا الحاضر.

لقد أوردنا في ترجمة هذا الكتاب المصطلح باللغة الإنكليزية بعد رديفه بالعربية مباشرة في متن النص عندما يرد لأول مرة، وفي كل مرة شعرنا أن وضع المصطلح باللغة الإنجليزية يمكن أن يزيل غموضاً محتملاً في المعنى. وقد زود الكتاب أيضاً بملحق للمصطلحات مرتباً حسب الأبجدية العربية وبملحق آخر مرتب حسب الأبجدية الإنجليزية. وبهذا الخصوص أود أن أشكر الأستاذ المهندس أحمد مرسي نفاخ للجهد الكبير الذي بذله في تدقيق الترجمة وضبط وتنسيق المصطلحات.

وفي النهاية أود أن أتقدم بالشكر والعرفان للأستاذ الدكتور المهندس أحمد عمر يوسف مدير المركز للتسهيلات الكبيرة التي قدمها والتي زادت سرعة إنجاز هذا العمل بشكل كبير. وأيضــاً أود أن أشكر زوجتي أحلام لطباعتها المخطوطة الأولى لترجمة الكتاب على الحاسوب باستخدام معالج النصوص، والمخرج علي أحمد اسماعيل للعناية التي أولاها للكتاب حتى خرج بهذا الشكل.

و أخيراً، نأمل أن يقدم تعريب هذا الكتاب خدمة كبيرة للدارسين و الباحثين في هذا المجال في الوطن العربي، و أن نتمكن في المستقبل من تقديم كتب أخرى وثيقة الصلة به و تتعلق بالرؤية بواسطة الحاسوب و الذكاء الصنعي و التعرف على الأنماط، و الله الموفق.

الفصل الأول

إن صورة واحدة تغني عن أكثر من عشرة آلاف كلمة .

مجهول المصدر

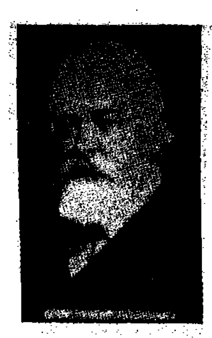
1.1 لمحة تاريخية

ينبع الاهتمام بطرق معالجة الصور الرقمية من مجالي تطبيق أساسيين: تحسين المعلومات التصويرية من أجل تفسيرها من قبل الانسان، و معالجة بيانات المنظر لادراكه من قبل الآلة بشكل مستقل. ان أحد التطبيقات الأولى لتقنيات معالجة الصور في المجال الاول كان في تحسين صور الصحف المرقمنة والمرسلة بواسطة كابل بحري بين لندن ونيويورك. ان ادخال نظام بارتلين Bartlane لارسال الصور بواسطة الكابل في اوائل العشرينات خفض الزمن اللازم لنقل صورة عبر الأطلسي من أكثر من أسبوع الى أقل من ثلاث ساعات. لقد رمزت الصور من أجل الارسال بواسطة الكابل وبعد ذلك استعيدت في طرف الاستقبال بواسطة اجهزة طباعة متخصصة. الشكل 1.1 كان قد ارسل بهذه الطريقة و استعيد على طابعة برقية مزودة بأوجه طباعة تحاكي نمط الرماديات المتدرجة halftone pattern.



الشكل 1.1 صورة رقمية أنتجت في عام 1921 من شريط مثقب بواسطة طابعة برقية مزودة بأوجه طباعة خاصة (عن McFarlane 1972).

ان بعض المشاكل الأولية في تحسين النوعية المرئية لهذه الصور الرقمية المبكرة كانت تتعلق باختيار اجرءات الطباعة وتوزيع سويات اللمعان brightness. لقد تم التخلي عن طريقة الطباعة التي استخدمت للحصول على الشكل 1.1 في نهاية عام 1921 لصالح تقنية مبنية على استعادة ضوئية (فوتوغرافية) تستخدم أشرطة تثقب عند مطراف الاستقبال البرقي. يبين الشكل 2.1 صورة تم الحصول عليها بهذه الطريقة. ان التحسينات في نوعية التوزع الرمادي و في الدقة واضحة بالمقارنة مع الشكل 1.1.



الشكل 2.1 صورة رقمية أنتجت من شريط مثقب بعد أن عبرت الاشـارات الاطلسي مرتين. بعض الأخطاء تظهر للعيان (عن McFarlane 1972)

إن أنظمة بارتلين المبكرة كانت قادرة على ترميز الصور في خمس سويات لمعان مميزة. لقد تمت زيادة هذه الامكـانية إلى خمسة عشر سوية في عام 1929 . يعطي الشكل 3.1 دلالة على نوع الصور التي أمكن الحصول عليها باستعمال أجهزة تعطي خمسة عشر نغمة. خلال هذه الفترة، تم تحسين عملية الاستعادة بشكل كبير بادخال نظام لتحميض شريحة الفيلم عن طريق حزم ضوئية مشكلة بشريط الصورة المرمز.

على الرغم من انه قد تمت متابعة تحسين طرق معالجة الصور الرقمية المرسلة على مدى السنوات الخمس والثلاثين التالية، فان هذه التحسينات استفادت من ظهور الحواسيب المتطورة و برامج الفضاء في نفس الوقت تقريبا لتبرز الامكانيات الكامنة في مفاهيم معالجة الصور. لقد بدأ العمل باستعمال تقنيات الحاسوب لتحسين الصور التي يحصل عليها من مجس الفضاء في مخبر Jet Propulsion في مدينة Pasadena من ولاية كاليفورنيا عام 1964 ، عندما عولجت صور القمر المرسلة بواسطة المركبة الفضائية Ranger 7 بالحاسوب لتصحيح أنواع متعددة من تشوهات الصورالناتجة عن الكاميرا التلفيزيونية المركبة على سطح المركبة الفضائية. لقد خدمت هذه التقنيات

كاسأس لطرق محسنة استعملت في تحسين واستعادة الصور التي حصل عليها من برامج فضائية مشابهة معروفة مثل بعثات Surveyor إلى القمر وسلسلة طيران Mariner بمهمات الى المريخ، ورحلات Apollo المأهولة الى القمر.



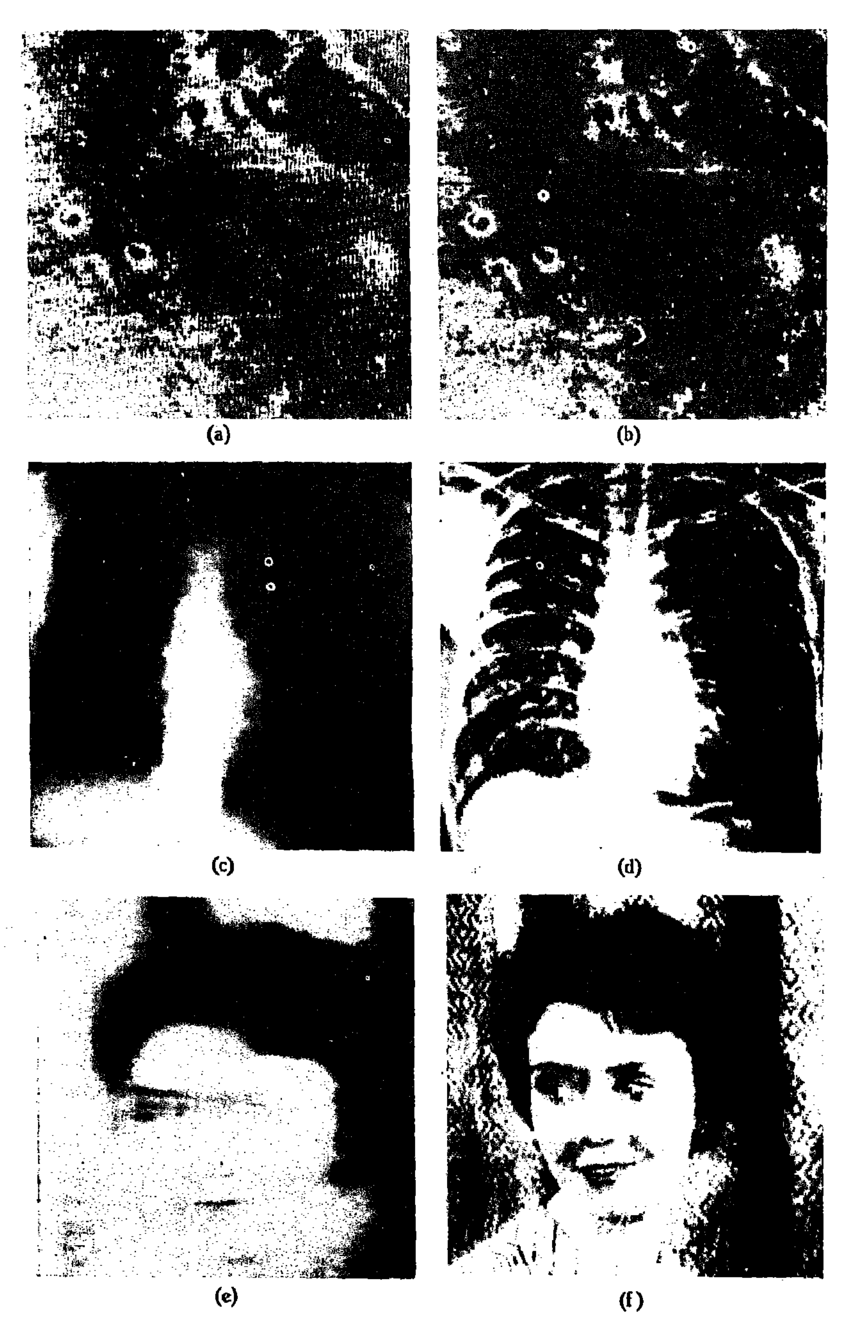
الشكل 3.1 صورة غير معالجة مرسلة بالكابل للجنرالين Pershing و Foch ، أرسلت بأجهزة ذات 15 نغمة من لندن الى نيويورك. (عن McFarlane 1972).

منذ عام 1964 وحتى تاريخ هذه الكتابة، شهد مجال معالجة الصور نموا واسعا. بالاضافة الى التطبيقات في برنامج الفضاء، فان تقنيات معالجة الصور الرقمية تستعمل اليوم في مسائل متنوعة والتي بالرغم من أنها غير متعلقة ببعضها في أكثر الأحيان، فهي جميعها بحاجة لطرق قادرة على تحسين المعلومات التصويرية من اجل تفسيرها وتحليلها من قبل الانسان. في الطب على سبيل المثال، تم مساعدة الأطباء بواسطة اجراءات الحاسوب التي تحسن التباين أو ترمز سويات شدة الاضاءة على شكل ألوان من أجل تفسير أسهل لصور الأشعة السينية X-ray images وبعض صور الطب الاحيائي الأخرى. إن نفس التقنيات أو تقنيات أخرى مشابهة تستعمل من قبل الجغرافيين في دراسة نماذج التلوث التي يحصل عليها من صور الطائرات و السواتل. لقد استعملت اجراءات تحسين و استعادة الصور لمعالجة صور ذات نوعية رديئة و تحتوي في نفس الوقت أجساما لايمكن تصويرها ثانية، أو نتائج تجريبية باهظة التكاليف اذا ما أعيدت ثانية.

لقد وجدت حالات من هذا القبيل في علم الآثار، فعلى سبيل المثال، كانت هناك صور مغبشة و هي النسخ الوحيدة المتوفرة لتحف أثرية نادرة فقدت أوتلفت بعد تصويرها، وقد تمت استعادة هذه الصور بنجاح باستخدام طرق معالجة الصور. في الفيزياء والمجالات المتعلقة بها مثل بلازما الطاقة العالية والمجهر الألكتروني، يتم تحسين صورالتجارب التي تجرى في هذه المجالات بشكل روتيني باستخدام تقنيات الحاسوب. ويمكن ان نجد تطبيقات ناجحة مشابهة لمفاهيم معالجة الصور بالحاسوب في الفلك و علم الأحياء (البيولوجيا) و الطب النووي والقضاء و الدفاع والتطبيقات الصناعية.

يبين الشكل 4.1 بعض الأمثلة النموذجية للنتائج التي يمكن الحصول عليها باستخدام تقنيات معالجة الصور. الصور الأصلية تظهر الى اليسار والى اليمين تظهر الصور ذاتها بعد أن تمت معالجتها بواسطة الحاسوب. الشكل 4.1(a) هو صورة لسطح المريخ والتي كانت قد أفسدت بالتداخل خلال ارسالها الى الأرض بواسطة مجس فضائي. التداخل الذي يظهر في هذه الحالة كمجموعة خطوط ذات بنية عمودية، يمكن أن يزال بشكل كامل تقريبا عن طريق معالجة الصورة بالحاسوب كما يظهر ذلك في الشكل 4.1(b) . يوضح الشكلان 4.1(c) و (d) التحسين الهام الذي يمكن أن يجرى على صورة بالأشعة السينية عن طريق استخدام تحسين الحواف. الصورة التي تظهر في الشكل 4.1(e) كانت قد غبشت جراء حركة منتظمة أثناء التقاط الصورة، والشكل 4.1(f) نتج بعد تطبيق خوارزمية ازالة التغبيش. هذه الأمثلة التوضيحية هي حالات نموذجية من تلك التي تمت مناقشتها بالتفصيل في الفصلين الرابع والخامس.

ان للأمثلة السابقة قاسم مشترك وهو أن نتائج المعالجة قصد منها مساعدة الانسان في تفسير هذه الصور. ان المجال الرئيس الثاني لتطبيق تقنيات معالجة الصور الرقمية والذي ذكر في بداية هذا القسم هو في المسائل التي تتعامل مع ادراك الآلة للأشياء. في هذه الحالة يتم تركيز الاهتمام على اجراءات استخلاص معلومات الصور بشكل ملائم من أجل المعالجة بالحاسوب. غالبا ماتحمل هذه المعلومات شبها صغيرا للخصائص المرئية التي تستعمل من قبل البشر في تفسير محتوى الصورة. ان العزوم الاحصائية statistical moments و معاملات تحويل فورييه Fourier transform



الشكل 4.1 أمثلة لتطبيقات معالجة الصور.

العمود الأيسر: صور رقمية أصلية. العمود الأيمن: الصور بعد المعالجة.

coefficients و قياسـات المسافات متعددة الأبعاد multidimensional distance measures هي أمثلة لأنواع المعلومات المستعملة من أجل ادراك الآلة للصور.

من المسائل النموذجية في مجال ادراك الآلة والتي تستخدم عادة تقنيات معالجة الصور، التعرف الآلي على الأحرف الأبجدية و الانسان الآلي robots في مجال الصناعة من أجل التجميع والتفتيش و التميز في المجال العسكري military recognizance و المعالجة الآلية لبصمات الأصابع و مسح عينات الأشعة السينية ونماذج الدم و معالجة الآلة للصور الجوية و لصور السواتل من أجل التنبؤ بالطقس و تقدير المحاصيل.

2.1 تمثيل الصورة الرقمية

سنستعمـل في هذا الكتاب، المصطلح (صورة أحادية اللون) monochrome image أو ببساطة (صورة) لنرمز الى دالة شدة اضاءة ثنائية الأبعاد،$f(x, y)$ حيث x, y تشـيران الى الاحداثيات الحيزية spatial coordinates وقيمة f عند أية نقطة (x, y) تتناسب مع اللمعان (أو السوية الرمادية) للصورة عند تلك النقطة. يبين الشكل 5.1 مثالا يوضح اصطلاح المحاور المستخدم في جميع الفصول التالية. من المفيد في بعض الأحيـان اظهار دالة الصورة بشكل منظوري حيث يمثل المحور الثالث اللمعان. اذا أظهر الشكل 5.1 بهذه الطريقة فسيبدو على شكل قمم حادة في المناطق التي يوجد فيها تغيرات كثيرة في سويات اللمعان ومناطق أكثر استواء أو هضابا في المناطق التي قلما تنوعت فيها سويات اللمعان أو كانت ثابتة. اذا اتبعنا اصطلاح تخصيص القيم الأعلى إلى المساحات الأكثر لمعاناً فإن ارتفاع المركبات في الرسم سيكون متناسباً مع اللمعان الموافق لها في الصورة.

الصـورةالرقمية هي صورة $f(x, y)$ تطعت في كل من الاحداثيـات الحيزية واللمعـان. يمكن أن تعد الصورة الرقمية مصفوفة يحدد دليلي صفها وعمودها مكان النقطة في الصورة، وقيمة عنصر المصفوفة الموافق يحدد قيمة السوية الرمادية عند تلك النقطـة. ان عناصر مصفوفة رقمية كهذه تسمى عناصرالصورة image elements, picture elements, pixels، أو pels والاسمان الاخيران هما اختصـاران يستعملان بشكل شائع للمصطلح «picture elements».



الشكل 5.1 اصطلاح استخدام المحاور لتمثيل الصورة الرقمية.

على الرغم من أن قياس الصورة الرقمية يتنوع تبعا للتطبيق، سيصبح واضحا في الفصول القادمة أن هناك مزايا عديدة لاختيار المصفوفات المربعة بقياسات وعدد سويات رمادية مساوية لقوى صحيحة للعدد 2 . على سبيل المثال، ان قياساً نموذجياً مماثلاً في النوعية لصورة تلفزيون أبيض وأسود هو مصفوفة أبعادها 512×512 وفيها 128 سوية رمادية.

باستثناء مناقشة تقنيات الألوان الصنعية لتحسين الصور في الفصل الرابع، فان الصور المدروسة في هذا الكتاب هي صور رقمية أحادية اللون من الشكل الموصوف أعلاه. وهكذا فلن نهتم بالمواضيع المتعلقة بتحليل المناظر ثلاثية الأبعاد ولا بالتقنيات البصرية لمعالجة الصور.

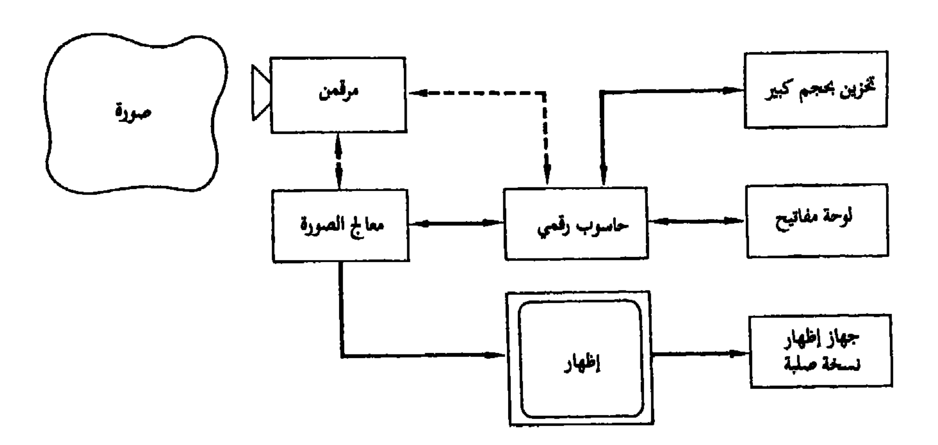
3.1 عناصر نظام معالجة الصور الرقمية

يبين الشكل 6.1 مكونات نظام أساسي عام الأغراض لمعالجة الصورالرقمية. ان

عمل كل كتلة في هذا الشكل مشروح أدناه بايجاز.

1.3.1 معالجات الصورة

ان معـالج الصورة الرقمية يعد بمثابة القلب لأي نظام لمعالجة الصور. يتألف معالج الصورة من مجموعة وحدات من الكيان الصلب تنجز أربع وظائف أساسية هي: تحصيل الصورة image acquisition و التخزين storage و المعالجة منخفضة السوية (سـريعـة) l ow – level processing و الاظهار display. نموذجيا، يكون دخل كتلة تحصيل الصورة اشـارة تلفزيونية (انظر القسـم 2.3.1) و ترقمن هذه الاشارة حيزيا واتسـاعا (انظر القسـم 3.2). ان أغلب معالجات الصورة الحديثة تقدر على رقمنة الصورة التلفزيونية في زمن اطار واحد (أي في 1/30 من الثانية). ولهذا السبب غالبا ما يشار الى وحدة تحصيل الصورة بقانص الاطار frame grabber.



الشكل 6.1 عناصر نظام معالجة الصور الرقمية. الخطوط المتقطعة تشير الى أنه في الحالة النموذجية توصل واحدة فقط من التوصيلتين.

ان وحدة التخزين التي غالبا ما تدعى دارىء الاطار frame buffer هي ذاكرة قادرة على تخزين صورة رقمية كاملة. يتم عادة بناء عدة وحدات من هذا النوع في معالج الصورة. ان الخاصة المنفردة التي أكثر ما تميز وحدة التخزين هي أن محتويات الذاكرة يمكن أن تحمل أو تقرأ بمعدل الاطار التلفزيوني (من مرتبة 30 صورة في الثانية). ان

هذه الخاصة تسمح لوحدة تحصيل الصورة بوضع صورة كاملة في التخزين بالسرعة التي يتم بها قنصها. وبشكل معاكس، فان الذاكرة يمكن الوصول اليها بمعدل الاطار التلفزيوني بواسطة وحدة الاظهار التي تخرج الصورة إلى شاشة المراقبة التلفزيونية كما هو مناقش في القسم 5.3.1 . ان بعض أساليب عنونة الذاكرة memory addressing الأخرى تسمح ظاهريا بتزويم zoom (تقريب وتبعيد) آني للصورة بالاضافة الى الازاحات، العمودية scroll والأفقية pan.

ان وحدة المعالجة تنجز وظائف منخفضة السوية مثل العمليات الحسابية والمنطقية. وهكذا فان هذه الوحدة غالبا ما تسمى وحدة الحساب–المنطق (ALU). انها جهاز من الكيان الصلب صمم خصيصا ليؤمن ربحا في السرعة بمعالجة عناصر الصورة بالتوازي. ان وظيفة وحدة الاظهار هي قراءة الصورة من الذاكرة وتحويل المعلومات الرقمية المخزنة إلى اشارة تماثلية مرئية واخراج هذه الاشارة الى شاشة مراقبة تلفزيونية أو الى جهاز مرئي آخر. وتوجد أيضا خيارات اظهار اضافية من الكيان الصلب تشتمل على دوال لتحويل السويات الرمادية والرسم، بالاضافة الى طبقات من الحروف و الأرقام alphanumeric

2.3.1 المرقمنات

ان مرقمن الصورة التماثلية digitizer يحول الصورة الى تمثيل عددي ملائم للادخال الى الحاسوب الرقمي. من ضمن أجهزة الادخال الأكثر شيوعا، مقياس الكثافة الضوئية الدقيق microdensitometer و ماسحات النقطة الطائرة flying spot scanners ومحللات الصورة image dissectors وكاميرات الفيديكون، ومصفوفات أنصاف النواقل الحساسة للضوء photosensitive solid – state arrays. الجهازان الأولان يتطلبان أن تكون الصورة التي يراد رقمنتها شفافة (مثل النسخة السالبة للفيلم a film negative) أو صورة مطبوعة. ان محللات الصورة و كاميرات الفيدكون و مصفوفات أنصاف النواقل الحساسة للضوء يمكن أن تقبل صورا مسجلة بهذه الطريقة ولكن لها ميزة اضافية هامة كونها قادرة على رقمنة صور طبيعية اذا كان لهذه الصور شدة ضوئية كافية لاثارة المكشاف.

في مقياس الكثافة الضوئية الدقيق ، تحمل اللوحة الشفافة أو الصورة على مضجع مسطح أو تلف على اسطوانة. يتم المسح بتبئير حزمة ضوئية على الصورة وتحريك المضجع أو تدوير الأسطوانة بالنسبة للحزمة الضوئية. في حالة الصور الشفافة تمر الحزمة الضوئية عبر الفيلم وأما في حالة الصور غير الشفافة فانها تنعكس عن سطح الصورة. في كلتا الحالتين تبأر الحزمة الضوئية على مكشاف ضوئي، والسوية الرمادية عند أية نقطة من الصورة تسجل بواسطة المكشاف على أساس شدة الحزمة الضوئية الواردة. يتم الحصول على صورة رقمية بالسماح لقيم متقطعة لكل من الكثافة والموضع في الخرج. بالرغم من أن مقياس الكثافة الضوئية الدقيق جهاز بطيء فهو قادر على اعطاء درجات عالية من الدقة للموضع وذلك بسبب طبيعة التحريك الميكانيكية المستمرة أساسا و المستخدمة في عملية الرقمنة.

ان ماسحات النقطة الطائرة تعمل أيضا على مبدأ تبئير حزمة ضوئية مرسلة أو منعكسة على مكشاف ضوئي. ولكن في هذه الحالة، تكون الصورة ثابتة والمنبع الضوئي هو أنبوبة أشعة مهبطية (CRT) فيها حزمة من الألكترونات تحرف بواسطة مغانط كهربائية، وتصطدم بسطح فوسفوري مضيء. وتنتج الحزمة الألكترونية بقعة ضوئية تتحرك وفق نمط مسحي على وجه الأنبوب. نظرا لكون الحزمة تحرك الكترونيا فانها تسمح بسرعات مسح عالية. ان ماسحات النقطة الطائرة ملائمة بشكل مثالي من أجل التطبيقات التي يرغب فيها التحكم بنمط مسح الحزمة الألكترونية خارجيا مثل حالة تتبع حدود الأجسام في صورة ما. ان هذه المرونة مؤمنة لأن موضع الحزمة الألكترونية يمكن تحديده بسرعة وسهولة باشارات جهد voltage خارجية مطبقة على المغانط الكهربائية.

في محللات الصورة وكاميرات الفيديكون تبأر الصورة مباشرة على سطح أنبوب حساس للضوء تتناسب استجابته مع نمط الضوء الوارد. ان عمل محلل الصورة مبني على مبدأ الاصدار الألكتروني حيث أن الصورة الواردة على السطح الحساس للضوء تنتج حزمة من الألكترونات مقطعها العرضي يساوي تقريبا الأبعاد الهندسية لسطح الأنبوب. ان التقاط الصورة يتم باستعمال مغانط كهربائية لحرف كامل الحزمة الضوئية

بعد ثقب دقيق يقع في مؤخرة صمام المحلل. يسمح الثقب بمرور مقطع عرضي صغير فقط من الحزمة الألكترونية وهكذا ينظر الى نقطة واحدة في الصورة في وقت واحد. نظرا لأن كفاءة المواد المصدرة للضوء منخفضة جدا، فان الزمن الذي تستغرقه الحزمة الألكترونية المارة من الثقب لتمسح مصدر النقطة ولتجمع عددا كافيا من الألكترونات يجعل محللات الصورة مرقمنات بطيئة الى حد ما. ان أغلب الأجهزة تكامل اصدار كل نقطة دخل على مدى فترة زمنية محددة قبل اعطاء اشارة متناسبة مع لمعان النقطة. ان امكانية التكامل هذه مفيدة في تخفيض الضجيج، وتجعل محللات الصورة جذابة في التطبيقات التي تتطلب نسبة عالية للاشارة الى الضجيج. وكما في حالة ماسحات النقطة الطائرة، فان التحكم في نمط المسح في محللات الصورة يغير بسهولة بواسطة اشارات جهد خارجية تطبق على المغانط الكهربائية.

ان عمل كاميرات الفيديكون مبني على مبدأ التوصيلية الضوئية. تنتج الصورة المبأرة على سطح الصمام نمط توصيلية متغيرة يوائم توزع السطوع في الصورة الضوئية. تقوم حزمة ضوئية مستقلة مبأرة بدقة بمسح السطح الخلفي للهدف الموصل ضوئيا، وبتحييد الشحنات تخلق هذه الحزمة الألكترونية فرق جهد ينتج على المجمع اشارة تتناسب مع نمط لمعان الدخل. يتم الحصول على الصورة الرقمية بتكمية هذه الاشارة، بالاضافة الى الموضع الموافق للحزمة الماسحة.

تتألف مصفوفات أنصاف النواقل الحساسة للضوء من عناصر تصوير سيليكونية منفصلة عن بعضها البعض تسمى المواقع الضوئية **photosites**. هذه المواقع الضوئية لها جهد خرج يتناسب مع شدة الضوء الوارد. تنظم مصفوفات أنصاف النواقل في واحد من ترتيبين هندسيين أساسيين: محاسيس مسح الخط **line scan sensors** ومحاسيس المساحة **area sensors**. يتألف محساس مسح الخط من صف من المواقع الضوئية وينتج صورة ثنائية الأبعاد عن طريق الحركة النسبية بين المنظر والمكشاف. أما محساس المساحة فيتألف من مصفوفة من المواقع الضوئية ولذلك فهو قادر على التقاط صورة، لنقل، بنفس طريقة أنبوب الفيديكون.

الفيديكون ومحاسيس المساحة تجمع عادة ككاميرات تلفزيونية. تتم رقمنة

الصورة بتغذية خرج الكاميرا الى وحدة تحصيل الصورة كما تمت مناقشته في قسم سابق. على الرغم من أن الكاميرات التلفزيونية أقل دقة من الأنظمة التي نوقشت أعلاه فان لها مزايا عديدة تغطي في معظم التطبيقات على عيب نقص الدقة النسبي فيها. ان أنظمة الفيديكون، على سبيل المثال، من ضمن أرخص مرقمنات الصورالموجودة في الأسواق. ولهذه الأنظمة أيضا مزية متميزة وهي أن الصورة المرقمنة يمكن أن تظهر بكاملها على شاشة المراقبة التلفزيونية. هذه الامكانية التي لاتتوفر في أي من الأنظمة التي نوقشت أعلاه مثالية من أجل التطبيقات ذات الأغراض العامة.

3.3.1 الحواسيب الرقمية

على الرغم من أن معالج الصورة، وكما ذكرنا في القسم 1.3.1 ، يمكن أن يكون مجهزا بامكانيات معالجة داخلية، فان سوية هذه المعالجة منخفضة الى حد ما من حيث التعقيد. وهكذا فاننا نجد عادة أن معالجات الصورة مربوطة الى حاسوب للأغراض العامة يؤمن التنوع بالاضافة الى سهولة البرمجة. ان أنظمة الحاسوب المستعملة من أجل معالجة الصور تتدرج من أجهزة المعالجات الصغرية إلى أنظمة الحاسوب الضخمة القادرة على انجاز دوال معقدة حسابيا على مصفوفات صور كبيرة. ان المعلمات الأساسية التي تؤثر على بنية الحاسوب المخصص لمعالجة الصور هي التطبيق المقصود وكمية البيانات المراد ادخالها واخراجها. من أجل التطبيقات المكرسة لهدف معين (والتي عادة ما تملي شرط انخفاض الكلفة)، فان حاسوبا صغريا **microcomputer** أو صغيرا **minicomputer** مجهزا بشكل جيد سيكون على الأغلب كافيا. اذا كان التطبيق يتضمن تطويرا مكثفا للبرامج أو كان يتميز بكم كبير من بيانات الدخل والخرج فأغلب الاحتمال أن حاسوبا كبيرا سيكون مطلوبا. في هذه الحالة سيكون للحاسوب المجهز بامكانية عنونة لذاكرة ظاهرية **virtual memory** ميزات هامة. ان العنونة الظاهرية تجعل أقراص التخزين المحيطية متوفرة للمبرمج وكأنها ذاكرة رئيسة. هذه الميزة الشفافة بالنسبة للمستثمر لها أهمية حاسمة لأن الصور الرقمية تستخدم كمية كبيرة من الذاكرة أثناء المعالجة. ان البديل للعنونة الظاهرية هو مجموعة من البرامج المعقدة يزود بها

المستثمر ويكون عملها نقل أقسام الصورة من و الى وحدات التخزين المحيطية أثناء المعالجة.

4.3.1 أجهزة التخزين

ان صـورة رقمية تتألف من 512×512 عنصراً، تمت تكمية كل منها بثمان بتـات (byte) تتطـلب 0.25 ميغا بايت من التخزين. لذلك فان تأمين امكانيات تخزين ضخمة هو واحد من أهم الأوجه في تصميم نظام معالجة صور عام الأغراض. ان أوساط التخزين الرئيسة الثلاثة المستخدمة في هذا النوع من العمل هي الأقراص المغنـاطيسية والأشرطة المغناطيسية والأقراص البصرية. ان الأقراص المغناطيسنية بسعة 700 ميغـا بايت أو أكثر شـائعـة كثيرا. ان قرصـا بسعة 700 ميغا بايت يمكنه الاحتفاظ بحوالي 2800 صورة من الحجم المذكور أعلاه. الأشرطة المغناطيسية عالية الكثافة من جهتها (6400 بايت للانش) تستطيع أن تخزن صورة واحدة من تلك المذكورة أعلاه في أربعة أقدام تقريبا من الشريط. أما الأقراص البصرية المبنية على تقنية الليزر في القراءة والكتابة فقد أصبحت متوفرة تجاريا. ان سعة التخزين لقرص كبير منفرد يمكن أن تصل الى 4 جيغا بايت، أي أربعة آلاف مليون بايت، والتي يمكن أن تترجم الى (16000) صورة في القرص الواحد.

5.3.1 أجهزة التسجيل والاظهار

ان شاشات المراقبة التلفزيونية أسود و أبيض والملونة هي أجهزة الاظهار الرئيسة المستعملة في أنظمة معالجة الصور الحديثة. ان شاشات المراقبة تساق بمخرج أو خروج وحدة اظهـار الصورة الموجودة في معالج الصورة كما ذكرنا في القسم 1.3.1 . هذه الاشارات يمكن أن تغذى أيضا جهاز تسجيل الصورة والذي عمله هو انتاج نسخة صلبة hardcopy للصورة المظهرة على شاشة المراقبة مثل، الشرائح slides و الصور photographs والشفافات transparencies. وهناك بعض أوساط الاظهار الأخرى والتي تشتمل على أنابيب الأشعة المهبطية وأجهزة الطباعة.

في أنظمة أنابيب الأشعة المهبطية، يتم تحويل الموقعين الأفقي والعمودي لكل عنصر في مصفوفة الصـورة الى جهود تستعمل لحرف شعاع أنبوبة الأشعة المهبطية

مؤمنة بذلك السوق ثنائي الأبعاد اللازم لانتاج صورة الخرج. عند كل نقطة انحراف، تعدل شدة الحزمة باستعمال جهد متناسب مع قيمة النقطة الموافقة من المصفوفة الرقمية لتتغير من شدة الخرج الصفرية من أجل النقاط التي قيمتها العددية توافق السواد الى الشدة العظمى من أجل النقاط البيضاء. ان نمط شدة الاضاءة المتغيرة الناتج يسجل بواسطة كاميرا تصوير مبأرة على وجه أنبوبة الأشعة المهبطية. ان بعض الأنظمة الأخرى تستخدم صماما فوسفوريا ذي مداومة طويلة والذي يسمح أيضا باظهار كامل الصورة بعد أن تكون عملية المسح قد أكملت.

على الرغم من أن الصور التي تسجل بعملية تصوير يمكن أن تكون بنوعية ممتازة فان نفس الصور تظهر بشكل عام بنوعية رديئة عندما تظهر للمراقب على أنبوب الأشعة المهبطية ذي المداومة الطويلة، بسبب المحدودية في نظام الرؤية البشري عندما يستجيب لهذا النوع من الاظهار.

إن أجهزة اظهار الصورة طباعة، مفيدة بشكل أساسي من أجل الأعمال المتعلقة بمعالجة الصور بدقة منخفضة. ان احدى الطرق البسيطة لتوليد الصورة الرمادية مباشرة على الورق تتم باستعمال امكانية الطباعة المتكررة overstrike لطابعة خط معيارية. ان السوية الرمادية لأية نقطة في الخرج المطبوع يمكن التحكم بها عن طريق عدد و كثافة الأحرف التي تطبع فوق بعضها عند تلك النقطة. باختيار مجموعة الأحرف بشكل صحيح من الممكن الحصول على توزعات رمادية جيدة بشكل معقول، ببرنامج حاسوب بسيط وعدد قليل نسبيا من الأحرف. هناك مثال لهذه الطريقة معطى في الملحق A. وهناك وسائل أخرى شائعة لتسجيل الصورة مباشرة على الورق تتضمن طابعات الليزر وأجهزة الورق الحساس للحرارة، وأجهزة رش الحبر.

4.1 تنظيم الكتاب

يمكن تقسيم العمليات المستعملة في معالجة الصورة الى أربعة مجالات رئيسة: (1) رقمنة الصورة، (2) تحسين الصورة واستعادتها (3) ترميز الصورة، و (4) تجزئة الصورة و تمثيلها و وصفها. ان المادة المحتواة في الفصول القادمة منظمة بشكل أساسي بنفس ترتيب مجالات هذه المسائل.

كما ناقشنا في الأقسام 2.1 و 3.1 فان مسألة رقمنة الصورة هي عملية تحويل اللمعان المستمر والاحداثيات الحيزية الى مركبات متقطعة. في الفصل الثاني تعطى مناقشة أولية لعملية رقمنة الصورة وأثرها على نوعية الصورة، في حين أن مناقشة نظرية أكثر لعملية الاعتيان **sampling** مطورة في الفصل الثالث. ان اعتبارات الرقمنة هي توسيع طبيعي للموضوع الرئيس لهذين الفصلين والذي هو تقديم للمفاهيم والأدوات الرياضية المستعملة عبر بقية هذا الكتاب.

تبحث تقنيات التحسين والاستعادة في تحسين صورة معطاة من أجل الادراك من قبل الانسان أو بواسطة الآلة. تحسين الصورة هو موضوع الفصل الرابع في حين أن طرق الاستعادة مغطاة في الفصل الخامس . اجراءات ترميز الصورة المناقشة في الفصل السادس تستعمل لتخفيض عدد البتات **bits** في الصورة الرقمية.

غالبا ما تلعب عملية الترميز دورا مركزيا في معالجة الصورة من أجل تخفيض متطلبات التخزين و الارسال الى حد أدنى. تقنيات التجزئة مدروسة في الفصل السابع التجزئة هي العملية التي تقسم الصورة الى المناطق والأشياء المكونة لها. الفصل الثامن يبحث في التمثيل والوصف وهما عمليتان مهمتان في تنفيذ أنظمة التحليل والمعالجة الآلية للصورة.

هناك ملحقان تم تضمينهما في نهاية الكتاب. الملحق **A** يحتوي على مجموعة من برامج فورتران لاظهار الصور على طابعة خط عادية. والملحق **B** يحتوي على مجموعة من الصور الرقمية المرمزة والتي يمكن استخدامها مع البرامج الموجودة في الملحق **A** لاختبار الطرق المطورة في الكتاب باستعمال هذه المعطيات التصويرية.

مراجــع

ان المراجع المدونة أدناه لها طبيعة عامة وتغطي طيف تقنيات معالجة الصورة المتوفرة وتطبيقاتها. المراجع المعطاة في نهاية الفصول الأخيرة مركزة على مواضيع محددة مناقشة في النص. كل المراجع مدونة حسب اسم الكاتب أو الكتاب أو المجلة متبوعا

بسنة النشر. المراجع في نهاية الكتاب منظمة بنفس الطريقة وتحتوي جميع المعلومات البارزة لكل مرجع.

نورد فيما يلي بعض المجلات الرئيسية التي تنشر مقالات في معالجة الصورة والمواضيع المتعلقة بها:

Computer Vision, Graphics, and Image Processing, IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernatics, IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, Pattern Recognition, IEEE Transactions on Medical Imaging, Journal of the Optical Society of America, IEEE Trasactions on Information Theory, IEEE Transactions on Communications, IEEE Transactions on Acoustics, Speach and Signal Processing, Proceedings of the IEEE, and issues of the IEEE Transactions on Computer prior to 1980.

و هناك كتب أخرى موضع اهتمام تشمل

Andrews [1970], Pratt [1978], Castleman[1979], Hall[1979] and Rosenfeld and Kack [1982].

المنشورات في مجال التعرف على الأشكال غالبا ما تحتوي على مقالات تتعلق بمعالجة الصورة. الكتب التالية تحتوي على دليل للمنشورات في مجال التعرف على الأنماط والمواضيع المتعلقة به:

Duda and Hart [1973], Tou and Gonzalez [1974], Pavlidis [1977] Gonzaléz and Thomason [1978], and Fu [1982].

الفصل الثاني

أساسيات الصورة الرقمية

> *إن أولئك الذين يرغبون في النجاح، يجب أن يسألوا الأسئلة التمهيدية الصحيحة*
>
> *(Aristotle)*

ان الهدف من هذا الفصل هو تعريف القارىء بعدد من مفاهيم الصورة و تطوير بعض التعابير الرياضية التي ستستخدم عبر هذا الكتاب. القسم الأول هو ملخص موجز لميكانيكية جهاز الابصار لدى الانسان، بما في ذلك تشكل الصورة في العين ومقدرتها على التكيف مع اللمعان و تمييزه. القسم 2.2 يعرض نموذج صورة مبني على ظاهرة انعكاس الانارة، الذي يعطي معظم الصور التي تدرك في أنشطتنا البصرية العادية.ان مفهومي الاعتيان المنتظم للصورة و تكمية السويات الرمادية يقدمان في القسم 3.2. القسم 4.2 يبحث في العلاقات بين عناصر الصورة، مثل الاتصالية connectivity و قياسات المسافة distance measures التي ستستخدم بشكل مكثف ضمن الكتاب. القسم 5.2 يحتوي مناقشة مفصلة لهندسة التصوير و المواضيع المتعلقة بها. أخيرا ، القسم 6.2 يحتوي تقديما للفيلم التصويري (الضوئي) و بعض أهم خصائصه بدلالة تسجيل نتائج معالجة الصورة.

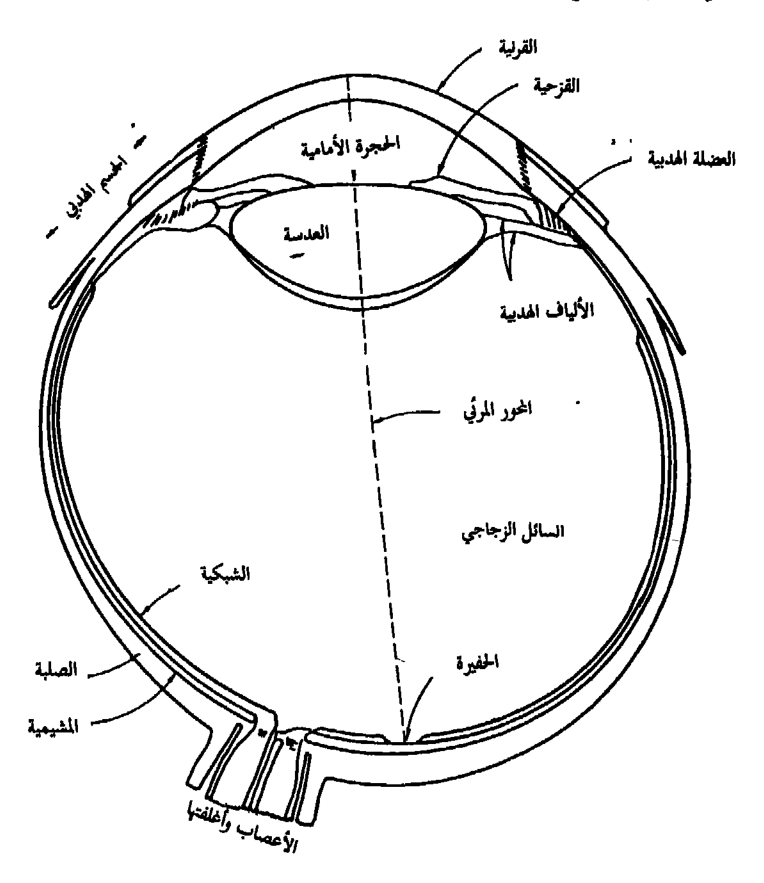
1.2 عناصر الادراك البصري

نظرا لأن الهدف النهائي لكثير من التقنيات المناقشة في الفصول القادمة هو مساعدة المراقب في تفسير محتوى الصورة، من المهم قبل أن نتقدم في هذا الفصل أن نطور فهما أساسيا لعملية الادراك البصري. المناقشة التالية هي وصف موجز لميكانيكية الابصار لدى الانسان بتأكيد خاص على مفاهيم ستخدم كأساس لمواد كثيرة معروضة في الفصول اللاحقة.

1.1.2 بنية العين البشرية

الشكل 1.2 يبين مقطعا أفقيا للعين البشرية. للعين شكل كروي تقريبا بقطر

يقارب 20 مم وسطيا. وهي مغلفة بثلاثة أغشية هي : القرنية cornea و غطاء الصلبة sclera الخارجي و المشيمية choroid و الشبكية retina. القرنية هي نسيج متين شفاف يغطي السطح الأمامي للعين. الصلبة متصلة مع القرنية وهي غشاء غير شفاف يحيط بباقي الكرة البصرية.



الشكل 1.2 رسم تخطيطي مبسط لمقطع للعين البشرية

تقع المشيمية مباشرة تحت الصلبة. هذا الغشاء يحتوي على شبكة من الأوعية الدموية التي تمثل المصدر الرئيس لتغذية العين. إن المشيمية مصبوغة بكثافة وبالتالي فهي تساعد في تخفيض كمية الضوء الخارجي الداخل الى العين والانتشار الخلفي

backscatter ضمن القبة البصرية. في أقصى الداخل، المشيمية مقسمة الى الجسم المدبي ciliary body، و الحجاب القزحي iris diaphram. الحجاب القزحي يتقلص أو يتمدد للتحكم في كمية الضوء التي يسمح لها بدخول العين. الفتحة المركزية للقزحية (الحدقة) the pupil متغيرة في القطر من حوالي 2 مم الى 8 مم . ان واجهة القزحية تحتوي الصباغ المرئي للعين في حين أن قفاها يحتوي الخضاب الأسود.

ان أبعد غشاء في داخل العين هو الشبكية التي تبطن كامل الجزء الخلفي لجدار العين. عندما تكون العين مركزة بشكل صحيح، يتشكل خيال ضوء الجسم الذي يقع خارج العين على الشبكية. ان مستقبلات الضوء المنفصلة المتوزعة على سطح الشبكية تعطي القدرة على رؤية الشكل. هناك نوعان من المستقبلات: المخاريط cones والعصيات rods. يبلغ عدد المخاريط في كل عين بين 6 و 7 ملايين مخروط. تقع هذه المخاريط بشكل أساسي في الجزء المركزي من الشبكية يسمى الحفيرة fovea وهي عالية الحساسية للألوان. يستطيع بنو البشر تمييز تفاصيل دقيقة بواسطة هذه المخاريط لأنّ كل مخروط موصول الى نهاية العصب الخاص به تقوم العضلات التي تتحكم بالعين بتدوير كرة العين حتى يقع خيال الجسم الذي نريده في الحفيرة. رؤية المخاريط تعرف بالفوتوبيك photopic أو الرؤية النهارية.

ان عدد العصيات أكبر بكثير فهو من مرتبة 75 الى 150 مليون عصية متوزعة على السطح الشبكي. ان المساحة الأكبر لتوزع العصيات وحقيقة أن عدة عصيات موصولة الى نهاية عصب واحد تخفض كمية التفاصيل الممكن تمييزها بهذه المستقبلات. تقوم العصيات باعطاء صورة اجمالية عامة لحقل الرؤية. العصيات لاعلاقة لها برؤية الألوان وهي حساسة لسويات الانارة المنخفضة. فعلى سبيل المثال، الأجسام التي تظهر زاهية الألوان في ضوء النهار، تبدو عديمة الألوان في ضوء القمر لأن العصيات وحدها تتحسس الانارة الضعيفة. هذه الحالة تعرف بالسكوتوبيك scotopic أو الرؤية الليلية.

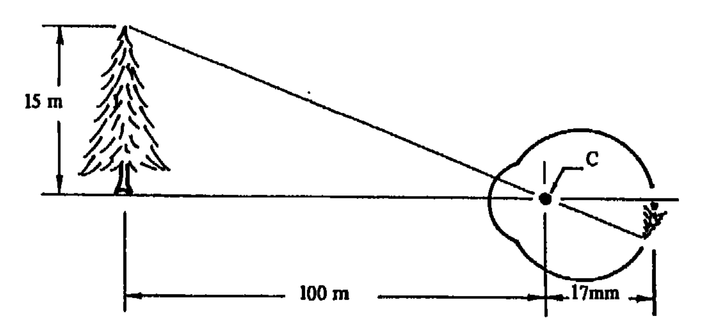
تتكون العدسة من طبقات متحدة المركز من خلايا ليفية معلقة بألياف قوية تربطها بالجسم الهدبي. هذه العدسة تحتوي على 60 الى 70٪ ماء و حوالي 6٪ شحم، وبروتين أكثر من أي جزء آخر من العين. العدسة ملونة بصباغ أصفر فاتح يتزايد مع التقدم في العمر، وهي تمتص 8٪ تقريبا من طيف الضوء المرئي، مع امتصاص أعلى

نسبيا للموجات الأقصر. الأشعة تحت الحمراء وفوق البنفسجية تمتص بشكل كبير من قبل البروتين الموجود في بنية العدسة، و وجوده بكميات زائدة يمكن أن يسبب تلف العين.

2.1.2 تشكل الصورة في العين

ان الفرق الرئيس بين عدسة العين والعدسة البصرية العادية هو أن الأولى مرنة. كما هو موضح في الشكل 1.2، فان نصف قطر تقوس السطح الأمامي للعدسة أكبر من نصف قطر سطحها الخلفي. يتم التحكم بشكل العدسة بواسطة الشد (التوتر) في ألياف الجسم البلوري. للتبئير على الأجسام البعيدة تقوم العضلات المتحكمة ببسط العدسة الى حد ما. وبشكل مشابه فان هذه العضلات تسمح للعدسة بأن تصبح أكثر ثخانة لكي تركز على الأجسام القريبة من العين.

ان المسافة بين المركز البؤري للعدسة والشبكية تتغير من 17 مم الى 14 مم تقريبا، تبعا لزيادة قدرة العين على كسر الأشعة الضوئية من قيمتها الدنيا الى قيمتها العظمى. عندما تركز العين على جسم أبعد من 3 أمتار تقريبا تبدي العدسة أدنى قدرة على كسرالأشعة الضوئية، وعندما تركز على جسم قريب جدا يكون لها أقصى قدرة على كسر الأشعة الضوئية. مع هذه المعلومات من السهل حساب حجم الصورة الشبكية لأي جسم. في الشكل 2.2 على سبيل المثال، ينظر المراقب الى شجرة بارتفاع 15 م على مسافة 100م. اذا اعتبرنا أن x قياس الصورة الشبكية بالميليمترات، فان الأبعاد الهندسية للشكل 2.2 تعطينا ما يلي $100/15 = x/17$، أو x=2.55مم. كما أشرنا في القسم

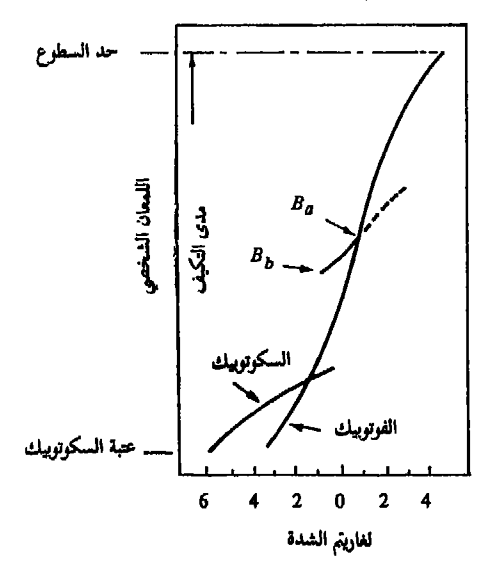


الشكل 2.2 تمثيل بصري لعين تنظر الى شجرة. النقطة C هي المركز البصري للعدسة.

السابق فان الصورة الشبكية تعكس بشكل أولي في مساحة الحفيرة. وعندئذ يحدث الادراك بالتهيج النسبي لمستقبلات الضوء التي تحول الطاقة المشعة الى نبضات كهربائية تكشف في النهاية بواسطة الدماغ.

3.1.2 التكيف مع السطوع وتمييزه

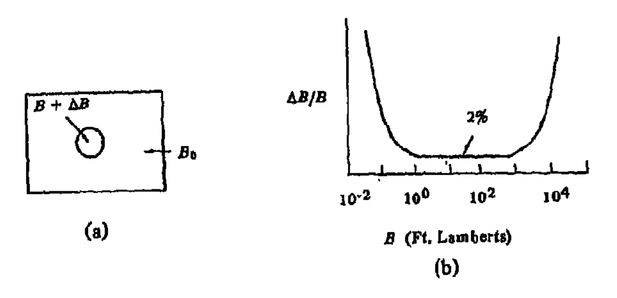
نظرا لأن الصورة الرقمية يتم اظهارها كمجموعة منفصلة من نقاط اللمعان، فان مقدرة العين على التمييز بين سويتي لمعان مختلفتين، اعتبار هام في عرض نتائج معالجة الصورة. ان مدى سويات شدة الضوء الذي يمكن أن يتكيف معه نظام الابصار لدى الانسان واسع جدا، فهو من مرتبة 10^{10} من عتبة السكوتوبيك الى حد السطوع (التوهج). ويوجد أيضا دليل تجريبي هام وهو أن اللمعان المقوم تقويما شخصيا (أي اللمعان كما يتم ادراكه بواسطة جهاز الابصار لدى الانسان) تابع لوغاريتمي لشدة الضوء الوارد إلى العين. هذه الخاصة موضحة في الشكل 3.2 الذي هو منحني شدة الضوء مقابل اللمعان المقوم تقويما شخصيا. الخط المتصل الطويل يمثل مدى الشدات التي يستطيع أن يتكيف معها نظام الابصار. ان المدى في الرؤية النهارية وحدها هو



الشكل 3.2 مدى الاحساس باللمعان المقوم تقويما شخصيا، مظهرا سوية تكيف خاصة.

حوالي 10^6 . ان الانتقال من رؤية الضوء-العاتم الى رؤية الضوء – الساطع تدريجي على المدى التقريبي من 0.001 الى 0.1 ميلي لامبيرت millilambert (-3 mL – – 1 – في التدريج اللوغاريتمي)، كما هو موضح بالفرعين المزدوجين لمنحني التكيف في هذا المدى. ان النقطة المركزية في تفسير المدى الديناميكي المؤثر (impressive) المرسوم في الشكل 3.2 هي أن نظام الابصار لايمكن، على الاطلاق، أن يعمل على مدى كهذا في وقت واحد. بدلا من ذلك فهو ينجز هذا التغير الكبير بتغييرات في حساسيته الكلية، وهي ظاهرة تعرف بالتكيف اللمعاني brightness adaptation. ان المدى الاجمالي لسويات الكثافة (الشدة) الذي يستطيع تمييزه في وقت واحد صغير الى حد ما عندما يقارن بمدى التكيف الكامل. ان سوية الحساسية الحالية لنظام الابصار ولأية مجموعة محددة من الشروط تدعى سوية تكيف اللمعان، والتي يمكن أن توافق على سبيل المثال اللمعان B_a في الشكل 3.2. ان المنحني القصير المتقاطع يمثل مدى اللمعان المقوم تقويما شخصيا، الذي يمكن ان تدركه العين عندما تتكيف مع هذه السوية. ويلاحظ أن هذا المدى مقيد الى حد ما لوجود سوية B_b التي عندها وما دون، تدرك جميع المحرضات كسوادات غير مميزة. ان الجزء العلوي (المنقط) من المنحني غير مقيد، ولكن ، اذا مدد الىأبعد من ذلك بكثير يفقد معناه لأن شدات أعلى بكثير سترفع ببساطة سوية التكيف الى قيمة أعلى من B_a .

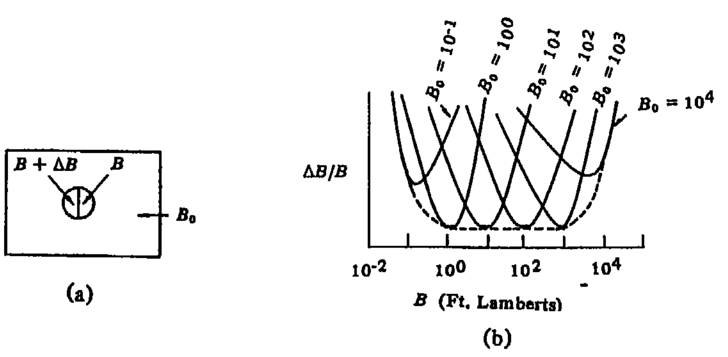
إن حساسية العين للتباين يمكن أن تقاس بتعريض مراقب الى حقل منتظم من الضوء بسطوع قدره B ، مع هدف دائري حاد الحواف في المركز، بسطوع قدره $B + \Delta B$ كما هو مبين في الشكل 4.2(a) . تتم زيادة ΔB من الصفر حتى تصبح ملاحظة



الشكل 4.2 حساسيةالعين للتباين مع خلفية ثابتة.

تماما. ان الفرق ΔB الملحوظ يقاس كتابع لـ B. الكمية $\Delta B/B$ ، تسمى نسبة ويبر Weber ratio وهي ثابتة عند 2 ٪ تقريبا على مدى عريض جدا من سويات السطوع كما هو مبين في الشكل 4.2(b) . هذه الظاهرة أدت الى بروز الفكرة القائلة بأن العين البشرية لها مدى ديناميكي أعرض بكثير من أنظمة التصوير المصنعة من قبل الانسان. ولكن هذا لايتطابق مع أي وضع مشاهدة عادية، ويمكن الحصول على نتائج أكثر قابلية للتطبيق باستعمال النمط المبين في الشكل 5.2 (a).

يتم قياس $\Delta B/B$ ثانية ولكن B_0 ، اللمعان المحيط (المتكيف)، يعتبر الآن معلمة parameter. النتائج مبينه في الشكل 5.2 (b) . ان المدى الديناميكي هو تقريبا 2.2 وحدات لوغاريتمية متمركزة حول لمعان التكيف، والذي يمكن مقارنته بما يمكن الحصول عليه من أنظمة تصوير الكترونية اذا تم ضبطها بشكل صحيح من أجل لمعان الخلفية المحيطة. ان السهولة والسرعة التي تكيف بها العين نفسها بشكل مختلف على



الشكل 5.2 حساسية التباين مع خلفية متغيرة.

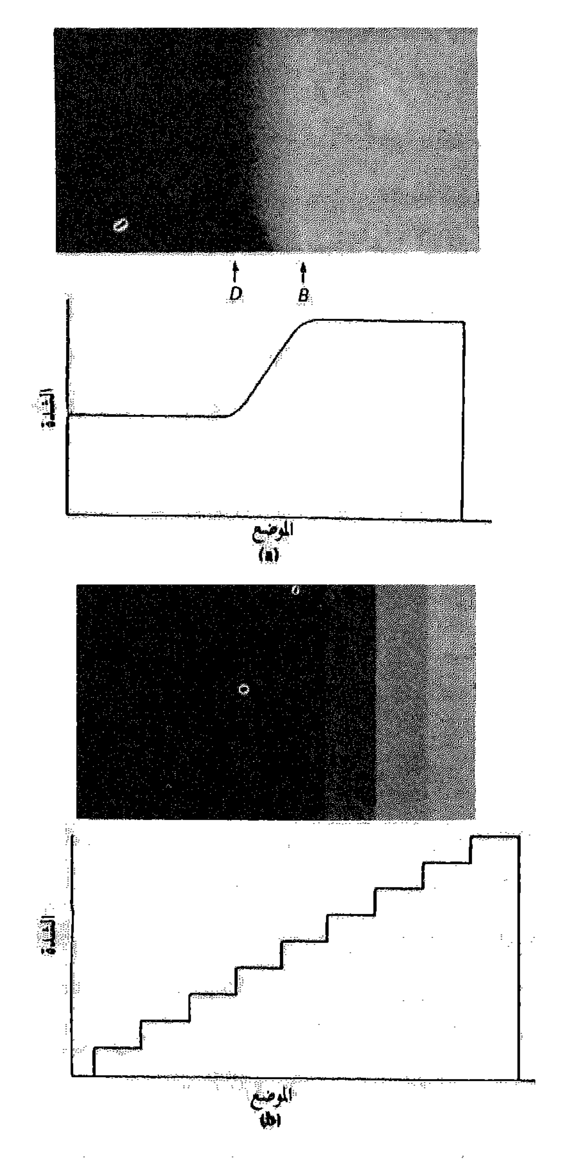
أجزاء مختلفة من الشبكية هي في الحقيقة الخاصة المتميزة وليس مداها الديناميكي الكلي. ما قصد بالمدى الديناميكي المساوي 2.2 وحدات لوغاريتمية، هو أن $\Delta B/B$ تبقى ثابتة نسبيا في هذا المدى. مع تغير B عن لمعان التكيف B_0 أكثر فأكثر ، يتغير المظهر أيضا. وهكذا فإن لمعاناً يساوي تقريباً 1.5 لوغاريتم وحدات أعلى أو أخفض من B_0 يظهر أبيضاً أو أسوداً، على التوالي. إذا جعل الهدف المركزي عند سوية ثابتة في حين يتم تغيير B_0 على مدى عريض ، يبدو الهدف متغيرا من الأبيض الكامل الى الأسود الكامل.

في حالة صورة معقدة، لا يتكيف نظام الابصار مع سوية شدة وحيدة. بدلا من ذلك، فهو يتكيف مع سوية وسطية تعتمد على خصائص الصورة. عندما تجول العين حول المشهد تتراوح سوية التكيف الآنية حول هذه القيمة الوسطى. من أجل أية نقطة أو مساحة صغيرة في الصورة، تكون نسبة ويبر عادة أكبر بكثير من تلك التي يحصل عليها في بيئة تجريبية بسبب نقص الحواف المحددة بحدة وتغيرات الشدة (الكثافة) في الخلفية المحيطة. وتكون النتيجة أن العين تستطيع أن تكشف فقط في جوار دزينتين أو ثلاث دزينات من سويات الشدة (الكثافة) عند أية نقطة في صورة معقدة. لكن هذا لايعني أن الصورة تحتاج لأن تظهر بدزينتين فقط من سويات الكثافة للحصول على نتائج مرئية مرضية. ان مدى التمييز الضيق المذكور أعلاه "يلاحق" سوية التكيف عندما يتغير الأخير لكي يتكيف مع سويات كثافة مختلفة متتبعا حركات العين حول المشهد و هذا ما يسمح بأن يكون مدى تمييز الكثافة الكلي أكبر بكثير. ان الحصول على اظهارات تبدو للعين منتظمة بشكل معقول، ولأنواع كثيرة من الصور، يتطلب مدى يتألف من أكثر من 100 سوية كثافة. هذه النقطة سيتم الاهتمام بها بتفصيل أكبر في القسم 3.2 .

ان لمعان منطقة ما ، كما يدرك بالعين، لا يعتمد على الضوء المشع من المنطقة فحسب بل على عوامل أخرى. فيما يتعلق بتطبيقات معالجة الصورة، فان أكثر الظواهر المتعلقة باللمعان أهمية هي أن استجابة نظام الابصار لدى الانسان تميل الى البروز حول حواف المناطق ذات الكثافة المختلفة. ان نتيجة هذا البروز هي جعل المناطق ذات الكثافة الثابتة تبدو وكأن لها لمعانا متغيرا. في الشكل 6.2(a) مثلا، الصورة المبينة كانت قد أنتجت بتغيير الكثافة تبعا لنمط (بروفيل) كثافة مبين تحت الصورة. على الرغم من أن تغير الكثافة منتظم تماما، ترى العين شريطا أكثر لمعانا في المنطقة المعلمة B وشريطا أكثر اظلاما في المنطقة المعلمة D. هذان الشريطان يسميان شريطا ماخ «Mach Bands» وهذه التسمية مأخوذة عن Ernet Mach وهو اول من وصفهما في عام 1865 . هناك مثال أكثر لفت للنظر لأثر شريط ماخ مبين في الشكل 6.2(b) . كما يتضح من نمط الكثافة، كل شريط في الصورة كان قد أنتج باستعمال كثافة ثابتة. لكن بالنسبة للعين يبدو نمط اللمعان في الصورة بشكل محار مروحي وبشكل خاص حول الحواف .

2.2 نموذج صورة

كما نستعمل في هذا الكتاب، المصطلح "صورة" يرمز إلى دالة ثنائية الأبعاد



الشكل 6.2 أمثلة لأثر «شريط ماخ» (عن Cornsweet 1972).

لكثافة الضوء، يشار إليها بـ $f(x, y)$ حيث ان قيمة أو اتساع f عند احداثيين حيزيين (x, y) تعطي كثافة (لمعان) الصورة عند تلك النقطة. نظراً لأن الضوء شكل من أشكال الطاقة، فإن $f(x, y)$ يجب أن لاتكون صفرا وأن تكون محدودة، أي،

$$0 < f(x, y) < \infty. \qquad (1.2.2)$$

إن الصور التي نراها في أنشطتنا اليومية تتألف عادة من ضوء منعكس عن الأجسام. يمكن أن تعتبر الطبيعة الأساسية لـ $f(x, y)$ متميزة بمركبتين. الأولى هي كمية الضوء الواردة على المشهد الذي ننظر اليه، في حين أن المركبة الأخرى هي كمية الضوء المنعكسة عن الأجسام الموجودة في المشهد. تسمى هاتان المركبتان الانارة و الانعكاسية ويشار اليهما بـ $i(x, y)$ و $r(x, y)$، على التوالي. تنضم الدالتان $i(x, y)$ و $r(x, y)$ كجداء لتشكلا $f(x, y)$:

$$f(x, y) = i(x, y)r(x, y) \qquad (2-2.2)$$

حيث

$$0 < i(x, y) < \infty \qquad (3-2.2)$$

و

$$0 < r(x, y) < 1 \qquad (4-2.2)$$

المعادلة (2.2-4) تشير إلى حقيقة أن الانعكاسية مقيدة بالصفر (الامتصاص الكامل) والواحد (الانعكاس الكامل). تتحدد طبيعة المركبة $i(x, y)$ بمصدر الضوء في حين أن المركبة $r(x, y)$ تتحدد بخصائص الأجسام الموجودة في المشهد.

إن القيم المعطاة في المعادلة (2.2-3) و (2.2-4) هي حدود نظرية. الأرقام العددية الوسطية التالية توضح بعض الأمداء النموذجية لـ $i(x, y)$. في يوم صحو، يمكن أن تنتج الشمس ما يزيد على 9000 شمعة–قدم من الانارة على سطح الارض. ينخفض هذا الرقم إلى أقل من 1000 شمعة–قدم في يوم غائم. في مساء صحو، ينتج البدر حوالي 0.01 قدم–شمعة من الانارة. ان سوية الانارة النموذجية في مكتب تجاري هي حوالي 100 شمعة–قدم . بشكل مشابه، القيم التالية هي بعض القيم النموذجية لـ $r(x, y)$. للمخمل الأسود 0.01 وللفولاذ الذي لايصدأ 0.65 و لدهان جدار أبيض

مسطح 0.80 ، و لمعدن مغطى بالفضة 0.90 وللثلج 0.93 .

خلال هذا الكتاب، سنسمي كثافة الصورة أحادية اللون f عند احداثيين (x, y) ، السوية الرمادية gray level للصورة عند تلك النقطة. من الواضح من المعادلات (2.2-2) حتى (2.2-4) أن قيمة l تقع في المدى

$$L_{min} \leqslant l \leqslant L_{max} \qquad (5-2.2)$$

نظريا، المتطلب الوحيد من أجل L_{min} هو أن تكون موجبة، ومن أجل L_{max} أن تكون محدودة. من الناحية العملية، $L_{min} = r_{min}\, i_{min}$ ، و $L_{max} = r_{max}\, i_{max}$. باستعمال القيم المذكورة أعلاه للانارة والانعكاسية كدليل، يمكن أن تتوقع القيم $L_{min} \approx 0.005$ و $L_{max} \approx 100$ من أجل تطبيقات معالجة الصورة ضمن البنية .

البون interval $[L_{min}, L_{max}]$ يدعى السلم الرمادي gray scale. من المتعارف عليه إزاحة هذا البون عددياً إلى البون $[0,L]$ ، حيث أن $l = 0$ يعتبر أسوداً و $l = L$ يعتبر أبيضاً على هذا السلم. جميع القيم المتوسطة هي ظلال رمادية تتغير بشكل مستمر من الأسود إلى الأبيض .

3.2 الاعتيان و التكمية

1.3.2 الاعتيان و التكمية المنتظمين

لكي تكون دالة الصورة $f(x, y)$ في شكل ملائم للمعالجة بالحاسوب، يجب أن ترقمن في كل من الحيز والاتساع. ستدعى رقمنة الاحداثيين الحيزيين (x, y) "اعتيان الصورة" image sampling ، في حين أن رقمنة الاتساع ستدعى "تكمية السوية-الرمادية" gray level quantization.

لنفترض أن صورة مستمرة $f(x, y)$ قد قربت بعينات متباعدة بانتظام و مرتبة بشكل مصفوفة مربعة* $N \times N$ كما هو مبين في المعادلة (3.2-1) حيث ان كل عنصر من المصفوفة هو كمية منفصلة:

---

* ليس بالضرورة أن تقتصر رقمنة صورة ما على المصفوفات المربعة. ولكن، المناقشات القادمة ستبسط غالباً بتبني هذا الاصطلاح.

$$f(x,y) \approx \begin{bmatrix} f(0,0) & f(0,1) & \cdots & f(0,N-1) \\ f(1,0) & f(1,1) & \cdots & f(1,N-1) \\ \vdots & & & \\ f(N-1,0) & f(N-1,1) & \cdots & f(N-1,N-1) \end{bmatrix} \quad (1-3.2)$$

الجانب الأيمن من هذه المعادلة يمثل ما يدعى عادة "الصورة الرقمية" **digital image**، في حين أن كل عنصر من المصفوفة يرمز إليه بـ "عنصر صورة" **image element, picture element,pixel**، كما أشرنا اليه في القسم 2.1. المصطلحان "صورة" **image** و "عناصر صورة" **pixels**، سيستعملان في المناقشات التالية للدلالة على الصورة الرقمية و عناصرها.

إن عملية الرقمنة المذكورة أعلاه تتطلب اتخاذ قرار بخصوص قيمة N بالاضافة الىعدد السويات الرمادية المتقطعة المسموح بها لكل عنصر صورة. من المتعارف عليه في معالجة الصورة الرقمية أن تجعل هاتان الكميتان قوى صحيحة للعدد 2 ،أي:

$$N = 2^n \qquad (2-3.2)$$

و

$$G = 2^m \qquad (3-3.2)$$

حيث ترمز G الى عدد السويات الرمادية. من المفترض في هذا القسم أن السويات المتقطعة متباعدة بانتظام بين الصفر و L على السلم الرمادي. باستخدام المعادلتين (2-3.2) و (3-3.2) نجد أن عدد البتات b ، اللازم لتخزين صورة مرقمنة بعطى بالعلاقة التالية:

...ـها 128×128 و فيها 64 سوية رمادية تتطلب 98304 بته من التخزين. الجدول 1.2 يلخص قيم b لبعض الأمداء النموذجية لـ N و m. الجدول 2.2 يعطى عدد البايتات (ثمانية بتات) الموافقة.

عموما ، ليس عمليا من وجهة نظر البرمجة ملىء بايت بشكل كامل اذا كان ذلك يقتضي أن يتراكب عنصر صورة بين بايت ما و البايت التي تليها. وهكذا فان

الجدول 1.2 عدد بتات التخزين من أجل قيم متنوعة لـ N و m

N \ m	1	2	3	4	5	6	7	8
32	1,024	2,048	3,072	4,096	5,120	6,144	7,168	8,192
64	4,096	8,192	12,288	16,384	20,480	24,576	28,672	32,768
128	16,384	32,768	49,152	65,536	81,920	98,304	114,688	131,072
256	65,536	131,072	196,608	262,144	327,680	393,216	458,752	524,288
512	262,144	524,288	786,432	1,048,576	1,310,720	1,572,864	1,835,008	2,097,152

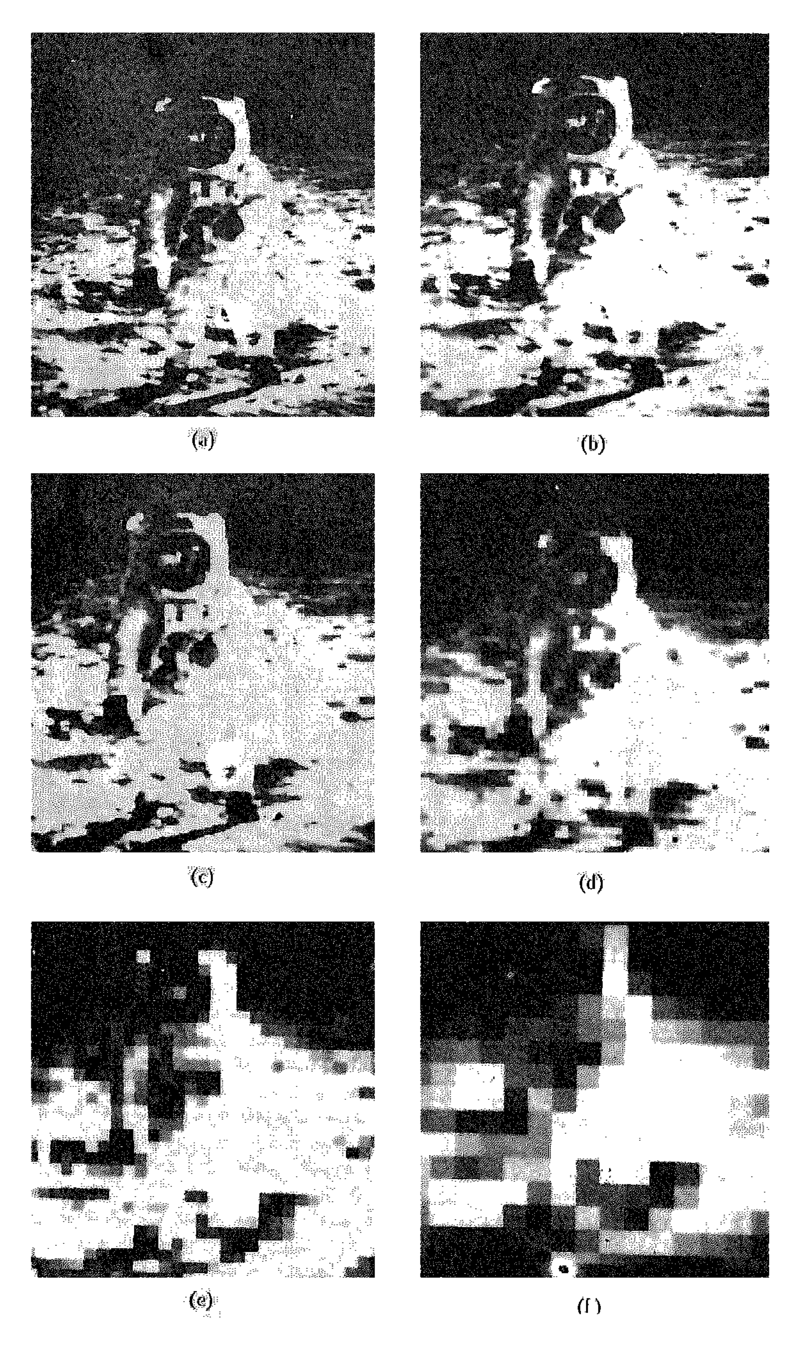
الجدول 2.2 عدد بايتات التخزين (ثمانية بتات) من أجل قيم متنوعة لـ N و m

N \ m	1	2	3	4	5	6	7	8
32	128	256	512	512	1,024	1,024	1,024	1,024
64	512	1,024	2,048	2,048	4,096	4,096	4,096	4,096
128	2,048	4,096	8,192	8,192	16,384	16,384	16,384	16,384
256	8,192	16,384	32,768	32,768	65,536	65,536	65,536	65,536
512	32,768	65,536	131,072	131,072	262,144	262,144	262,144	262,144

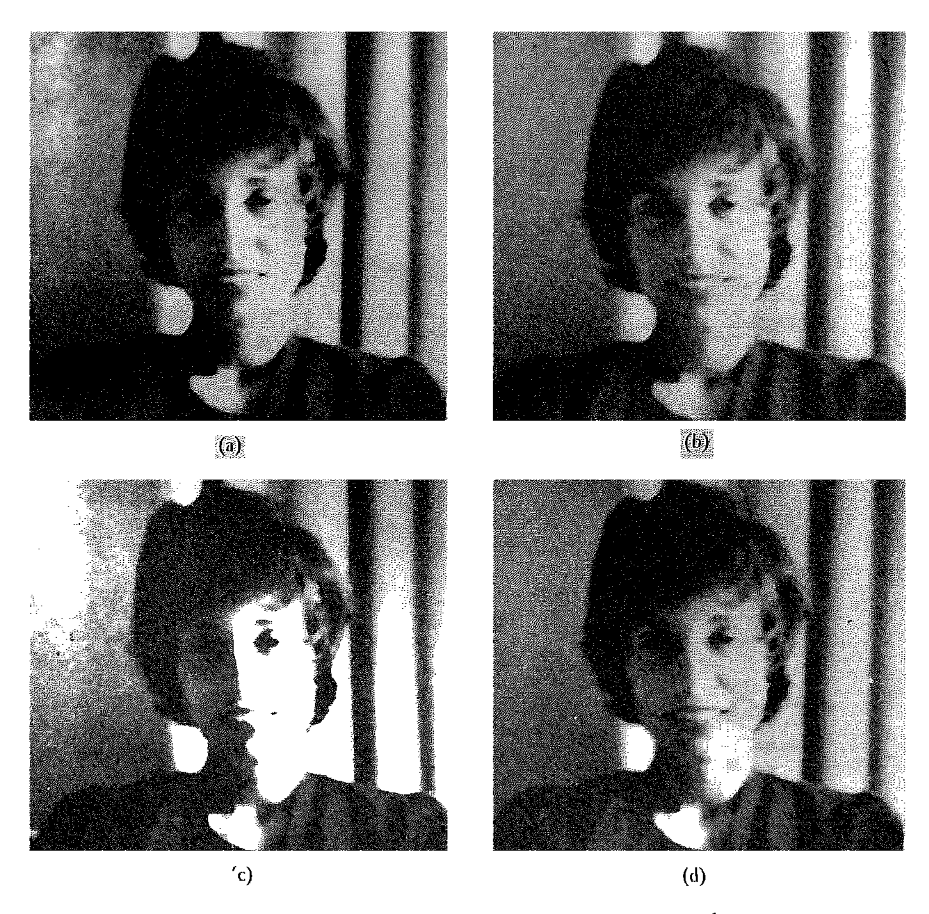
الأرقام في الجدول 2.2 تمثل العدد الأدنى للبايتات اللازمة لكل قيمة لـ N و m عندما لايسمح بالتراكب. مثلا، اذا كانت $m=5$، يفترض أن عنصر صورة واحد فقط يخزن في بايت واحدة، بالرغم من أن هذا يترك ثلاثة بتات غير مستعملة في البايت. نظرا لأن المعادلة (3.2 – 1) تقريب لصورة مستمرة، فهناك سؤال معقول يمكن أن يسأل عند هذه النقطة وهو "كم هو عدد العينات والسويات الرمادية المطلوبة من أجل تقريب جيد؟" إن ميز resolution (أي، درجة التفصيل الممكن تمييزه) صورة ما يعتمد بشكل هام على N و m كلتيهما. كلما زيد هذان المقداران، كلما مثلت المصفوفة الرقمية الصورة الأصلية بشكل أفضل. لكن المعادلة (3.2 – 4) تشير بوضوح الى الحقيقة المؤسفة وهي أن التخزين و بالتالي متطلبات المعالجة تزداد بسرعة كتابع لـ N و m.

في ضوء التعليقات المذكورة أعلاه، من المهم أن نفكر في أثر تغيرات N و m على نوعية الصورة. كما يمكن أن نتوقع، من الصعب تعريف الصورة "الجيدة" اذ أن متطلبات الجودة تختلف تبعا للتطبيق. يبين الشكل 7.2 أثر تخفيض قياس شبكة الإعتيان على الصورة. الشكل 7.2 (a) هو صورة أبعادها 512×512 وفيها 256 سوية رمادية، تظهر رائد الفضاء Buzz Aldrin خلال الهبوط الأول على القمر (لاحظ انعكاس Neil Armstrong على لوحة الوجه). الأشكال 7.2 (b) حتى (f) تظهر نفس الصورة، ولكن مع N=256, 128, 64, 32, 16 في جميع الحالات احتفظ بالعدد الأعظمي المسموح به للسويات الرمادية 256 . نظراً لأن مساحة الاظهار التي استعملت لكل صورة كانت نفسها (أي 512×512 نقطة اظهار)، فإن عناصر الصورة في الصور ذات الميز الأخفض تمت مضاعفتها لملىء مجال الاظهار الكلي. وهذا ما أنتج ما يعرف بأثر لوحة المربعات checkerboard، الذي يمكن ملاحظته بشكل خاص في الصور ذات الميز المنخفض. يلاحظ أن الصورة ذات الأبعاد 256×256 قريبة بشكل معقول من الشكل 7.2(a) ، ولكن نوعية الصورة تدهورت بسرعة من أجل قيم N الأخرى.

الشكل 8.2 يوضح الآثار الناتجة عن تخفيض عدد البتات المستعملة لتمثيل السويات الرمادية في الصورة. الشكل 8.2(a) هو صورة امرأة رقمنت باستعمال مصفوفة أبعادها 512×512 وفيها 256 سوية رمادية [m =8 في المعادلة (3.2–3)] . الأشكال 8.2(b) حتى (h) تم الحصول عليها بتخفيض عدد البتات من m=7 الى m=1 ، على التوالي، مع الاحتفاظ بأبعاد شبكة الاعتيان 512×512 . الصور ذات السويات 256 و 128 و 64 هي صور ذات نوعية مقبولة. لكن الصورة التي فيها 32 سوية ظهرت فيها كفافات contours زائفة غير حادة في منطقة الخلفية المتجانسة فوق كتف المرأة الأيمن. هذا الأثر يظهر بشكل أكثر وضوحا في الصورة التي فيها 64 سوية رمادية، ويتزايد بحدة في بقية الصور.



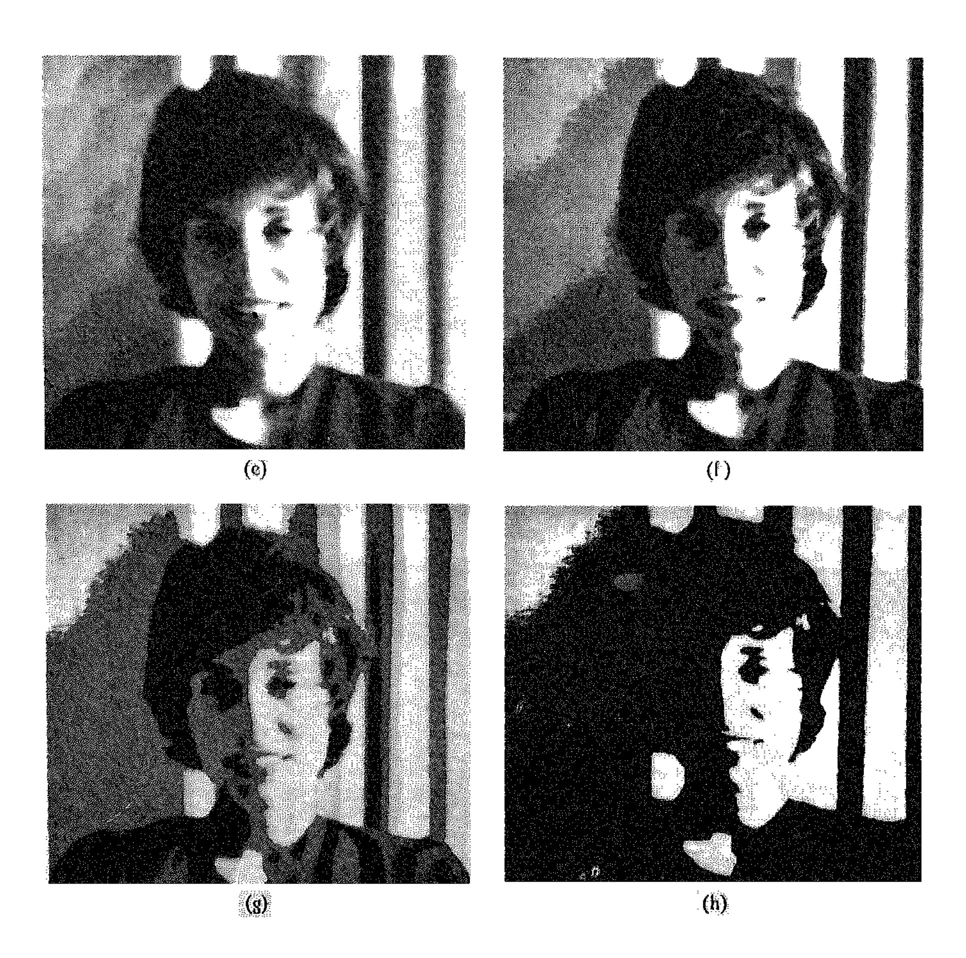
الشكل 7.2 آثار تخفيض قياس شبكة الاعتيان.



الشكل 8.2 صورة بأبعاد 512×512 معروضة بـ 256 و 128 و 64 و 32 و 16 ، 8 4 و 2 سوية رمادية.

ان عدد العينات والسويات الرمادية اللازمة للحصوا ... ستعادة أمينة للصورة الأصلية يعتمد على الصورة ذاتها. وكأساس للمقارنة فان المتطلبات للحصول على نوعية مقاربة لصورة تلفزيون أسود وأبيض على مدى عريض من أنواع الصور هي من مرتبة 512×512 عنصر صورة و بـ 128 سوية رمادية. وكقاعدة عامة، الحد الأدنى لمواصفات نظام لمعالجة الصورة هو أن يكون قادرا على اظهار 256×256 عنصر صورة مع 64 سوية رمادية.

النتائج المبينة أعلاه توضح الآثار الناتجة عن تغيير N و m بشكل مستقل على



(e) (f) (g) (h)

تتمة الشكل 8.2

نوعية الصورة. لكن هذه النتائج تجيب بشكل جزئي فقط على السؤال الذي طرح سابقا حيث أنه لم نقل أي شيء بعد حول العلاقة بين هذه المعلمات parameters. اهتم هوانغ Huang عام 1965 بهذه المسألة في محاولة لقياس الآثار الناتجة عن تغيير N و m على نوعية الصورة تجريبيا. لقد تألفت التجربة من مجموعة من الاختبارات الشخصية subjective tests. يبين الشكل 9.2 ثلاثة من الصور التي استعملت في هذه الاختبارات. ان وجه المرأة يمثل الصورة التي تحتوي على تفاصيل قليلة، نسبيا وصورة المصور تحتوي كمية متوسطة من التفاصيل، وصورة الجمهور تحتوي بالمقارنة مع سابقتيها كمية كبيرة من التفاصيل.



الشكل 9.2 صور اختبار استعملت في تقويم نوعية الصورة بشكل شخصي. (عن Huang 1965).

لقد تم تُوليد مجموعات من هذه الصور الثلاثة بتغيير N و m وطلب من مراقبين أن يصنفوها حسب نوعيتها المقومة وفق تقويم شخصي. النتائج ملخصة في الشكل 10.2 على منحنيات تساوي الأفضلية «isopreference curves» في المستوي N – m. كل نقطة في هذا المستوي تمثل صورة بقيم لـ N و m مساوية لاحداثيي تلك النقطة. ان منحني تساوي الأفضلية هو منحن تمثل النقاط فيه صورا بنفس النوعية، مقومة بشكل شخصي.

إن منحنيات تساوي الأفضلية في الشكل 10.2 مرتبة من اليسار الى اليمين حسب ازدياد النوعية الذاتية. هذه النتائج توحي بعدة استنتاجات تجريبية :(1) كما كان متوقعا فان نوعية هذه الصور تميل نحو الزيادة بازدياد N و m. هناك حالات قليلة تحسنت فيها النوعية بتنقيص m من أجل N ثابتة. وأغلب الاحتمال أن هذا يعود إلى حقيقة أن تنقيص m يزيد بشكل عام التباين الظاهر للصورة. (2) تميل المنحنيات لتكون عمودية أكثر مع ازدياد التفاصيل في الصورة. هذا يوحي بأنه من أجل الصور التي تحتوي على كمية كبيرة من التفاصيل، هناك حاجة لعدد قليل من السويات الرمادية. مثلا، يلاحظ في الشكل (c 10.2) أنه من أجل N = 128 أو N = 64، لاتتحسن الصورة بزيادة m، لكن هذا ليس صحيحا من أجل الشكلين الآخرين. (3) ان منحنيات تساوي الأفضلية تنحرف بشكل ملحوظ عن منحنيات b الثابتة، المبينة بشكل منقط في الشكل 10.2 .

2.3.2 الاعتيان والتكمية غير المنتظمين.

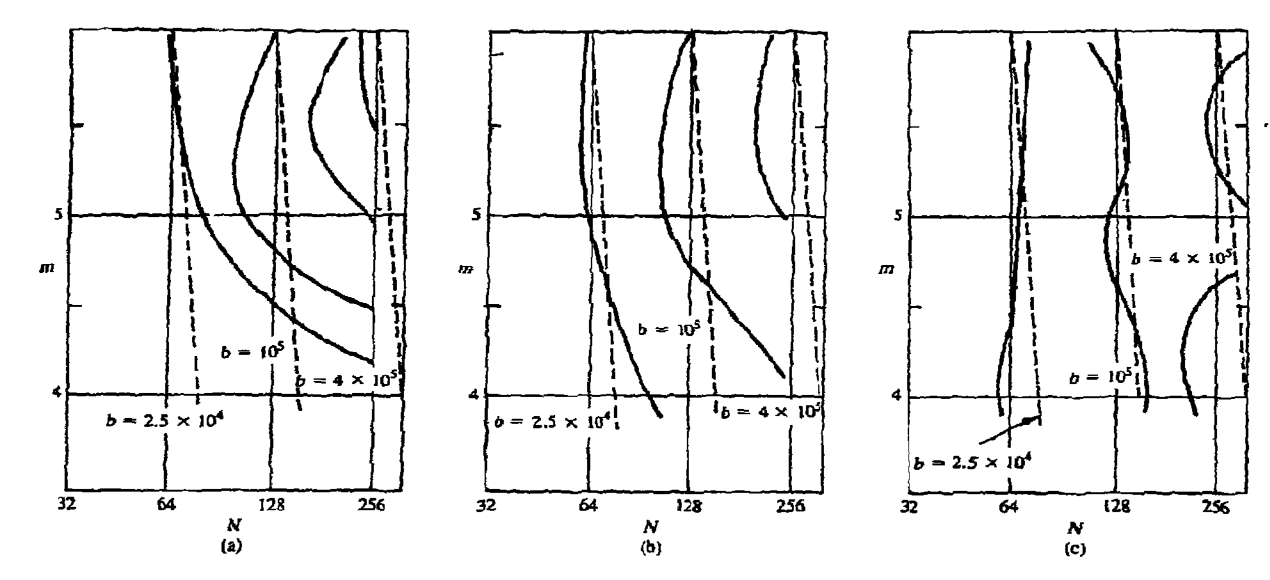
من أجل قيمة ثابتة لـ N ، يمكن في حالات كثيرة تحسين مظهر الصورة باستعمال طريقة متكيفة تعتمد فيها عملية الاعتيان على خصائص الصورة. بشكل عام، ان أخذ عينات متقاربة مطلوب في الجوار الذي توجد فيه انتقالات حادة في السوية الرمادية، في حين أن الاعتيان بشكل متباعد يمكن أن يستخدم في المناطق المنتظمة نسبيا. لنأخذ بعين الاعتبار، على سبيل المثال، صورة بسيطة تتألف من وجه متوضع على خلفية منتظمة. من الواضح أن الخلفية تحمل معلومات قليلة عن التفاصيل، و يمكن تمثيلها بشكل ملائم تماما بأخذ عينات متباعدة.

ان الوجه من جهة أخرى يحتوي تفاصيل أكثر بكثير. اذا استعملت العينات الاضافية التي لم تستعمل في الخلفية في منطقة الصورة فان النتيجة الاجمالية ستميل الى التحسن، و بشكل خاص اذا كانت N صغيرة. عند توزيع العينات، يجب أن يستعمل تركيز أكبر للعينات في مناطق الحدود الفاصلة بين السويات الرمادية المختلفة، مثل الحدود بين الوجه والخلفية في المثال السابق.

من المهم أن نلاحظ أن ضرورة تحديد الحدود حتى و لو بشكل تقريبي هي عائق واضح لاستخدام أسلوب الاعتيان غير المنتظم. يجب أن يبقى في ذهننا أيضا أن هذه الطريقة ليست عملية من أجل الصور التي تحتوي على مناطق متجانسة صغيرة نسبيا. فعلى سبيل المثال، سيكون من الصعب تبرير الاعتيان غير المنتظم لصورة جمهور مكتظ من الناس.

عندما يراد الاحتفاظ بعدد السويات الرمادية صغيرا، من المرغوب عادة استخدام سويات متباعدة بشكل غير منتظم في عملية التكمية. يمكن أن تستعمل طريقة مشابهة لتقنية أخذ العينات غير المنتظم التي نوقشت أعلاه من أجل توزيع السويات الرمادية في الصورة. لكن نظرا لأن مقدرة العين ضعيفة نسبيا عند تقدير الظلال الرمادية قرب التغيرات الحادة للسوية الرمادية، فان الأسلوب في هذه الحالة هو استخدام سويات رمادية قليلة في جوار الحواف. يمكن استعمال السويات المتبقية عندئذ في المناطق التي تكون فيها تغيرات السويات الرمادية صغيرة، متفادين أو مخفضين بذلك الكفافات الزائفة التي تظهر عادة في هذه المناطق اذا تمت تكميتها بشكل رديء جدا.

إن هذه الطريقة خاضعة لنفس الملاحظات التي ذكرت أعلاه فيما يتعلق بكشف الحدود ومحتوى التفاصيل. هناك تقنية بديلة جذابة و بشكل خاص من أجل توزيع السويات الرمادية. تتألف الطريقة من حساب تردد حدوث جميع السويات المسموح بها. عندئذ، اذا حدثت سويات رمادية في مدى محدد بشكل متكرر، في حين أن السويات الأخرى نادرا ما تحدث، فان سويات التكمية تباعد بشكل دقيق في هذا المجال، وبشكل عريض خارجه. هذه الطريقة تدعى أحيانا التكمية المتناقصة تدريجيا tapered quantization.



الشكل 10.2 منحنيات تساوي الأفضلية لـ (a) ، وجه، (b) مصور، و (c) جمهور.

4.2 بعض العلاقات الأساسية بين عناصر الصورة

نهتم في هذا القسم بعدة علاقات أولية، ولكنها هامة، بين عناصر الصورة الرقمية. كما في الأقسام السابقة، سنرمز للصورة بـ$f(x, y)$ عند الرجوع الى عنصر صورة محدد ، سنستعمل الأحرف الطباعية الصغيرة مثل p و q. أما بالنسبة لمجموعة جزئية من عناصر الصورة $f(x, y)$ فسنرمز لها بـ S.

1.4.2 جيران العنصر

ان لعنصر صورة p عند الاحداثيين (x, y) أربعة جيران أفقية وعمودية، تعطى احداثياتها كما يلي:

$$(x+1, y), (x-1, y), (x, y+1), (x, y-1).$$

هذه المجموعة من عناصر الصورة والتي تسمى الجيران الأربعة 4 – neighbors للعنصر p ، سنرمز لها بـ $N_4(p)$. يلاحظ أن كلا من هذه العناصر يبعد مسافة الوحدة عن (x, y) ويلاحظ أيضا أن بعض جيران p ستقع خارج الصورة الرقمية اذا كان الاحداثيان (x, y) على حدود الصورة.

الجيران الأربعة القطرية لـ p لها الاحداثيات التالية

$$(x+1, y+1), (x+1, y-1), (x-1, y+1), (x-1, y-1)$$

وسنرمز لها لـ $N_D(p)$. هذه النقاط مع الجيران الأربعة المعرفة أعلاه تدعى الجيران الثمانية 8 – neighbors لـ p وسيرمز لها بـ $N_8(p)$. وكما هي الحال بالنسبة للجيران الأربعة فإن بعض النقاط في $N_D(p)$ و $N_8(p)$ ستقع خارج الصورة اذا كانت (x, y) تقع على حدود الصورة.

2.4.2 الاتصالية connectivity

ان الاتصالية بين عناصر الصورة مفهوم هام يستعمل في تعيين حدود الأجسام ومركبات المناطق في الصورة. لكي نحدد فيما اذا كان العنصران متصلين يجب أن نحدد ما اذا كانا متجاورين طبقا لمفهوم محدد (مثلا، اذا كانا متساويين). على سبيل المثال، في صورة ثنائية قيمها "0" أو "1"، يمكن أن يكون العنصران من الجيران الأربعة، ولكن لايقال أنهما متصلان الا اذا كان لهما نفس القيمة.

لتكن V تمثل مجموعة قيم السويات الرمادية المستعملة لتعريف الاتصالية، مثلا، إذا كانت اتصالية العناصر ذات الكثافة 59 و 60 و 61 هي المهمة فقط، تكون عندئذ $V=\{61 , 60 , 59\}$. نحن نهتم بثلاثة أنواع من الاتصالية:

(آ) الاتصالية الرباعية4 – connectivity . يعتبر العنصران p و q اللذان لهما قيمتان من V متصلان رباعيا 4 – connected اذا كانت q ضمن المجموعة $N_4(p)$.

(ب) الاتصالية الثمانية. يعتبر العنصران p و q اللذان لهما قيمتان من V متصلان ثمانيا 8 – connected اذا كانت q في المجموعة $N_8(p)$.

(ج) الاتصالية – m (الاتصالية المختلطة). يعتبر العنصران p و q بقيم من V متصلان اتصالا مختلطا m – connected اذا كان

(i) موجودة في $N_4(p)$ أو

(ii) موجودة في $N_D(p)$ و المجموعة $N_4(p) \cap N_4(q)$ خالية. (هذه هي المجموعة من العناصر التي هي الجيران الأربعة لكل من p و q و قيمها من V.)

ان الاتصالية المختلطة هي تعديل للاتصالية الثمانية وطرحت لحذف الوصلات متعددة المسارات (انظر أدناه) التي تنشأ غالبا عندما تستعمل الاتصاليةالثمانية. على سبيل المثال، انظر الى ترتيب العناصر المبينة في الشكل 11.2 (a) . بافتراض أن V=[1,2]تكون المسارات بين الجيران الثمانية للعنصر الذي قيمته 2 مبينة بخطوط مشرطة في الشكل 11.2 (b) . من المهم ملاحظة الغموض في الممرات الناتج عن السماح بالاتصالية الثمانية. هذا الغموض تم ازالته باستخدام الاتصالية المختلطة كما هو مبين في الشكل 11.2(c)

```
0   1   1        0   1----1        0   1----1
                     |  /              |
                     | /               |
0   2   0        0   2   0         0   2   0
                      \                 \
                       \                 \
0   0   1        0   0   1         0   0   1
   (a)              (b)               (c)
```

الشكل 11.2 (a) ترتيب من العناصر. (b) الجيران الثمانية للعنصر المرقم 2 (c) جيران من نوع m لنفس العنصر. الخطوط المشرطة هي ممرات بين ذلك العنصر و جيرانه.

ان العنصر p مجاور للعنصر q إذا كانا متصلين. اعتماداً على الاتصالية المحددة، يمكن أن نعرف تجاوراً رباعياً أو ثمانياً، أو مختلطاً. نقول عن مجموعتين جزئيتين S_1 و S_2 في صورة متجاورتين إذا كان عنصر ما في المجموعة الجزئية S_1 مجاور لعنصر ما في المجموعة الجزئية S_2.

ان الممر من العنصر p الذي له الاحداثيين (x, y) الى العنصر q الذي احداثييه (s,t) هو تتابع عناصر مميزة احداثياتها

$$(x_0, y_0), (x_1, y_1), \ldots , (x_n, y_n),$$

حيث $(x_0, y_0)=(x, y)$ و $(x_n, y_n)=(s,t)$ و (x, y) مجاورة لـ (x_{i-1}, y_{i-1}) ، $1 \leqslant i \leqslant n$ ، و n هي طول الممر. اعتمادا على نوع التجاور المستعمل، يمكن أن نعرف ممراً رباعياً أو ثمانياً أو مختلطاً .

اذا كان p و q عنصرين في مجموعة جزئية S لصورة ما، نقول عندئذ ان p متصلة بـ q في S اذا كان هناك ممر من p الى q يتألف بشكل كامل من عناصر في S. من أجل أي عنصر p في S، تدعى مجموعة العناصر في S المتصلة مع p مركبة متصلة connected c omponent لـ S، ويتبع ذلك بالتالي أن أي عنصرين من مركبة متصلة متصلين مع بعضهما البعض، وأن المركبات المتصلة المميزة منفصلة.

3.4.2 قياسات المسافة distance measures

ليكن لدينا ثلا ثة عناصر صورة p, q, z التي احداثياتها $(x, y), (s, t), (u, v)$، على التوالي. نسمي D دالة مسافة distance function اذا كان

(آ) $D(p, q) \geqslant 0$ ($D(p, q) = 0$ اذا كانت $p = q$)،

(ب) $D(p, q) = D(q, p)$,

(ج) $D(p, z) \leqslant D(p, q) + D(q, z)$.

ان المسافة الأكليدية Euclidean distance بين p و q تعرف كمايلي:

$$D_e(p, q) = [(x - s)^2 + (y - t)^2]^{1/2}. \qquad (1-4.2)$$

من أجل قياس المسافة هذا، العناصر التي لها مسافة أقل أو تساوي قيمة ما r

من (x, y) هي النقاط المحتواة في قرص نصف قطره r و مركزه (x, y).

المســافة الرباعيـة D_4 – distance (تسمى أيضـا مسـافة سـاحة المدينـة (city – block distance) بين p و q تعرف كمايلي:

$$D_4(p, q) = |x - s| + |y - t|. \qquad (2-4.2)$$

في هذه الحالة، العناصر التي تبعد عن (x, y) مسافة رباعية أقل أو تساوي قيمة معينـة r، تشكل معينا مركزه (x, y). على سبيل المثال، العناصرالتي تبعد عن (x, y) (نقطة المركز) مسافة رباعية أقل أو تساوي 2 تشكل كفافات (contours) المسافة الثابتة التالية:

		2		
	2	1	2	
2	1	0	1	2
	2	1	2	
		2		

يلاحظ أن العناصر التي تبعد مسـافة D_4=1 هي الجيران الأربعة لـ (x, y).

المسافة الثمانية (تسمى أيضا مسافة رقعة الشطرنج chessboard distance) بين p و q تعرف كمايلي:

$$D_8(p, q) = \max(|x - s|, |y - t|). \qquad (3-4.2)$$

في هذه الحالة، العناصر التي تبعد عن (x, y) مسافه ثمانية أقل أو تساوي قيمة محددة r تشكل مربعا مركزه في (x, y). على سبيل المثال، العناصر التي تبعد عن (x, y) (نقطة المركز) مسافة ثمانية أقل أو تساوي 2 تشكل كفافات المسافة الثابتة التالية:

2	2	2	2	2
2	1	1	1	2
2	1	0	1	2
2	1	1	1	2
2	2	2	2	2

يلاحظ أن العناصرالتي تبعد مسافة 1 هي الجيران الثمانية لـ (x, y).

من المهم أيضا أن نلاحظ أن المسافة الرباعية بين نقطتين p و q تساوي طول أقصر ممر رباعي shortest 4 – pa th بين هاتين النقطتين. هذا وتنطبق تعليقات مماثلة على المسافة الثمانية. في الحقيقة، يمكن أن نأخذ بعين الاعتبار كلتا المسافتين الرباعية والثمانيـة بين نقطتـين p و q بغض النظر عما إذا كان هناك ممر موصول بينهما لأن تعريف هاتين المسـافتين يتضمن احداثييهما فقط. لكن عندما نتعامل مع الاتصالية المختلطة، فان المسافة (طول الممر) بين عنصرين تعتمد على قيم العناصر الموجودة على مسار الممر بالاضافة الى قيم-جيرانها. على سبيل المثال، لنأخذ بعين الاعتبار ترتيب العناصر التالية، حيث يفترض أن p و p_2 و p_4 لها القيمة "1" و p_1 و p_3 لهما القيمة "0" أو "1":

$$\begin{matrix} & p_3 & p_4 \\ p_1 & p_2 & \\ p & & \end{matrix}$$

إذا سمحنا بالاتصـالية للعناصر التي لها القيمة "1" فقط، و كانت p_1 و p_3 قيمتهما "0" فإن المسافة m بين p و p_4 هي 2 . إذا كانت p_1 أو p_3 تساوي "1"، فالمسافة هي 3 . أما اذا كانت p_1 و p_3 تساوي "1"، فالمسافة هي 4 .

4.4.2 العمليات الحسابية والمنطقية

ان العلاقات الحسابية و المنطقية بين العناصر تستعمل بشكل مكثف في أغلب فروع معالجة الصورة. العمليات الحسابية بين عنصرين p و q يرمز لها كمايلي:

الجمع: p+q

الطرح: p−q

الضرب: p∗q (وأيضا، pq و p×q)

القسمة: p÷q

في كثير من الأحيان، يكون أحد العناصر مقدارا ثابتا، كما هي الحال في ضرب الصورة بثابت. ان العمليات المنطقية الرئيسية المستعملة في معالجة الصورة هي "أو " AND و "وOR " و "تتامCOMPLEMENT " ، ويشار اليها كمايلي:

AND: pANDq, (p.q)

OR: pORq, (p+q)

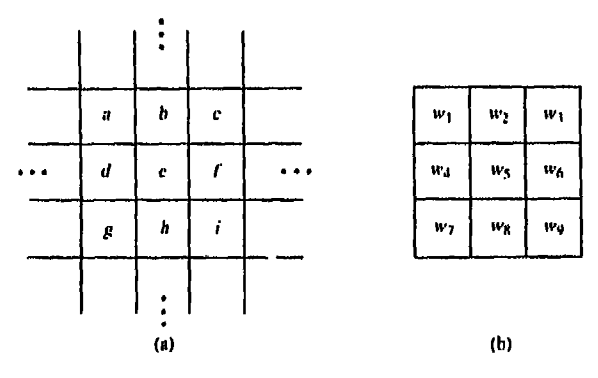
COMPLEMENT:NOTq, $\overline{(q)}$

من المعروف جيدا أن هذه العمليات تامة اقترانيا functionally complete، بمعنى أنها يمكن أن تدمج لتشكل عملية منطقية أخرى. وننبه الى أن العمليات المنطقية تطبق فقط على الصور الثنائية، في حين أن العمليات الحسابية تطبق على العناصر متعددة القيم.

ان العمليات الموصوفة أعلاه تستعمل أساسا من أجل معالجة الصورة بطريقتين: على أساس عنصر–فعنصر، أو بعمليات في جوار محدد. على سبيل المثال، يتم جمع صورتين ما على أساس عنصر– فعنصر. تتم صياغة المعالجة في الجوار في سياق ما يسمى عمليات النافذة window operations (المصطلحات طبعة template و قناع mask و مرشاح filter تستخدم أيضا للاشارة الى النافذة). الفكرة وراء عمليات النافذة هي أن نجعل القيمة المنسوبة الى عنصر الصورة تابعا للعنصر نفسه والعناصر الأخرى المجاورة له. على سبيل المثال، لنأخذ بعين الاعتبار منطقة الصورة الجزئية المبينة في الشكل 12.2 (a) ولنفترض أننا نرغب في استبدال قيمة e بالقيمة المتوسطة للعناصر في منطقة مساحتها 3×3 مركزها في e. يستلزم ذلك اجراء عملية حسابية من الشكل

$$p = \frac{1}{9}\left(a + b + c + d + e + f + g + h + i\right)$$

ونسب قيمة p لـ e.



الشكل 12.2 (a) مساحة جزئية من صورة تبين قيم العناصر. (b) نافذة 3×3 بمعاملات عامة.

بالرجوع الى النافذة المبينة في الشكل 12.2 (b) ، يمكن أن نكتب العملية المذكورة أعلاه بعبارات أكثر عمومية بتركيز النافذة في e، وضرب كل عنصر تحت

النافذة بالمعامل الموافق، وجمع النتائج، أي،

$$p = w_1a + w_2b + w_3c + w_4d + w_5e + w_6f + w_7g + w_8h + w_9i. \quad (4-4.2)$$

اذا جعلنا $w_i=1/9,\ i=1,2,3,...,9$، فان هذه العملية تؤدي الى نفس النتيجة التي أدى اليها اجراء التوسيط الذي ناقشناه.

كما سنرى في الفصول التالية ، المعادلة (4-4.2) تستعمل بشكل واسع في معالجة الصورة. باختيار المعاملات بشكل صحيح وبتطبيق النافذة عند موقع كل عنصر في الصورة. يمكن اجراء عمليات مفيدة متنوعة على الصورة مثل تخفيض الضجيج noise reduction، تنحيف المناطق region thinning، وكشف الخصائص feature detection. لكن يلاحظ هنا أن تطبيق النافذة على موقع كل عنصر في الصورة عملية مكلفة حسابيا. فعلى سبيل المثال، ان تطبيق نافذة أبعادها 3×3 على صورة أبعادها 512×512 يتطلب 9 عمليات ضرب و 8 عمليات جمع عند كل موقع عنصر ليصل المجموع الى 2,359,296 عملية ضرب و 2,097,151 عملية جمع.

كما أشرنا في القسم 1.3.1 ، أغلب معالجات الصورة الحديثة مجهزة بوحدة الحساب–المنطق (ALU) التي وظيفتها هي اجراء عمليات حسابية ومنطقية على التوازي، وبشكل نموذجي بمعدلات اطار الفيديو video – frame rate. و حسب نظام الفيديو الأمريكي المعياري، تستطيع وحدة الحساب– المنطق اجراء عملية حسابية أو منطقية بين صورتين بأبعاد 512×512 في 1/30 من الثانية. (هذه الفترة الزمنية كثيراً ما تسمى اطاراً واحداً أو "زمن اطار" واحد.) بعد أن عرفنا أهمية عمليات النافذة في معالجة الصورة، من المفيد أن نبحث ببعض التفصيل كيف تستخدم الـ ALU لتسريع المعالجة بالنافذة. بغرض التوضيح، سنأخذ بعين الاعتبار النافذة ذات الأبعاد 3×3 المبينة في الشكل 12.2 (b) والتنفيذ المعطى في المعادلة (4-4.2). لكن الطريقة قابلة للتعميم على نافذة بأبعاد n×m و عمليات حسابية ومنطقية أخرى.

الخوارزمية المعطاة هنا تتطلب داريْ اطار صورة مع امكانية الحركة العمودية والأفقية بمقدار موقع عنصر واحد (انظر القسم 1.3.1). لنعتبر أن دارىء الاطار A يحتوي الصورة التي ستطبق عليها النافذة.و في نهاية العملية، سيحتوي B النتيجة. نذكر القارىء هنا أن عمليات الـ ALU تجرى على جميع العناصر بزمن اطار واحد، في حين أن جميع عمليات ازاحة الدارىء تجرى بشكل آني ظاهريا (virtually). يفترض أن جميع الازاحات تتم بمقدار عنصر واحد. بجعل A=B في البداية واستعمال "–" للاشارة إلى عدم إجراء أية عملية، نتقدم في الشرح كما يلي :

الازاحتان الأخيرتان مطلوبتان لأنه في نهاية العملية الأخيرة على B، ستكون الصور في وضع مكافىء لأن تكون النافذة مع معاملها w_7 فوق موضع العنصر e. الازاحتان تصححان عدم المطابقة هذا.

ان السبيل لفهم الاجراء السابق هو تفحص ما يحصل لعنصر واحد في B عن طريق الأخذ بعين الاعتبار كيف ستزاح النافذة من أجل الحصول على نتيجة المعادلة

العمليات على A	العمليات على B
	Multiply by w_5
Shift right	—
—	Add w_4*A
Shift down	—
—	Add w_1*A
Shift left	—
—	Add w_2*A
Shift left	—
—	Add w_3*A
Shift up	—
—	Add w_6*A
Shift up	—
—	Add w_9*A
Shift right	—
—	Add w_8*A
Shift right	—
—	Add w_7*A
Shift left	—
Shift down	—

(4.2–4) في ذلك الموضع. العملية الأولى على B تنتج w_5 مضروبا بقيمة العنصر في ذلك الموضع. بتسمية ذلك الموضع e، يكون لدينا w_5e بعد هذه العملية. الازاحة الاولى الى اليمين تجلب الجار d (انظر الشكل a 12.2) إلى ذلك الموضع. العملية التالية تضرب d بـ w_4 وتجمع النتيجة الى موضع الخطوة الأولى. وهكذا، عند هذه النقطة يكون لدينا w_4d+w_5e عند الموضع المذكور. عملية الازاحة التالية على A وعملية الـ ALU على B تنتج $w_1a+w_4d+w_5e$ عند الموضع نفسه، وهكذا. وبما أن العمليات تجرى على التوازي من أجل جميع المواقع في B، فان الاجراء الذي تم ذكره يحدث بشكل آني على المواقع الأخرى في الصورة. في جميع وحدات الحساب – المنطق، يتم اجراء عملية ضرب الصورة بثابت (أي $w_1 \times A$) متبوعة بـ ADD في زمن اطار واحد. وهكذا فان تنفيذ وحدة الحساب–المنطق للمعادلة (4.2–4) لصورة كاملة يستغرق زمنا من مرتبة زمن تسعة اطارات. (30/9 من الثانية). من أجل نافذة بأبعاد $n \times m$ ستستغرق العملية زمنا من مرتبة $n \times m$ زمن اطار.

5.2 هندسة التصوير

سنتطرق في المناقشة التالية الى عدة تحويلات هامة تستعمل في التصوير ونشتق نموذج كاميرا camera model و نبحث في مسألة التصوير المجسم ببعض التفصيل.

1.5.2 بعض التحويلات الأساسية

تبحث المادة المحتواة في هذا القسم في تطوير تمثيل موحد لمسائل مثل تدوير الصورة rotation و تغيير مقياسها scaling، و نقلها translation. جميع هذه التحويلات معبر عنها في نظام الاحداثيات الديكارتية ثلاثي الأبعاد (3D) الذي للنقطة فيه احداثيات يشار اليها بـ (X,Y,Z). في الحالات التي تتضمن صورا ثنائية الأبعاد سنتقيد باصطلاحنا السابق الذي يستعمل تمثيل الأحرف الأبجدية الصغيرة (x,y) للاشارة الى احداثيي عنصر الصورة. ان الاشارة الى (X,Y,Z) بـ احداثيات العالم world coordinates للنقطة، هو اصطلاح شائع.

النقل

لنفترض أننا نرغب في نقل نقطة احداثياتها (X,Y,Z) الى موضع جديد

بـاستعمـال ازاحات (X_0, Y_0, Z_0). يمكن اجراء النقـل بسهولة باستعمـال المعـادلات التالية:

$$
\begin{aligned}
X^* &= X + X_0 \\
Y^* &= Y + Y_0 \\
Z^* &= Z + Z_0
\end{aligned}
\qquad (1-5.2)
$$

حيث (X^*, Y^*, Z^*) هي احداثيات ا لنقطة الجديدة.

يمكن أن نعبر عن المعادلة $(1-5.2)$ بشكل مصفوفة بكتابتها بالشكل التالي:

$$
\begin{bmatrix} X^* \\ Y^* \\ Z^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & X_0 \\ 0 & 1 & 0 & Y_0 \\ 0 & 0 & 1 & Z_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{bmatrix} \qquad (2-5.2)
$$

كما هو مشـار اليـه فيما بعد في هذا القسم، من المفيد في كثير من الأحيان استخدام عدة تحويلات بشكل متعاقب للحصول على نتيجة مركبة مثل النقل متبوعا بتغيير المقياس ومن ثم التدوير. ان التمثيل الاصطلاحي لهذه العملية يبسط الى حد كبير باستعمال المصفوفات المربعة.

مع الاحتفاظ بهذا لأمر في ذهننا يمكن أن نكتب المعادلة $(2-5.2)$ بالشكل التالي :

$$
\begin{bmatrix} X^* \\ Y^* \\ Z^* \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & X_0 \\ 0 & 1 & 0 & Y_0 \\ 0 & 0 & 1 & Z_0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{bmatrix} \qquad (3-5.2)
$$

من حيث قيم X, Y, Z، المعـادلتـان $(2-5.2)$ و $(3-5.2)$ متكـافئتـان. سنستعمل في هذا القسم تمثيل المصفوفة الموحد التالي:

$$
\mathbf{v}^* = \mathbf{A}\mathbf{v}, \qquad (4-5.2)
$$

حيث **A** هي مصفوفة تحويل 4×4 و **v** هو متجه العمود ويحتوي الاحداثيات الأصلية،

$$\mathbf{v} = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{bmatrix} \qquad (5-5.2)$$

V^* هو متجه العمود الذي مركباته هي الاحداثيات المحولة

$$\mathbf{v}^* = \begin{bmatrix} X^* \\ Y^* \\ Z^* \\ 1 \end{bmatrix} \qquad (6-5.2)$$

باستعمال هذا الاصطلاح ، يمكن أن تعطى المصفوفة المستخدمة من أجل النقل بالشكل التالي:

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & X_0 \\ 0 & 1 & 0 & Y_0 \\ 0 & 0 & 1 & Z_0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

وعملية النقل تجرى باستعمال المعادلة (4 − 5.2) حيث $v^* = Tv$.

تغيير المقياس

يعطى تغيير المقياس بعوامل S_x, S_y, S_z على طول المحاور X, Y, Z بمصفوفة التحويل التالية:

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} S_x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & S_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & S_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad (8-5.2)$$

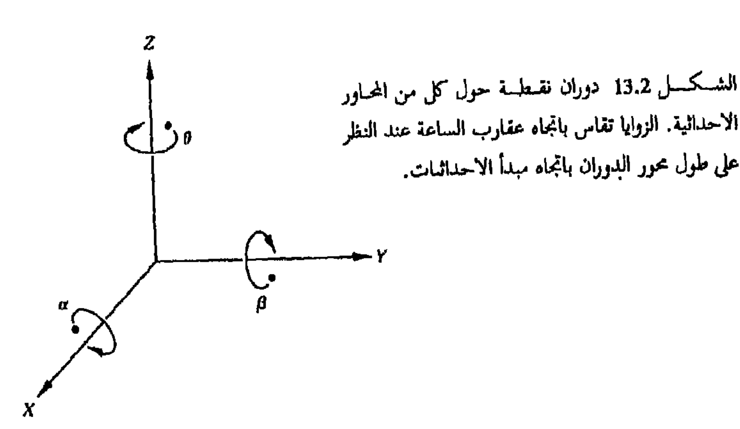
الدوران

إن التحويلات المستعملة من أجل الدوران ثلاثي الأبعاد هي بطبيعتها أكثر تعقيدا من التحويلات التي ناقشناها حتى الآن. ان أبسط شكل لهذه التحويلات هو من أجل دوران نقطة حول محاور الاحداثيات. ان تدوير نقطة ما حول نقطة اختيارية

في الفراغ، يتطلب ثلاثة تحويلات: الأول ينقل النقطة الاختيارية الى مبدأ الاحداثيات، والثاني ينجز الدوران، والثالث يعيد نقل النقطة الى موضعها الأصلي. بالرجوع الى الشكل 13.2 ، يتم دوران نقطة حول محور الاحداثيات Z بزاوية θ باستعمال التحويل التالي:

$$R_\theta = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad (9-5.2)$$

تقاس زاوية الدوران θ باتجاه عقارب الساعة عند النظر الى مبدأ الاحداثيات من نقطة ما على اتجاه محور Z الموجب. يلاحظ أن هذا التحويل يؤثر فقط على قيم احداثيات X و Y.



الشكل 13.2 دوران نقطة حول كل من المحاور الاحداثية. الزوايا تقاس باتجاه عقارب الساعة عند النظر على طول محور الدوران باتجاه مبدأ الاحداثيات.

يتم دوران نقطة حول المحور X بزاوية α باستعمال التحويل التالي:

$$R_\alpha = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha & \sin\alpha & 0 \\ 0 & -\sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad (10-5.2)$$

وأخيراً فإن دوران نقطة حول المحور X بزاوية β يحصل عليه باستعمال التحويل التالي:

$$R_\beta = \begin{bmatrix} \cos\beta & 0 & -\sin\beta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin\beta & 0 & \cos\beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad (11-5.2)$$

التعاقب والتحويلات العكسية

إن تطبيق عدة تحويلات يمكن أن يمثل بمصفوفة تحويل مفردة أبعادها 4×4 . على سبيل المثال، ان عمليات دوران و نقل و تغيير مقياس نقطة v حول المحور Z تعطى بالعلاقةالتالية:

$$\begin{aligned} v^* &= R_\theta(S(Tv)) \\ &= Av, \end{aligned} \qquad (12-5.2)$$

حيث A هي المصفوفة التي أبعـادها 4×4 والممثـلة بالعلاقة $A = R_\theta ST$. من المهـم أن نلاحظ أن هذه المصفوفات بشكـل عام غير قابلة للتبديل و بالتـالي فان تسلسل التطبيق مهم.

بالرغم من أن مناقشتنا حتى الآن كانت مقتصرة على تحويلات نقطة منفردة. فان نفس الأفكار تمتد لتحويل مجموعة من m نقطة بآن واحد باستعمال تحويل واحد. بالرجوع إلى المعـادلة (5-5.2) ، لتكن المتجهات $v_1, v_2, \ldots, v_m$ تمثل احداثيات m نقطـة. اذا شـكـلنـا مصفـوفـة V بـأبعـاد 4×m وأعمـدتها متجهـات الأعمدة هذه،عندئذ، تعطى التحويلات التي تتم بآن واحد لجميع هذه النقاط ممثلة بمصفوفة تحويل A أبعادها 4 × 4 بالعلاقة التالية:

$$V^* = AV. \qquad (13-5.2)$$

إن مصفوفة التحويل الناتجة V^* هي مصفوفة أبعادها 4×m. عمودها رقم i ،v_i^*، يحتوي احداثيات النقطة المحولة الموافقة لـ v_i.

قبل مغادرة هذا القسم نشير الى أن كثيرا من التحويلات التي ناقشناها أعلاه لها مصفوفات عكسيـة تنجز التحويلات المعـاكســة ويمكن الحصول عليها بالتجريب والملاحظة. مثلا، مصفوفة النقل العكسية هي

$$T^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -X_0 \\ 0 & 1 & 0 & -Y_0 \\ 0 & 0 & 1 & -Z_0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad (14-5.2)$$

وبشكل مشابه فان مصفوفة الدوران العكسية R_θ^{-1} تعطى كما يلي:

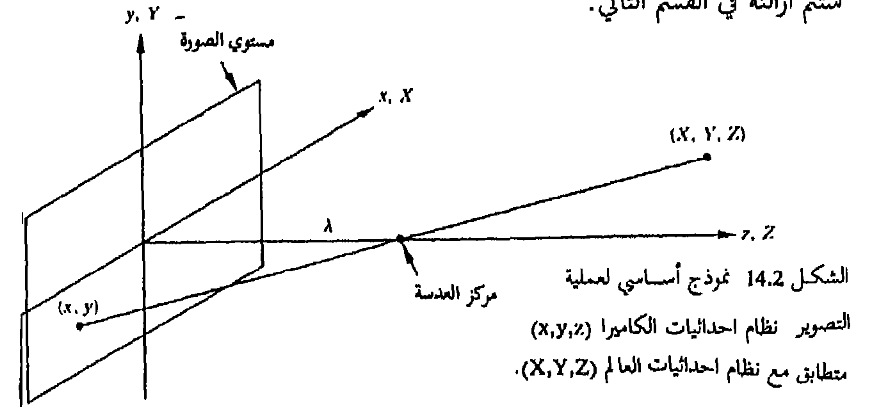
$$R_\theta^{-1} = \begin{bmatrix} \cos(-\theta) & \sin(-\theta) & 0 & 0 \\ -\sin(-\theta) & \cos(-\theta) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad (15-5.2)$$

إن المصفوفات العكسية لتحويلات أكثر تعقيدا يحصل عليها عادة باستخدام طرق التحليل العددي.

2.5.2 التحويلات المنظورية

التحويل المنظوري (يدعى أيضـا التحويل التصـويري) يسقط نقاطا ثلاثية الأبعـاد على مستو. تلعب التحويلات المنظورية دورا مركزيا في معالجة الصورة لأنها تؤمن طريقة قريبة من تلك التي تشكل فيها الصورة باظهار عالم ثلاثي الأبعاد. هذه التحويلات تختلف بشكل أساسي عن تلك التي نوقشت في القسم السابق لأنها غير خطية كونها تتضمن تقسيما على قيم الاحداثيات.

الشكـل 14.2 يبـين نموذجا لعملية تشكل الصورة. نعرف نظام احداثيات الكاميرا (x, y, z) بأنه نظام يكون فيه مستوي الصورة متطابقا مع المستوي xy و المحور البصري (مثبت بمركز العدسة) على طول المحور Z. وهكذا فان مركز مستوي الصورة يقع في مركز الاحداثيات ومركز العدسة يقع عند $(0,0,\lambda)$. إذا كانت الكاميرا مبأرة على الأجسام البعيدة فان λ ستكون البعد البؤري للعدسة. نفترض في هذا القسم أن نظام احداثيات الكاميرا متطابق مع نظام احداثيات العالم (X, Y, Z) . هذا التقييد ستتم ازالته في القسم التالي.



الشكل 14.2 نموذج أسـاسي لعملية التصوير نظام احداثيات الكاميرا (x,y,z) متطابق مع نظام احداثيات العالم (X,Y,Z).

لتكن (X, Y, Z) احداثيات العالم لأية نقطة في منظر ثلاثي الأبعاد، كما هو مبين في الشكل 14.2 . سنفترض خلال المناقشة التالية أن $Z>\lambda$. أي أن جميع النقاط موضع الاهتمام ستقع أمام العدسة. ان ما نرغب أن نفعله أولا هو أن نحصل على علاقة تعطي الاحداثيين (x, y) لمسقط النقطة (X, Y, Z) على مستوي الصورة. يمكن الحصول على هذا بسهولة باستخدام المثلثات المتشابهة. بالرجوع للشكل 14.2 ينتج أن

$$\frac{x}{\lambda} = -\frac{X}{Z-\lambda} = \frac{X}{\lambda - Z} \qquad (16-5.2)$$

و

$$\frac{y}{\lambda} = -\frac{Y}{Z-\lambda} = \frac{Y}{\lambda - Z}, \qquad (17-5.2)$$

حيث إن الاشارات السالبة أمام X و Y تدل على أن نقاط الصورة معكوسة فعليا، كما يمكن رؤية ذلك من هندسة الشكل 14.2 .

إن احداثيات مستوي الصورة للنقطة ثلاثية الأبعاد المسقطة تنتج مباشرة من المعادلتين (5.2 – 16) و (5.2 – 17):

$$x = \frac{\lambda X}{\lambda - Z} \qquad (18-5.2)$$

و

$$y = \frac{\lambda Y}{\lambda - Z}. \qquad (19-5.2)$$

من المهم أن نلاحظ أن هاتين المعادلتين غير خطيتين لأنهما تتضمنان تقسيما على المتحول Z. بالرغم من أننا نستطيع أن نستعملهما مباشرة كما هما مبينتان أعلاه، من الملائم أحيانا أن نعبر عن هاتين المعادلتين بشكل مصفوفة خطية كما فعلنا في القسم السابق من أجل الدوران و النقل و تغيير المقياس . يمكن الحصول على هذا بسهولة باستعمال احداثيات متجانسة.

ان الاحداثيات المتجانسة لنقطة ما في الاحداثيات الديكارتية (X, Y, Z) تعرف بالشكل (kX, kY, kZ) حيث k هو ثابت اختياري لايساوي الصفر. من

الواضح أن اعادة تحويل الاحداثيات المتجانسة إلى الاحداثيات الديكارتية يتم بتقسيم الاحداثيات المتجانسة الثلاثة الأولى على الاحداثي الرابع. يمكن التعبير عن نقطة ما في نظام احداثيات العالم الديكارتي بشكل متجه من الشكل

$$\mathbf{w} = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} \qquad (20-5.2)$$

ونظيره المتجانس يعطى بالشكل

$$\mathbf{w}_h = \begin{bmatrix} kX \\ kY \\ kZ \\ k \end{bmatrix} \qquad (21-5.2)$$

اذا عرفنا مصفوفة التحويل المنظوري بالشكل

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-1}{\lambda} & 1 \end{bmatrix} \qquad (22-5.2)$$

فان المضروب $\mathrm{Pw_h}$ يعطى متجها سنسميه $\mathrm{c_h}$:

$$\begin{aligned} \mathbf{c}_h &= \mathbf{P}\mathbf{w}_h \\ &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-1}{\lambda} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} kX \\ kY \\ kZ \\ k \end{bmatrix} \qquad (23-5.2) \\ &= \begin{bmatrix} kX \\ kY \\ kZ \\ \frac{-kZ}{\lambda} + k \end{bmatrix} \end{aligned}$$

ان عناصر $\mathrm{c_h}$ هي احداثيات الكاميرا بالشكل المتجانس. كما أشرنا أعلاه، يمكن تحويل هذه الاحداثيات الى الشكل الديكارتي بتقسيم كل من المركبات الثلاثة

الأولى لـ c_h على المركبة الرابعة. وهكذا فان الاحداثيات الديكارتية لأية نقطة في نظام احداثيات الكاميرا تعطى بصيغة متجه كما يلي:

$$\mathbf{c} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\lambda X}{\lambda - Z} \\ \frac{\lambda Y}{\lambda - Z} \\ \frac{\lambda Z}{\lambda - Z} \end{bmatrix} \qquad (24-5.2)$$

المركبتـان الأوليتان من c هما الاحداثيات (x, y) في مستوي الصورة للنقطة ثلاثية الأبعاد (X, Y, Z) المسقطة، كما تم توضيحه سابقا في المعادلتين (5.2 – 18) و (5.2 – 19). المركبـة الثـالثـة لاتهمنـا فيما يتعـلق بالنموذج المبين في الشكل 14.2 . كما سيظهر أدناه، ستعمل هذه المركبة كمتحول حر في التحويلات المنظورية العكسية. إن التحويل المنظوري العكسي يعيد نقل نقطة الصورة إلى الشكل ثلاثي الأبعاد. وهكذا فمن المعادلة (5.2 – 23)

$$\mathbf{w}_h = \mathbf{P}^{-1}\mathbf{c}_h, \qquad (25-5.2)$$

حيث يمكن بسهولة ايجاد أن $\mathbf{P}^{-1}$ تأخذ الشكل

$$\mathbf{P}^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\lambda} & 1 \end{bmatrix} \qquad (26-5.2)$$

لنفترض أن نقطة صورة لها الاحداثيات (x ,y , 0) حيث أن الصفر في الموقع z يشير ببساطة إلى حقيقة أن مستوي الصورة يقع عند z=0. يمكن التعبير عن هذه النقطة بشكل متجه متجانس مثل

$$\mathbf{c}_h = \begin{bmatrix} kx_0 \\ ky_0 \\ 0 \\ k \end{bmatrix} \qquad (27-5.2)$$

عندئذ، يعطي تطبيق المعادلة (5.2 – 25) متجه احداثيات العالم المتجانس

$$\mathbf{w}_h = \begin{bmatrix} kx_0 \\ ky_0 \\ 0 \\ k \end{bmatrix} \qquad (28-5.2)$$

أو ، في الاحداثيات الديكارتية،

$$\mathbf{w} = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ 0 \end{bmatrix} \qquad (29-5.2)$$

من الواضح أن هذا ليس ما نتوقعه لأنه يعطي $Z=0$ من أجل أية نقطة ثلاثية الأبعاد. المشكلة هنا نتجت عن حقيقة أن رسم منظر ثلاثي الأبعاد على مستوي الصورة هو تحويل كثير–الى–واحد many – to – one transformation. ان نقطة الصورة (x,y) توافق مجموعة النقاط ثلاثية الأبعاد المتسامتة (واقعة على خط واحد) التي تقع على الخط الذي يمر خلال $(x_0,y_0,0)$ و $(0,0,\lambda)$. يحصل على معادلتي هذا الخط في نظام احداثيات العالم من المعادلتين (5.2 – 18) و (5.2 – 19)، أي،

$$X = \frac{x_0}{\lambda}(\lambda - Z) \qquad (30-5.2)$$

و

$$Y = \frac{y_0}{\lambda}(\lambda - Z). \qquad (31-5.2)$$

تبين هاتان المعادلتان أنه ما لم نعرف بعض الشيء عن النقطة ثلاثية الأبعاد التي ولدت نقطة معينة في الصورة (مثلا، احداثيتها Z) فإننا لن نستطيع أن نسترد النقطة ثلاثية الأبعاد من صورتها بشكل كامل. هذه الملاحظة، والتي هي قطعا ليست غير متوقعة، يمكن أن تستعمل لصياغة التحويل المنظوري العكسي باستعمال المركبة z التابعة لـ c_h كمتحول حر بدلا من الصفر " 0 ". وهكذا اذا جعلنا

$$\mathbf{c}_h = \begin{bmatrix} kx_0 \\ ky_0 \\ kz \\ k \end{bmatrix} \qquad (32-5.2)$$

يكون لدينا من المعادلة (5.2 – 25)

$$\mathbf{w}_h = \begin{bmatrix} kx_0 \\ ky_0 \\ kz \\ \frac{kz}{\lambda} + k \end{bmatrix} \qquad (5.2-33\ )$$

الذي بتحويله الى الاحداثيات الديكارتية يعطي

$$\mathbf{w} = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\lambda x_0}{\lambda + z} \\ \frac{\lambda y_0}{\lambda + z} \\ \frac{\lambda z}{\lambda + z} \end{bmatrix} \qquad (5.2-34\ )$$

وبكلمات أخرى فان معاملة z كمتحول حر يعطي المعادلات التالية

$$X = \frac{\lambda x_0}{\lambda + z}$$

$$Y = \frac{\lambda y_0}{\lambda + z} \qquad (5.2-35\ )$$

$$Z = \frac{\lambda z}{\lambda + z}$$

بحل المعادلة الأخيرة بالنسبة لـ z والتبديل بقيم Z ومن ثم التعويض في العلاقتين الأوليتين ينتج لدينا

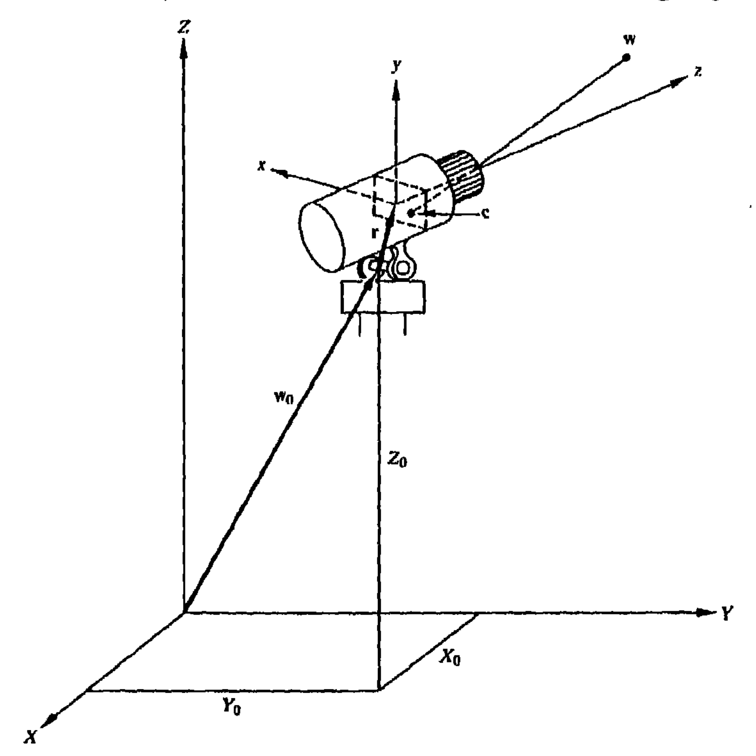
$$X = \frac{x_0}{\lambda}(\lambda - Z) \qquad (5.2-36)$$

$$Y = \frac{y_0}{\lambda}(\lambda - Z), \qquad (5.2-37)$$

وهذا يتفق مع الملاحظة المذكورة أعلاه وهي أن استرداد النقطة ثلاثية الأبعاد من صورتها بواسطة التحويل المنظوري العكسي يتطلب على الأقل معرفة احدى احداثيات عالم النقطة. هذه المسألة سيتم التعرض لها ثانية في القسم (5.2 . 5)

3.5.2 نموذج كاميرا

تحدد المعادلتان (5.2 – 23) و (5.2 – 24) خواص تشكل الصورة عن طريق اسقاط النقاط ثلاثية الأبعاد على مستوي الصورة. وهكذا تشكل هاتان المعادلتان نموذجاً رياضيا أساسيا لكاميرا تصوير. هذا النموذج مبني على افتراض أن نظامي احداثيات الكاميرا والعالم متطابقان . سندرس في هذا القسم مسألة أكثر عمومية يسمح فيها لنظامي الاحداثيات بأن يكونا منفصلين. لكن، الهدف الأساسي المتمثل في الحصول على احداثيات مستوي الصورة لأية نقطة معينة في عالم ما، يبقى نفسه.



الشكل 15.2 هندسة التصوير بنظامي احداثيات (عن Fu, Gonzalez, and Lee, 1987)

هذا الوضع مرسوم في الشكل (15.2)، الذي يبين نظام احداثيات عالم (X, Y, Z) يستعمل لايجاد موقع كلاً من الكاميرا و النقاط ثلاثية الأبعاد (مشارا اليها بـ w). هذا الشكل يبين أيضا نظام احداثيات الكاميرا (x, y, z) ونقاط الصورة (مشارا

اليها بـ c). هنا، يفترض أن الكاميرا محملة على حامل بمحورين يسمح بالحركة الأفقية pan ضمن زاوية θ وبالامالة tilt ضمن زاوية α . في هذه المناقشة، تعرف الحركة الأفقية بالزاوية بين المحورين x و X، و الامالة بالزاوية بين المحورين z و Z. ان انزياح مركز الحامل عن مبدأ نظام احداثيات العالم يرمز له بالمتجه w_0 ، وانزياح مركز مستوي التصوير بالنسبة لمركز الحامل يرمز له بمتجه r بمركبات ثلاثة (r_1, r_2, r_3).

ان المفاهيم التي طورت في القسمين الأخيرين تؤمن جميع الأدوات الضرورية لاشتقاق نموذج كاميرا مبني على الترتيب الهندسي للشكل 15.2 . ان الطريقة هي أن ننقل نظامي احداثيات الكاميرا والعالم إلى وضع المطابقة بتطبيق مجموعة من التحويلات. بعد أن يتم انجاز هذا، ببساطة نطبق التحويل المنظوري المعطى بالمعادلة (5.2 – 22) لنحصل على احداثيات مستوي الصورة لأية نقطة معينة في هذا العالم. بكلمات أخرى فإننا نبسط المسألة أولا الى الترتيب الهندسي المبين في الشكل 14.2 قبل تطبيق التحويل المنظوري.

لنفترض في البداية أن الكاميرا كانت في الوضع العادي، بمعنى أن مركز الحامل ومركز احداثيات مستوي الصورة كانا في مركز نظام احداثيات العالم ، وأن جميع المحاور كانت متطابقة. بدءاً من الوضع العادي، يمكن الحصول على الترتيب الهندسي للشكل 15.2 بعدد من الطرق. نحن نفترض هذا التتابع من الخطوات:

(1) ازاحة مركز الحامل من مركز الاحداثيات ، (2) تحريك المحور x أفقيا ، (3) امالة المحور z، وأخيرا (4) ازاحة مستوي الصورة بالنسبة لمركز الحامل.

من الواضح أن تسلسل الخطوات الميكانيكية التي نوقشت لاتؤثر على نقاط العالم، ذلك لأن مجموعة النقاط المرئية بواسطة الكاميرا بعد أن كانت قد حركت من الوضع العادي مختلفة تماما. لكن، نستطيع ببساطة الحصول على وضع طبيعي ثانية بتطبيق نفس تتابع العمليات بالضبط على جميع نقاط العالم. نظرا لأن الكاميرا في الوضع الطبيعي تحقق شروط ترتيب الشكل 14.2 من أجل تطبيق التحويل المنظوري ، فإن مسألتنا قد بسطت بذلك الى تطبيق مجموعة تحويلات موافقة للخطوات المعطاة أعلاه على كل نقطة من نقاط العالم.

يتم نقل مركز نظام احداثيات العالم الى موضع مركز الحامل باستعمال مصفوفة التحويل المعطاة بالمعادلة التالية:

$$G = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -X_0 \\ 0 & 1 & 0 & -Y_0 \\ 0 & 0 & 1 & -Z_0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad (38-5.2)$$

بكلمات أخرى فإن نقطة عالم متجانس w_h والتي كانت عند الاحداثيات (X_0, Y_0, Z_0) هي عند مبدأ نظام الاحداثيات الجديد بعد التحويل Gw_h .

كما أشرنا سابقاً، ان زاوية التحريك الأفقية تقاس بين المحورين x و X. في الوضع العادي يكون هذان المحوران متطابقين aligned. لكي نحرك المحور x بالزاوية المرغوبة ندوره، ببساطة، بزاوية θ . الدوران يكون بالنسبة للمحور z ويتم ذلك باستعمال مصفوفة التحويل R_θ المعطاة بالمعادلة (5.2 – 9). بكلمات أخرى، ان تطبيق هذه المصفوفة على جميع النقاط (بما فيها النقطة Gw_h) يدور المحور x بشكل فعال الى الموقع المرغوب. عند استعمال المعادلة (5.2 – 9) ، من المهم أن يبقى المصطلح الذي اعتمدناه في الشكل 13.2 واضحا في ذهننا، أي أن الزوايا تعتبر موجبة عندما تدور النقاط باتجاه عقارب الساعة، مما يقتضي دوران الكاميرا بعكس اتجاه عقارب الساعة حول المحور z. الوضع (0°) غير المدور يوافق الحالة التي يكون فيها المحوران x و X متطابقين.

عند هذه النقطة من التصوير، ما يزال المحوران z و Z متطابقين. نظرا لأن الامالة هي الزاوية بين هذين المحورين، فاننا نميل الكاميرا بزاوية بتدوير المحور z بزاوية α. الدوران يكون بالنسبة للمحور x ويتم ذلك بتطبيق مصفوفة التحويل $R\alpha$ المعطاة بالمعادلة (5.2 – 10) على جميع النقاط ر بما فيها النقطة $R_\theta Gw_h$). وكما ذكرنا أعلاه فإن دوران الكاميرا بعكس اتجاه عقارب الساعة يعني الدوران بزوايا موجبة، وعلامة (0°) هي عندما يكون المحوران z و Z متطابقين*.

حسب المناقشة المذكورة في القسم 5.2 – 4، يمكن أن تتعاقب مصفوفتا الدوران

* توجد طريقة مفيدة لتصور هذه التحويلات وذلك ببناء نظام محاور (مثلا، بمنظفات الأنابيب) وترقيم المحاور x و y و z ، و القيام بالتدوير يدوياً، محوراً واحداً في كل مرة.

و تدمجا في مصـفوفة واحدة، $R=R\alpha R\theta$ وينتج بالتـالي من المعـادلتـين (2.5 – 9) و (2.5 – 10) أن

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 & 0 \\ -\sin\theta\cos\alpha & \cos\theta\cos\alpha & \sin\alpha & 0 \\ \sin\theta\sin\alpha & -\cos\theta\sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (39-5.2)$$

وأخيرا، فان ازاحة مركز مستوي الصـورة باستخدام المتجـه r تتم باستخدام مصفوفة التحويل التالية:

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -r_1 \\ 0 & 1 & 0 & -r_2 \\ 0 & 0 & 1 & -r_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (40-5.2)$$

وهكذا فبتطبيق سلسلة التحويلات $CRGw_h$ على w_h نكون قد نقلنا نظامي احداثيات الكاميرا والعالم إلى وضع التطابق . وفي النهاية يتم الحصول على احداثيات مستوي الصورة لنقطة w_h باستخدام المعادلة (2.5 – 23). بكلمات أخرى، ان نقطة عالم متجانس مرئية من قبل كاميرا تحقق الترتيب الهندسي المبين في الشكل 15.2 لها التمثيل المتجانس التالي في نظام احداثيات الكاميرا:

$$\mathbf{c}_h = \mathbf{PCRGw}_h. \quad (41-5.2)$$

هذه المعادلة تمثل تحويلا منظوريا يشتمل على نظامي احداثيات. كما أشرنا في القسم السـابق، نحصـل على الاحداثيين الديكارتيين (x, y) للنقطة المصورة بتقسيم المركبتين الأولى و الثانية لـ c_h على المركبة الرابعة.

ان نشر المعادلة (2.5 – 41) والتحويل الى الاحداثيات الديكارتية يعطي

$$x = \lambda \frac{(X - X_0)\cos\theta + (Y - Y_0)\sin\theta - r_1}{-(X - X_0)\sin\theta\ \sin\alpha + (Y - Y_0)\cos\theta\ \sin\alpha - (Z - Z_0)\cos\alpha + r_3 + \lambda}$$

(42 – 5.2)

و

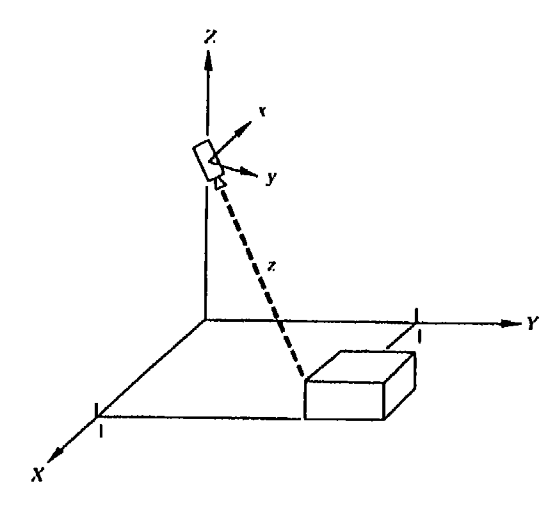
$$y = \lambda \frac{-(X - X_0)\sin\theta\cos\alpha + (Y - Y_0)\cos\theta\cos\alpha + (Z - Z_0)\sin\alpha - r_2}{-(X - X_0)\sin\theta\ \sin\alpha + (Y - Y_0)\cos\theta\ \sin\alpha - (Z - Z_0)\cos\alpha + r_3 + \lambda}$$

(43 – 5.2)

اللذين هما احداثيي الصورة لنقطة w التي احداثيات عالمها (X, Y, Z). يلاحظ أن هاتين المعادلتين تبسطان إلى المعادلتين (2.5 – 18) و (2.5 – 19) عندما يكون

$$r_1 = r_2 = r_3 = 0 \text{ و } X_0 = Y_0 = Z_0 = 0 \text{ و } \alpha = \theta = 0$$

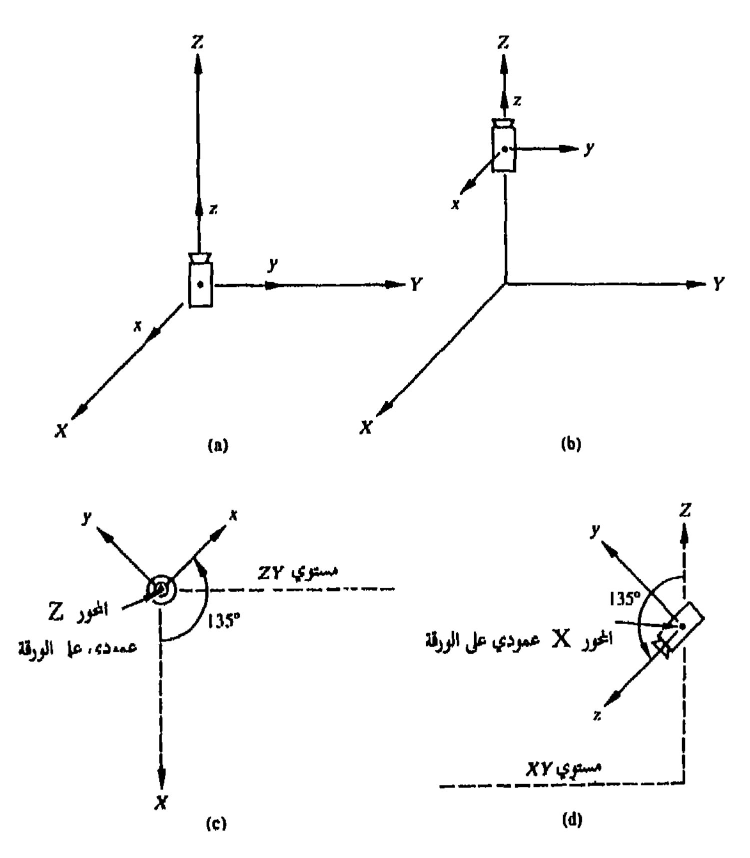
مثال كتوضيح للمفاهيم التي تمت مناقشتها للتو، نفترض أننا نرغب في ايجاد احداثيات الصورة لزاوية الكتلة المبينة في الشكل 2.16 . الكاميرا مزاحة عن المبدأ وترى المشهد بزاوية تحريك أفقية °135 وزاوية امالة °135 . سنتبع المصطلح الذي اعتمدناه أعلاه وهو أن زوايا التحويل تكون موجبة عندما تدور الكاميرا بطريقة معاكسة لاتجاه دوران عقارب الساعة كما ترى عند النظر الى المبدأ على طول محور الدوران.



الشكل 2.16 كاميرا تصور مشهدا ثلاثي الأبعاد (عن Fu, Gonzalez, and Lee 1987)

لنتفحص بالتفصيل الخطوات اللازمة لتحريك الكاميرا من الوضع العادي إلى الترتيب الهندسي المبين في الشكل 2.17 (a) و مزاحة عن المبدأ في الشكل 2.17 (b) . من المهم أن نلاحظ بعد هذه الخطوة أن محاور احداثيات العالم تستعمل فقط لتأسيس مراجع للزوايا. أي أنه بعد ازاحة مبدأ احداثيات العالم، كل الدورانات تحدث حول محاور الكاميرا الجديدة. الشكل 2.17 (c) يبين منظرا على طول محور الكاميرا z لتأسيس التحريك الأفقي. في هذه الحالة يكون دوران الكاميرا حول المحور Z بعكس اتجاه عقارب الساعة بحيث أن نقاط العالم تدور حول هذا المحور بالاتجاه المعاكس، مما

يجعل الزاوية θ موجبة. الشكل 17.2 (d) يبين منظرا، بعد التحريك الأفقي، على طول محور الكاميرا z لتثبيت الامالة. الدوران حول هذا المحور هو بعكس اتجاه عقارب الساعة، مما يجعل الزاوية α موجبة. ان محاور احداثيات العالم مبينة بشكل مشرط في الشكلين الأخيرين للتأكيد على حقيقة أن استعمالها هو فقط لتأسيس مرجع صفري لزوايا التحريك الأفقي والامالة. نحن لانبين في هذا الشكل الخطوة الأخيرة لازاحة مستوي الصورة عن مركز الحامل.



الشكل 17.2 (a) كاميرا في وضع طبيعي. (b) الحامل مزاح عن المبدأ. (c) مراقب ينظر للدوران حول المحور z لتحديد زاوية التحريك الأفقية. (d) نظر المراقب للدوران حول المحور x من أجل الامالة.
(عن Fu, Gonzalez, and Lee 1987).

سنطبق قيم المعلمات التالية على هذه المسألة

$X_0 = 0$ m

$Y_0 = 0$ m

$Z_0 = 1$ m

$\alpha = 135°$

$\theta = 135°$

$r_1 = 0.03$ m

$r_2 = r_3 = 0.02$ m

$\lambda = 35$ mm $= 0.035$ m

إن زاوية الكتلة التي نحن بصددها تقع عند الاحداثيات $(X, Y, Z) = (1, 1, 0.2)$.

لحساب احداثيات الصورة لزاوية الكتلة نقوم ببساطة بتعويض قيم المعلمات المبينة أعلاه في المعادلتين (5.2 – 42) و (5.2 – 43)، أي

$$x = \lambda \frac{-0.03}{-1.53 + \lambda}.$$

وبشكل مشابه

$$y = \lambda \frac{-0.42}{-1.53 + \lambda}.$$

ان تعويض $\lambda = 0.035$ يعطي احداثيي الصورة

$$x = 0.0007 \text{ m} .$$

و

$$y = 0.0009 \text{ m} .$$

نلاحظ أن هذه الاحداثيات جيدة ضمن مستوي تصوير أبعاده 1×1 إنش (0.025×0.025m). إذا استخدمنا، على سبيل المثال، عدسة ببعد بؤري 200 مم يمكن البرهنة بسهولة من النتائج المذكورة أعلاه أن زاوية الكتلة ستكون قد صورت خارج حدود مستو بهذه الأبعاد (أي ستكون واقعة خارج حقل الرؤية الفعال للكاميرا).

أخيراً، نشير إلى أن جميع الاحداثيات التي يحصل عليها باستخدام المعادلتين (5.2 – 42) و (5.2 – 43) هي بالنسبة لمركز مستوي الصورة. من أجل استخدام الاصطلاح الذي اعتمدناه سابقا وهو أن نقطة مبدأ الصورة تقع في زاويتها العليا اليسرى، يلزمنا اجراء تغيير في الاحداثيات.

4.5.2 معايرة الكاميرا

لقد حصلنا في القسم السابق على معادلتين صريحتين لاحداثيي الصورة (x,y) لنقطة عالم ما w. كما هو مبين في المعادلتين (5.2 – 42) و (5.2 – 43) ، يتطلب تنفيذهما معرفة البعد البؤري والانزياحات وزوايا التحريك الأفقي والامالة. في حين أنه في كثير من الأحيان يمكن قياس هذه المعلمات مباشرة، الا أنه من الملائم في أكثرالأحيان (مثلا، عندما تتحرك الكاميرا كثيرا) أن نحدد واحدا أو أكثر من هذه المعلمات مستعملين الكاميرا نفسها كجهاز قياس. يتطلب هذا مجموعة من نقاط الصورة تكون احداثياتها على نظام احداثيات العالم معروفة، واجراء الحساب الذي يستعمل للحصول على معلمات الكاميرا باستعمال هذه النقاط غالبا ما يسمى معايرة الكاميرا camera calibration.

بالرجوع إلى المعادلة (5.2 – 41) ، لندع A=PCRG. إن عناصر المصفوفة A تحتوي جميع معلمات الكاميرا، ونحن نعرف من المعادلة (5.2 – 41) أن ($c_h = Aw_h$). الآن بجعل k=1 في التمثيل المتجانس يمكن أن نكتب

$$\begin{bmatrix} c_{h1} \\ c_{h2} \\ c_{h3} \\ c_{h4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{bmatrix} \qquad (44-5.2)$$

نحن نعرف من المناقشة التي أجريناها في القسمين السابقين أن احداثيي الكاميرا في الشكل الديكارتي يعطيان بالعلاقتين

$$x = c_{h1}/c_{h4} \qquad (45-5.2)$$

و

$$y = c_{h2}/c_{h4}. \qquad (46-5.2)$$

بتعويض $c_{h1}=xc_{h4}$ و $c_{h2}=yc_{h4}$ في المعادلة (5.2 – 44) و نشر جداء المصفوفتين ينتج أن

$$\begin{aligned} xc_{h4} &= a_{11}X + a_{12}Y + a_{13}Z + a_{14} \\ yc_{h4} &= a_{21}X + a_{22}Y + a_{23}Z + a_{24} \\ c_{h4} &= a_{41}X + a_{42}Y + a_{43}Z + a_{44}, \end{aligned} \qquad (47-5.2)$$

حيث أن نشر c_{h3} قد أهمل لأنه متعلق بـ z.

إن تعويض c_{h4} في المعادلتين الأوليتين لـ (5.2 – 47) يعطي معادلتين باثني عشر معامل غير معروف

$$a_{11}X + a_{12}Y + a_{13}Z - a_{41}xX - a_{42}xY - a_{43}xZ - a_{44}x + a_{14} = 0 \quad (48-5.2)$$

$$a_{21}X + a_{22}Y + a_{23}Z - a_{41}yX - a_{42}yY - a_{43}yZ - a_{44}y + a_{24} = 0 \quad (49-5.2)$$

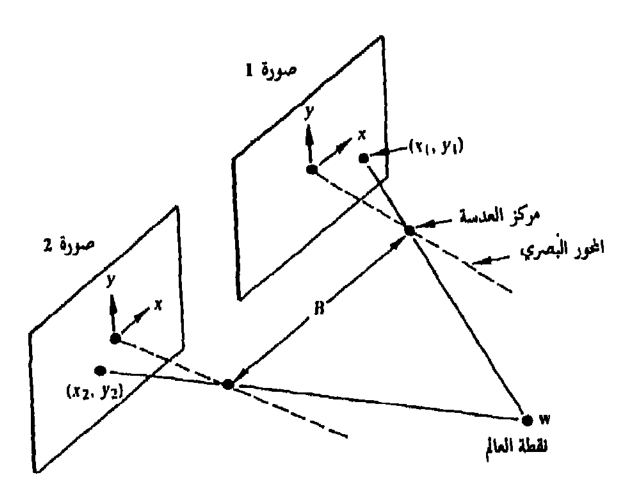
وبالتالي، يتكون اجراء المعايرة من (1) الحصول على $M \geqslant 6$ من نقاط العالم (يوجد هناك معادلتان) باحداثيات معروفة $i=1,2,..,m$ ، (X_i, Y_i, Z_i) ، (2) تصوير هذه النقاط بالكاميرا بوضع معين للحصول على نقاط الصورة الموافقة لها (x_i, y_i) ، $i=1,2,...,m$ ، و (3) استعمال هذه النتائج في المعادلتين (5.2 – 48) و (5.2 – 49) للحل من أجل المعاملات غير المعروفة. يوجد هناك الكثير من الطرق العددية لايجاد الحل الأمثل لنظام خطي كالنظام المعطى بهاتين المعادلتين (انظر، مثلا، [Noble1969]).

5.5.2 التصوير المجسم stereo imaging

لقد نوهنا في القسم 2.5.2 أن رسم مشهد ثلاثي الأبعاد على مستوي صورة هو تحويل كثير – إلى – واحد. أي أن نقطة صورة ما لاتحدد بشكل فريد موقع نقطة العالم الموافقة لها. نبين في هذا القسم أنه يمكن الحصول على معلومات العمق المفقودة باستعمال تقنيات التصوير المجسم (stereoscopic).

كما يبين الشكل 18.2 ، يتضمن التصوير المجسم الحصول على صورتي منظرين منفصلين للجسم الذي يهمنا (نقطة عالم فريدة w في مناقشتنا الحالية).

المسافة بين مركزي العدستين تسمى خط الاساس baseline، والهدف هو ايجاد الاحداثيات (X, Y, Z) للنقطة w التي لدينا احداثيات صورتها (x_1, y_1) و (x_2, y_2) يفترض أن الكاميراتين مماثلتان وأن نظامي الاحداثيات لكلتيهما متراصفان تماما، ومختلفان فقط في موقع مبدئيهما ، وهذا الشرط محقق عادة من الناحية العملية. تذكر اصطلاحنا الذي وضعناه وهو أنه بعد أن يكون نظاما احداثيات الكاميرا والعالم قد جعلا في وضع التطابق، يكون مستوي (xy) للصورة متراصفاً مع مستوي X,Y لنظام احداثيات العالم. عندئذ وتحت هذا الافتراض فإن محور Z لـ w يكون تماما نفس



الشكل 18.2 نموذج لعملية التصوير المجسم. (عن Fu, Gonzalez, and Lee 1987)

المحور لكلا نظامي احداثيات الكاميرتين. افترض أننا نجعل الكاميرا الأولى في وضع التطابق مع نظام احداثيات العالم ، كما هو مبين في الشكل 19.2. عندئذ ومن المعادلة (5.2 − 30)، تقع w على خط احداثييه (الجزئيين)

$$X_1 = \frac{x_1}{\lambda}(\lambda - Z_1), \qquad (50-5.2)$$

حيث دليلي X و Z يشيران الى أن الكاميرا الأولى كانت قد حركت الى مبدأ نظام احداثيات العالم، وتتبعها الكاميرا الثانية و w، ولكن مع ابقاء الترتيب النسبي المبين في الشكل 18.2 . بدلا من ذلك، اذا كانت الكاميرا الثانية قد حركت الى مبدأ نظام احداثيات العالم، عندئذ سيكون لدينا أن w تقع على خط احداثييه (الجزئيين)

$$X_2 = \frac{x_2}{\lambda}(\lambda - Z_2). \qquad (51-5.2)$$

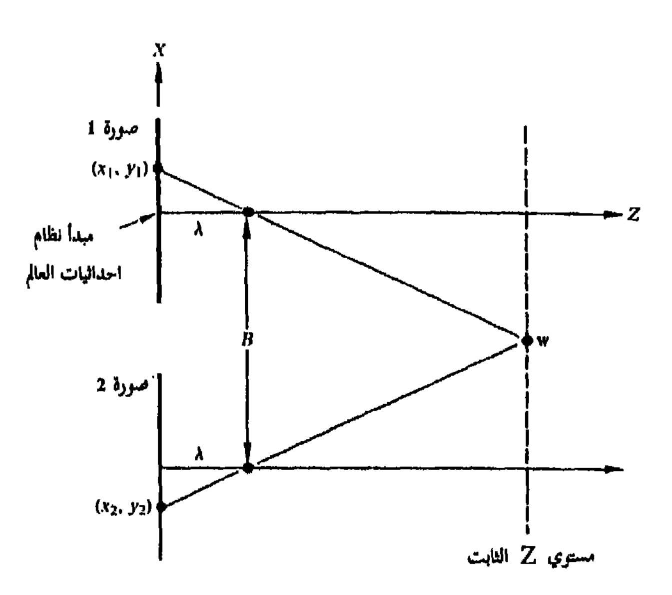
ولكن بسبب الفصل بين الكاميرتين وحقيقة أن الاحداثي z لـ w هو نفسه لكلا نظامي احداثيات الكاميرتين، ينتج أن

$$X_2 = X_1 + B \qquad (52-5.2)$$

و

$$Z_2 = Z_1 = Z, \qquad (53-5.2)$$

حيث، وكما أشرنا أعلاه، B هي مسافة خط الأساس.



الشكل 19.2 منظر علوي للشكل 18.2 مع نقل الكاميرا الثانية الى وضع التطابق مع نظام احداثيات العالم.
(Fu,Gonzalez, and Lee,1987 عن)

إن تعويض المعادلتين (5.2 − 52) و (5.2 − 53) في المعادلتين (5.2 − 50) و (5.2 − 51) يعطي المعادلتين التاليتين

$$X_1 = \frac{x_1}{\lambda}(\lambda - Z) \qquad (54-5.2)$$

و

$$X_1 + B = \frac{x_2}{\lambda}(\lambda - Z). \qquad (55-5.2)$$

إن طرح (5.2 − 54) من (5.2 − 55) والحل بالنسبة لـ Z يعطي العلاقة

$$Z = \lambda - \frac{\lambda B}{x_2 - x_1}, \qquad (56-5.2)$$

التي تدل على أنه اذا كان بالامكان تحديد الفرق بين احداثيي الصورة المتعلقين ببعضهما x_1 و x_2 ، وكان البعد البؤري وخط الأساس معروفين، فان حساب الاحداثي Z لـ w مسألة بسيطة. ان احداثيي العالم X و Y ينتجان عندئذ مباشرة من المعادلتين (5.2−30) و (5.2 − 31) باستعمال اما (x_1, y_1) أو (x_2, y_2) .

إن أصعب مهمة في استعمال المعادلة (5.2 – 56) للحصول على Z هي ايجاد نقطتين متعلقتين ببعضهما في صور مختلفة لنفس المنظر. نظرا لأن هاتين النقطتين تقعان بشكل عام في نفس الجوار، فان الطريقة التي كثيرا ما تتبع هي اختيار نقطة في منطقة صغيرة في أحد مناظر الصورة وبعد ذلك محاولة ايجادالمنطقة الأقرب الى التطابق في المنظر الآخر باستخدام تقنيات الترابط correlation، كما هو مناقش في الفصل الثامن. عندما يحتوي المنظر خصائص مميزة، مثل زوايا بارزة، فان طريقة مطابقة الخصائص تعطى عادة حلا أسرع لتأسيس التماثل.

قبل انهاء هذه المناقشة، نشير الى أن اجراء المعايرة الذي طور في القسم السابق يمكن ببساطة تطبيقه مباشرة على التصوير المجسم بمعاملة الكاميرتين بشكل مستقل.

6.2 فيلم التصوير photographic film

ان الفيلم الضوئي عنصر هام من عناصر أنظمة معالجة الصورة. انه كثيرا ما يستخدم كوسط تسجل فيه صور الدخل، وهو حتى الآن الوسط الأكثر شيوعا لتسجيل نتائج الخرج. لهذه الأسباب نختتم هذا الفصل بمناقشة بعض الخصائص الأساسية لفيلم التصوير الأسود و الأبيض وعلاقتها بتطبيقات معالجة الصورة.

1.6.2 بنية الفيلم و التعرض للضوء

يبين الشكل 20.2 مقطعا لفيلم تصوير نموذجي كما سيبدو تحت التكبير. يتألف الفيلم من الطبقات والمركبات التالية : (1) غطاء علوي من الجلاتين يستعمل للحماية من التآكل والخدش، (2) طبقة حساسة للضوء تتألف من بلورات هاليد الفضة، (3) طبقة تحتية تعزز التصاق الطبقة الحساسة للضوء بقاعدة الفيلم، (4) قاعدة الفيلم مصنوعة من ترياسيتيت السيليلوز أو بوليمر polymer شبيه به، و (5) طبقة داعمة تمنع التجعد.

عندما يعرض الفيلم للضوء، تمتص حبيبات هاليد الفضة الطاقة الضوئية وتخضع لتغير فيزيائي معقد. ان الحبيبات التي تكون قد امتصت كمية كافية تحتوي رقعا دقيقة من الفضة تسمى مراكز التظهير (development centers). عندما يظهر developed الفيلم المعرض للضوء، فان وجود مركز اظهار وحيد في حبيبة هاليد

الشكل 20.2 بنية الفيلم الأسود و الأبيض الحديث.

الفضة يمكن أن يرسب التغير في الحبيبة بكاملها الى معدن الفضة. ان الحبيبات التي لاتحتوي على مراكز اظهار لاتخضع لهذا التغير. بعد الاظهار، يثبت الفيلم بالازالة الكيميائية لحبيبات هاليد الفضة الباقية. كلما كان الضوء الذي يصل منطقة معينة من الفيلم أكبر، كلما كان هاليد الفضة الذي يجعل قابلا للاظهار أكثر وكلما كان راسب الفضة المتشكل هناك أكثف . نظرا لأن حبيبات الفضة داكنة الى حد كبير عند الترددات الضوئية فإن الصورة الرمادية يتم الحصول عليها وقد عكست سوياتها الرمادية، منتجة بذلك الفيلم السالب المألوف .

تتم اعادة العملية للحصول على صورة موجبة. يتم اسقاط اسورة السالبة على ورق حساس يحمل طبقة حساسة للضوء من هاليد الفضة مشابهة لتلك التي استعملت في الفيلم. ان التعرض لمصدر ضوئي ينتج صورة مستندة للصورة السالبة. بعد الاظهار يحمل الورق صورة فضية موجبة. ان تكبير الصورة يتم التحكم فيه باختيار مصدر الضوء وحجم الورق الموجب المستعمل.

2.6.2 خصائص الفيلم film characteristics

ان التبـاين والسـرعـة وقدرة الاستبـانـة resolving power هي موضع اهتمام عملي بالنسبة للمصور. ان فهم أثر هذه المعلمات مهم بشكل خاص في التطبيقات المتخصصة مثل تصوير النتائج التي يتم الحصول عليها من نظام ما لمعالجة الصورة.

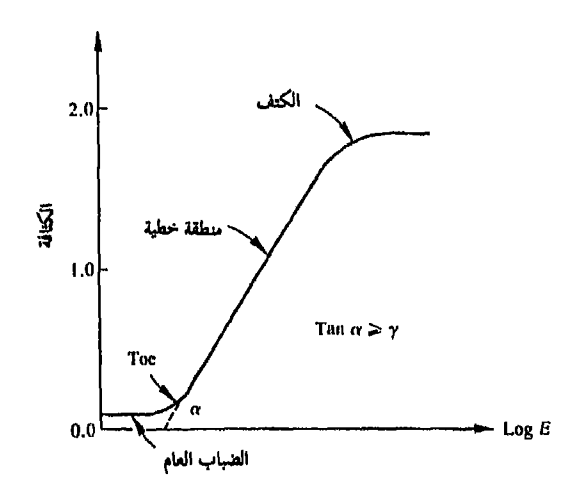
التباين contrast

إن الأفلام ذات التبـاين – العالي تستعيد فروق السويات الرمادية في المشهد كتغـيرات كبيرة في الكثافة في الصورة أما الأفلام ذات التباين– المنخفض فتترجم تغيرات السويات الرمادية كفروق صغيرة في الكثافة. ان التعرض E الذي يعرض فيه الفيلم للضوء يعرف (كطاقة في وحدة المساحة) في كل نقطة من المساحة الحساسة للضوء. يعتمد التعرض على الشدة الساقطة I وزمن التعرض T . ترتبط هاتان الكميتان ببعضهما بالعلاقة التالية

$$E=IT \qquad (1-6.2)$$

إن وصف خصائص الحساسية للضوء الأكثر استعمالا لفيلم التصوير هو رسم بيـاني لكثـافة راسب الفضـة على الفيـلم مقـابل لغـاريتم E. هذه المنحنيات تدعى المنحنيـات المميـزة، منحنيـات D – log – E (الكثـافة مقـابل لوغاريتم التعرض) ، ومنحنيات H&D (عن Hunter and Driffield، اللذان طورا الطريقة).

الشكل 21.2 يبين منحني H&D نموذجي لفيلم تصوير سالب. عندما يكون التعرض أقل من سوية معينة، تكون الكثافة مستقلة عن التعرض وتساوي قيمة دنيا تدعى الضباب العام gross fog . في مقدمة المنحني toe تبدأ الكثافة بالزيادة مع زيادة التعرض. يلي ذلك منطقة من المنحني تتناسب الكثافة فيها خطيا مع لغاريتم التعرض. يشار الى ميل هذه المنطقة الخطية بـ غاما الفيلم (γ) film gamma. وأخيرا، يتشبع المنحني في منطقة تدعى الكتف sholder، وبعدها لاتوجد أية زيادة مع زيادة التعرض. ان قيمة غاما هي قياس لتباين الفيلم: كلما كان الميل أكثر انحدارا، كلما أصبح التباين أكبر. إن الأفلام ذات التباين المتوسط التي تستعمل للأغراض العامة لها غاما بين 0.7 و 1.0 . الأفلام ذات التبـاين العـالي لها غاما من مرتبة 1.5 إلى 10 . وكقاعدة، فان الأفلام ذات غاما منخفضـة نسبيـا تستعمـل من أجل استعـادة السويات الرمادية المستمرة contineous tone. أما الأفلام ذات التبـاين العـالي فتستعمـل في خطوط تصوير النسخ الأصلية، والتطبيقات المتخصصة الأخرى.



الشكل 21.2 منحني H&D نموذجي

السرعة

إن سرعة الفيلم تحدد مقدار الضوء اللازم لانتاج كمية محددة من الفضة عند الاظهار development. كلما كانت السرعة منخفضة، كلما كان التعرض اللازم لتسجيل صورة ما أكبر. ان المعيار الأكثر استخداما للسرعة هو معيار ASA.

إن هذا المعيار حسابي حيث يتناسب رقم السرعة بشكل مباشر مع حساسية الفيلم. إن فيلماً حساسيته ASA200 أسرع مرتين (و لغرض معين يحتاج نصف مقدار التعرض) من فيلم ASA100 . ان بعض معايير السرعة مثل الـ DIN المستخدم في أوربا هي معـايير لوغاريتمية. ان كل زيادة بمقدار ثلاثة في رقم سرعة الـ DIN تضـاعف السرعة الفعلية. فالفيلم من نوع ASA50 مكافىء لـ DIN18، و ASA100 مكافىء لـ DIN21، وهكذا.

إن أفلام التصوير في الهواء الطلق وبعض أفلام التصوير داخل المباني لها سرعات بين ASA80 و ASA160 و أفلام الحبيبات الدقيقة المخصصة من أجل صور بتفاصيل قصوى تقع سرعتها بين ASA20 و ASA64، و أفلام السرعات العالية من أجل الضوء الضعيف والتصـوير داخل المبـاني تقع سـرعتها بين ASA200 و ASA500، وأفلام

السرعات فوق العالية من أجل الضوء الضعيف جدا سرعتها تكون من ASA650 فما فوق.

التحبحب Graininess

إن الصورة المشتقة من بلورات هاليد الفضة ذات بنية متقطعة. وهذا ما يعطي مظهراً حبيبياً في حال تكبير الصورة بشكل كبير. إن هذا الأثر أكثر بروزا في الأفلام السريعة التي لها بلورات كبيرة نسبياً، أما الأفلام الأبطأ فتكون حبيبات رواسبها أكثر انتظاماً وبالتالي فهي مفضلة في التطبيقات التي تكون فيها التفاصيل الدقيقة مرغوبة أو يكون تكبير النسخ السالبة فيها ضروريا.

قدرة الاستبانة resolving power.

إن دقة التفاصيل التي يستطيع الفيلم تبينها لاتعتمد على تحببه فقط ولكن تعتمد أيضا على خصائص تناثر الضوء للراسب وعلى التباين الذي يستعيد الفيلم فيه التفصيل الدقيق. الأفلام ذات الحبيبات الناعمة براسب قليل السماكة تسمح بقدرة استبانة عالية.

3.6.2 اعداد الغشاء الحاجز والمغلاق diaphram and shutter setting

بغض النظر عن الفيلم المستخدم فان الاعداد الصحيح للكاميرا أمر جوهري للحصول على صور مقبولة. ان الاعداد الأساسي للكاميرا يتضمن أمرين أساسيين، فتحة الغشاء الحاجز للعدسة وسرعة المغلاق. توجد في الغشاء الحاجز للعدسة سلسلة من الشفرات تنقص أو تزيد قياس الفتحة للتحكم في كمية الضوء المار عبر العدسة إلى الفيلم. ان حلقة التحكم بالغشاء معايرة بقياس ما يسمى أرقام *f*، أو أرقام الايقاف بشكل متسلسل مثل :

1.4, 2, 2.8, 4, 5.6, 8, 11, 16, 22, 32

إن ارقام *f* تتناسب عكسيا مع كمية الضوء المسموح لها بالمرور. كل وضع في السلسلة

المذكورة أعلاه، يسمح لكمية من الضوء تساوي ضعف الكمية التي تسمح بها القيمة الأعلى التالية (و هكذا تعطي تعرضا أعلى بمرتين و نصف الكمية التي تسمح بها القيمة الأخفض التالية). إن قيم ضبط سرعة المغلاق في كاميرات هذه الأيام تتبع معيار سلسلة الضعف أو النصف. السرع النموذجية هي:

1, 112, 114, 118, 1/15, 1/30, 1/60, 1/125, 1/500, 1/1000

ثانية. كلما كبرت سرعة المغلاق كلما قصر التعرض الناتج. الغشاء الحاجز والمغلاق يتحكمان بكمية الضوء الواصلة الى الفيلم بضبط شدة الضوء والوقت الذي يؤثر خلاله. وهكذا فان هناك عدة تركيبات من الفتحة وسرعة المغلاق تعطي نفس التعرض. مثلا، f/2.8 مع 1/250 ثانية ،و f/4 مع 1/125 ثانية، و f/5.6 مع 1/60 ثانية ستعطي نفس التعرض. ولكن مايجب ملاحظته هو أن التركيبات المختلفة التي تم اختيارها للغشاء وسرعة المغلاق غير مستقلة عن الشروط التي تؤخذ عندها الصورة. فعلى سبيل المثال، عندما نصور مشهدا يكون فيه عمق التبئير موضع اهتمامنا فان الـ f-stop يجب أن تختار أعلى ما يمكن لاعطاء العدسة خاصية الفتحة - الدقيقة pin-hole. من أجل فيلم معين، يحد هذا الاعتبار من مدى سرعات المغلاق التي تنتج تعرضا كافيا. في تطبيقات أخرى تكون سرعة المغلاق هي الاعتبار الأساسي. إن مسألة تصوير شاشة التلفزيون هي مثال لاحدى مشاكل معالجة الصور. في هذه الحالة يجب أن تضبط سرعة المغلاق بحيث تكون أقل من معدل تجديد محتوى شاشة التلفزيون (1/30 ثانية للاطار) والا فان معلومات الارتداد الخلفي التي لاتراها العين لسرعتها ستسجل على الفيلم. نموذجيا، 1/8 ثانية يكون كافيا على الرغم من أن سرعات أخفض تستعمل أحيانا. ان كثيرا من الصور الموجودة في هذا الكتاب على سبيل المثال قد تم تصويرها عند 1/4 ثانية باستعمال فيلم كوداك Panatom ic-X ذي الحبيبات الناعمة (ASA32). أما ضبط الغشاء فقد تم تحديده باستعمال قياس التعرض لقياس شدة الضوء لكل صورة.

7.2 ملاحظات ختامية

ان المواد الموجودة في هذا الفصل هي معلومات تمهيدية عامة من أجل

المناقشات التالية. ان معالجتنا لنظام الابصار لدى الانسان وعلى الرغم من أنه مقتضب، يجب أن يعطي القارىء فكرة أساسية عن امكانيات العين لادراك المعلومات التصويرية. بشكل مشابه فإن نموذج الصورة الذي طور في القسم 2.2 مستخدم في الفصل الرابع كأساس لتقنية تحسين الصورة المسماة الترشيح المبني على تماثل الشكل homomorphic filtering. ان أفكار الاعتيان التي قدمت في القسم 3.2 مأخوذة بعين الاعتبار في القسم 9.3.3 بعد تطوير الأدوات الرياضية الضرورية من أجل دراسة تحليلية أعمق لهذه المسألة. ان اعتبارات الاعتيان والتكمية تلعب دورا مركزيا في الفصل السادس في سياق تطبيقات ترميز الصور حيث أن المشكلة هي ضغط كميات ضخمة من المعلومات ناتجة عن رقمنة الصور.

المادة الموجودة في القسم 4.2 أساسية لفهم تقنيات عديدة لمعالجة الصور مدروسة في الفصول اللاحقة. مفاهيم هندسة التصوير التي طورت في القسم 5.2 تلعب دورا هاما في الحالات التي يجب أن نربط فيها بين معلومات المشهد ثلاثية الأبعاد مع صور تم الحصول عليها بالكاميرا، و ستعالج بالتالي بواسطة الحاسوب.

مراجع

إن المواد التي عرضت في القسمين 1.1.2 و 2.1.2 مبنية بشكل أساسي على كتب Graham [1965]و Cornsweet [1970]. ويمكن أن توجد قراءات اضافية من أجل القسم 3.1.2 في

stevens [1951] و Sheppard, Stratton and Gazely [1969] و Sheppard [1968]. ان نموذج الصورة الذي عرض في القسم 2.2 تم بحثه من قِبَل

Oppenheim, Shafer and Stockham [1968]

فيا يتصل بتطبيقات تحسين الصورة. ان المراجع التي استخدمت من أجل قيم الانارة والانعكاسية التي استعملت في ذلك القسم هي

Moon [1961] و The IES Lighting Handbook [1972]

ان بعض المواد المدرجة في القسم 3.2 مبنية على عمل هوانغ Huang [1965] .

إن مقالات Scoville [1965] و Gavin, Tavitian, and Harabedian [1970] هي أيضا موضع اهتمام. هذا ويمكن ايجاد مواد اضافية للقراءة من أجل القسم 4.2 في Toriwaki et al. [1979] و في Rosenfeld and Kack[1982] .

القسم 5.2 هو من الكتاب الذي ألفه Fu, Gonzales and Lee [1987]. مراجع القسم 6.2 هي Mees [1966] و Perrin [1960] و Nelson [1971] ،

و Kodak plates and films for scientific photography [1973].

مسائل

1.2 افترض أن مساحة مستوية مركزها (x_0, y_0) تمت اضاءتها بواسطة منبع ضوئي يعطي توزع شدته بالعلاقة

$$i(x, y) = Ke^{-[(x-x_0)^2+(y-y_0)^2]}.$$

فإذا كانت الانعكاسية لهذه المساحة تعطى بالعلاقة

$$r(x, y) = 10(x - x_0) + 10(y - y_0) + 20.$$

ماهي قيمة K التي تنتج كثافة صورة قدرها 100 عند (x_0, y_0)؟

2.2 افترض أن المساحة المذكورة في 1.2 لها الآن انعكاسية ثابتة تساوي 1 ، و لتكن K=255. إذا رقمنت الصورة باستخدام n بتا bits لكثافتها، والعين تستطيع كشف تغير حاد لثمانية ظلال للكثافة بين عناصر الصورة المتجاورة، ماهي قيمة n التي ستسبب كفافات زائفة مرئية؟

3.2 ارسم كيف ستبدو الصورة في المسألة 2.2 من أجل n=2.

4.2 ان معدل البود baudrate قياس شائع لارسال المعلومات الرقمية. ويعرف بأنه عدد البتات المرسلة في الثانية. بشكل عام يتم الارسال بشكل رزم تتألف من بت البداية start – bit و بايت (8 – bits) من المعلومات وبت الايقاف stop bit. باستعمال هذه الطريقة أجب على الأسئلة التالية:

(آ) كم دقيقة سيستغرق ارسال صورة أبعادها 512×512 و فيها 256 سوية رمادية عند سرعة 300 بود؟

(ب) كم سيكون الزمن اللازم عند 9600 بود؟

(ج) أعد (آ) و (ب) من أجل صورة 1024×1024 و 256 سوية رمادية.

5.2 (آ) بين أن المسافة الرباعية بين النقطتين p و q تساوي أقصر ممر رباعي بين النقطتين.

(ب) هل هذا الممر وحيد؟

6.2 ليكن لدينا جزء الصورة المبين أدناه

(آ) لتكن {0,1}= V احسب المسافات D_4 , D_8 , D_m بين النقطتين p و q.

(ب) أعد (آ) من أجل {1,2} = V

3	1	2	1(q)
2	2	0	2
1	2	1	1
(p)1	0	1	2

7.2 لتكن لدينا مجموعتي الصورة الجزئيتين S_1 و S_2 المبينتان أدناه. إذا كانت {1}=V ، حدد ما اذا كانت S_1 و S_2 متصلتان: (آ) رباعيا، (ب) ثمانيا (c) بشكل مختلط.

	S_1				S_2				
0	0	0	0	0	0	0	1	1	0
1	0	0	1	0	0	1	0	0	1
1	0	0	1	0	1	1	0	0	0
0	0	1	1	1	0	0	0	0	0
0	0	1	1	1	0	0	1	1	1

8.2 (آ) أعط مصفوفة التحويل التي تستعمـل لتدوير الصورة بـ°45 باتجاه عقارب الساعة.

(ب) كيف سيستعمل هذا التحويل للحصول على الدوران المرغوب؟

(ج) استعمل المصفوفة التي حصلت عليها في (آ) لتدوير نقطة الصورة التالية $(x, y) = (1,0)$.

9.2 حدد ما اذا كانت نقطـة العـالم التي احداثياتها ($1/2, 1/2, \sqrt{2}/2$) على المحور البصري لكاميرا تقع عند ($0, 0, \sqrt{2}$) و محركة أفقيا بزاوية °135 ومِمالة بزاوية °135 . افترض أن العدسة 50mm و اعتبر أن $r_1 = r_2 = r_3 = 0$.

10.2 ابدأ بالمعادلة (5.2 – 41) واشتق المعادلتين (5.2 – 42) و (5.2 – 43).

11.2 عدل اجراء الـ ALU المعطى في القسم 4.4.2 لاستبدال كل عنصر في الصورة بمتوسط جيرانه الأربعة. لاتدخل العنصر نفسه في حساب المتوسط.

12.2 ان النافذة 3×3 المبينة أدناه غالبا ما تستخدم لحساب المشتق باتجاه x عند كل نقطة من الصورة

$$\begin{matrix} -1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{matrix}$$

أكتب اجراء ALU لتنفيذ هذه العملية.

الفصل الثالث

تحويلات الصورة

> *ولا تكن ملتزما بهذا العالم: ولكن كن متحولا بتجديد عقلك....*
>
> **Romans: 12.2**

ان المادة الموجودة في هذا الفصل تبحث، في المقام الأول، في تطوير التحويلات ثنائية – الأبعاد وخصائصها . لقد لعبت نظرية التحويل Transform theory دوراً أساسياً في معالجة الصورة لعدة سنوات، وتتابع كونها نقطة اهتمام في الأعمال النظرية بالاضافة الى التطبيقات العملية في هذا المجال. ان التحويلات ثنائية – الأبعاد مستخدمة في الفصول التالية من أجل تحسين الصورة و استعادتها و ترميزها ووصفها.

على الرغم من أن التحويلات الأخرى مناقشة ببعض التفصيل في هذا الفصل، فقد ركزنا على تحويل فورييه بسبب المدى الواسع لتطبيقاته في مسائل معالجة الصورة. في القسم 1.3 نستعرض تحويل فورييه لمتحول مستمر واحد ولمتحولين مستمرين اثنين. بعد ذلك نعرض الشكل المتقطع discrete لهذه المفاهيم في القسم 2.3 . في القسم 3.3 نطور عدة خصائص هامة لتحويل فورييه ثنائي الأبعاد ونوضحها. يلي هذا القسم تطوير خوارزمية تحويل فورييه السريع fast Fourier transform algorithm الذي يمكن أن يستخدم لتخفيض عدد العمليات الحسابية الى جزء فقط من تلك اللازمة لتنفيذ تحويل فورييه المتقطع بالطرق المباشرة. القسم 5.3 يبحث في تطوير تحويلات والش Walsh و هادامارد Hadamard، والتجيب المتقطع Discrete Cosine والقسم 6.3 يعرض تحويل هوتيللينغ Hotelling. أخيرا، القسم 7.3 يبحث في تطوير تحويل هاف Hough وبعض تطبيقاته.

1.3 مدخل إلى تحويل فوريه

لتكن $f(x)$ دالة مستمرة لمتحول حقيقي x. ان تحويل فوريه لـ $f(x)$، مشار اليه بـ $\Im\{f(x)\}$، يعرف بالمعادلة التالية:

$$\Im\{f(x)\} = F(u) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \exp[-j2\pi ux]\, dx \qquad (1-1.3)$$

حيث $j = \sqrt{-1}$

إذا أعطينا $F(u)$، فإن $f(x)$ يمكن الحصول عليها باستخدام تحويل فوريه العكسي inverse Fourier transform

$$\Im^{-1}\{F(u)\} = f(x) = \int_{-\infty}^{\infty} F(u) \exp[j2\pi ux]\, du \qquad (2-1.3)$$

يمكن البرهنة على أن المعادلتين (1.3 – 1) و (1.3 – 2)، اللتين تسميان "زوج تحويل فوريه" Fourier transform pair، موجودتان إذا كانت $f(x)$ مستمرة وقابلة للتكامل و كانت $F(u)$ قابلة للتكامل. ان هذه الشروط، على الأغلب، محققة دائمًا من الناحية العملية. سنهتم في هذا الكتاب بالدوال $f(x)$ الحقيقية. ولكن تحويل فوريه لدالة حقيقية real هو في الغالب عقدي complex، أي:

$$F(u) = R(u) + jI(u) \qquad (3-1.3)$$

حيث $R(u)$ و $I(u)$ هما المركبتان الحقيقية والتخيلية لـ $F(u)$. من الملائم أحيانا التعبير عن المعادلة (1.3 – 3) بالشكل الأسي:

$$F(u) = |F(u)|e^{j\phi(u)} \qquad (4-1.3)$$

حيث

$$|F(u)| = [R^2(u) + I^2(u)]^{1/2} \qquad (5-1.3)$$

و

$$\phi(u) = \tan^{-1}\left[\frac{I(u)}{R(u)}\right] \qquad (6-1.3)$$

إن دالة المطال magnitude $|F(u)|$ تسمي طيف فورييه لـ $f(x)$ ، و $\phi(u)$ هي زاوية طورها phase angle. يشار عادة الى مربع الطيف المعطى بما يلي

$$E(u) = |F(u)|^2 \qquad (7-1.3)$$
$$= R^2(u) + I^2(u)$$

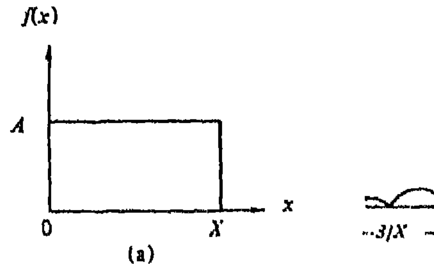
بطيف القدرة power spectrum لـ $f(x)$. يستخدم المصطلح «الكثافةالطيفية» spectral density أيضاً بشكل شائع للاشارة إلى طيف القدرة.

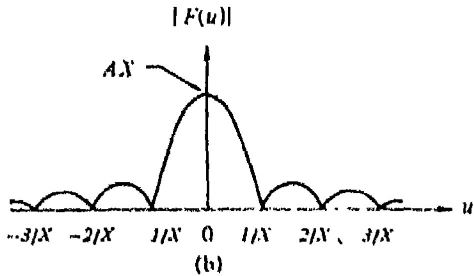
إن المتحول u الذي يظهر في تحويل فورييــه يسـمى عـادة متحول التردد frequency variable. ان هذا الاسم أتى من حقيقة أنه باستعمال صيغة أولر Euler's formula ، يمكن التعبير عن الحد الأسي exponential term بالشكل التالي :

$$\exp[-j2\pi ux] = \cos 2\pi ux - j \sin 2\pi ux \qquad (8-1.3)$$

إذا فسرنا التكامل الموجود في المعادلة (1.3 – 1) بأنه جمع محدود لحدود منفصلة، فانه من الواضح أن $F(u)$ يتألف من مجموع لانهائي من حدود الجيب والتجيب، وأن كل قيمة لـ u تحدد تردد زوج الجيب – تجيب التابع له.

مثال: تأمل الدالة البسيطة المبينة في الشكل 1.3 (a) . يتم الحصول على تحويل فورييه التابع لها من المعادلة (1.3 – 1) كمايلي :





الشكل 1.3 دالة بسيطة وطيف فورييه التابع لها.

$$F(u) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \exp[-j2\pi ux]\, dx$$

$$= \int_{0}^{X} A \exp[-j2\pi ux]\, dx$$

$$= \frac{-A}{j2\pi u} \left[e^{-j2\pi ux}\right]_0^X = \frac{-A}{j2\pi u} \left[e^{-j2\pi uX} - 1\right]$$

$$= \frac{A}{j2\pi u} \left[e^{j\pi uX} - e^{-j\pi uX}\right] e^{-j\pi uX}$$

$$= \frac{A}{\pi u} \sin(\pi uX)\, e^{-j\pi uX}$$

هذا التحويل هو دالة عقدية. يعطى طيف فورييه لهذه الدالة بالعلاقة:

$$F(u) = \frac{A}{\pi u} \sin(\pi uX) \quad e^{-j\pi uX}$$

$$= AX \quad \frac{\sin(\pi uX)}{(\pi uX)}$$

الشكل 1.3 (b) يبين رسما للطيف $|F(u)|$.

يمكن توسيع تحويل فورييه بسهولة إلى دالة لمتحولين $f(x, y)$. إذا كانت $f(x, y)$ مستمرة وقابلة للتكامل ، وكانت $F(u, v)$ قابلة أيضاً للتكامل، فإن زوج فورييه التالي موجود:

(9 – 1.3)

$$\Im\{f(x,y)\} = F(u,v) = \iint_{-\infty}^{\infty} f(x,y) \exp[-j2\pi(ux+vy)]\, dx\, dy$$

و

(10 – 1.3)

$$\Im^{-1}\{F(u,v)\} = f(x,y) = \iint_{-\infty}^{\infty} F(u,v) \exp[j2\pi(ux+vy)]\, du\, dv$$

حيث أن u و v هما متحولا التردد.

كما في الحالة أحادية–البعد، يعطى طيف فورييه والطور وطيف القدرة بالعلاقات التالية، على التوالي:

$$|F(u,v)| = [R^2(u,v) + I^2(u,v)]^{1/2} \qquad (11-1.3)$$

$$\phi(u,v) = \tan^{-1}\left[\frac{I(u,v)}{R(u,v)}\right] \qquad (12-1.3)$$

و

$$E(u,v) = R^2(u,v) + I^2(u,v) \qquad (13-1.3)$$

مثال: يعطى تحويل فورييه للدالة المبينة في الشكل 2.3 (a) كما يلي:

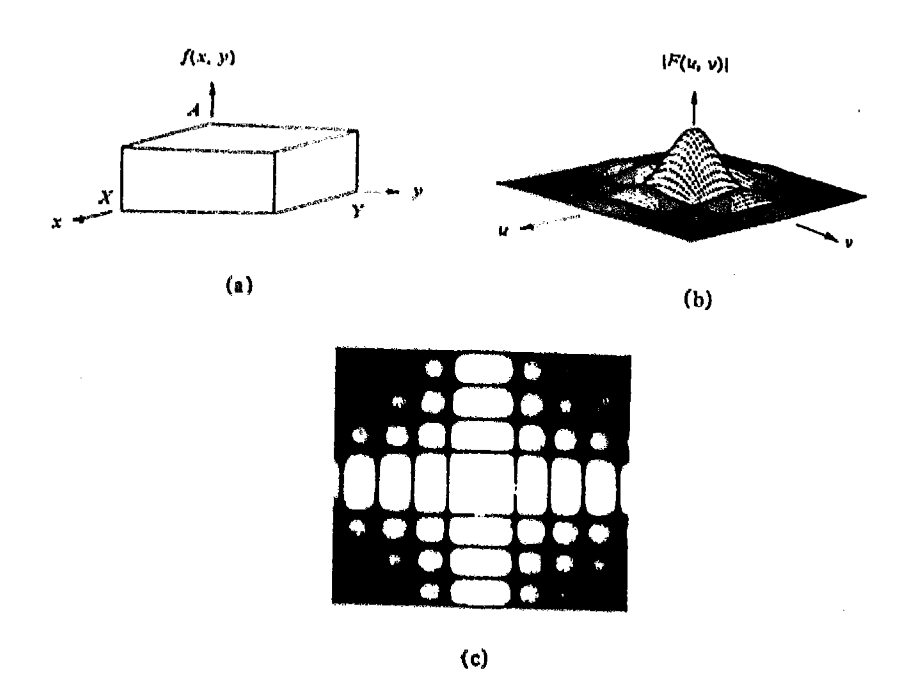
$$F(u,v) = \iint_{-\infty}^{\infty} f(x,y) \exp[-j2\pi(ux+vy)]\, dx\, dy$$

$$= A\int_0^X \exp[-j2\pi ux]\, dx \int_0^Y \exp[-j2\pi vy]\, dy$$

$$= A\left[\frac{e^{-j2\pi ux}}{-j2\pi u}\right]_0^X \left[\frac{e^{-j2\pi vy}}{-j2\pi v}\right]_0^Y$$

$$= \frac{A}{-j2\pi u}\left[e^{-j2\pi uX} - 1\right]\frac{1}{-j2\pi v}\left[e^{-j2\pi vY} - 1\right]$$

$$= AXY\left[\frac{\sin(\pi uX)\, e^{-j\pi uX}}{(\pi uX)}\right]\left[\frac{\sin(\pi vY)\, e^{-j\pi vY}}{(\pi vY)}\right]$$



الشكل 2.3 (a) دالة ثنائية– الأبعاد، و (b) طيف فورييه التابع لها، و (c) الطيف مبين كدالة كثافة.

يعطى الطيف كما يلي

$$|F(u, v)| = AXY\left|\frac{\sin(\pi uX)}{(\pi uX)}\right|\left|\frac{\sin(\pi vY)}{(\pi vY)}\right|$$

الشكل 2.3 (b) يبين رسماً منظورياً ثلاثي – الأبعاد لهذه الدالة. الشكل 2.3 (c) يبين الطيف كدالة كثافة حيث أن اللمعان يتناسب مع اتساع $|F(u, v)|$ الشكل

3.3 يبين أمثلة أخرى لدوال ثنائية و طيوفها. في هذه الحالة، $f(x, y)$ و $|F(u, v)|$ كلاهما مبينان كصور.

2.3 تحويل فورييه المتقطع the discrete Fourier transfor

افترض أن دالة مستمرة $f(x)$ قد تم تقطيعها الى تتابع

$\{f(x_0), f(x_0 + \Delta x), f(x_0 + 2\Delta x), ..., f(x_0 + [N-1]\Delta x)\}$

بأخذ N عينة متباعدة عن بعضها بوحدات مقدار كل منها Δx ، كما هو مبين في الشكل 4.3 . سيكون من الملائم في الاشتقاقات اللاحقة أن نستعمل x اما كمتحول مستمر أو كمتحول متقطع، وذلك اعتمادا على محتوى المناقشة. يمكن أن نفعل هذا بتعريف $f(x)$ كما يلي:

$$f(x) = f(x_0 + x\,\Delta x) \tag{1-2.3}$$

حيث تأخذ x الآن القيم المقطعة التالية $0, 1, 2, ..., N-1$ بكلمات أخرى، سنستعمل التتابع $\{f(0), f(1), f(2), ..., f(N-1)\}$ للدلالة على أية N عينة متباعدة بانتظام مأخوذة من دالة مستمرة مقابلة.

مع الاحتفاظ بهذه الملاحظة في ذهننا، يكون لدينا أن زوج تحويل فورييه المتقطع الذي يستعمل من أجل الدوال المعتانة sampled functions ، يعطى بالعلاقتين التاليتين:

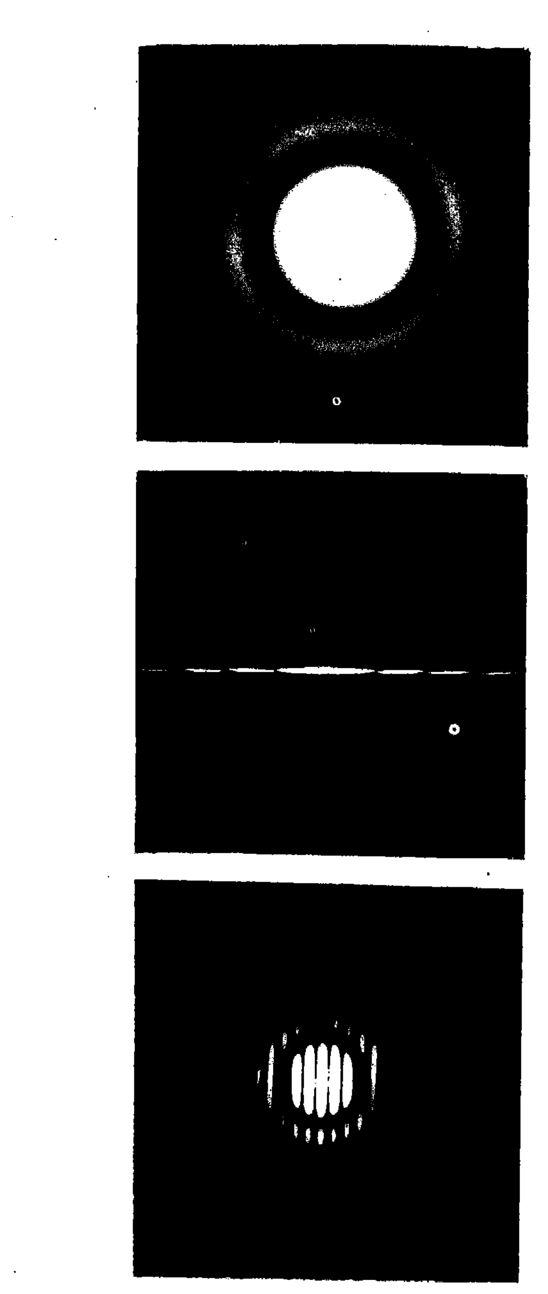
$$F(u) = \frac{1}{N} \sum_{x=0}^{N-1} f(x) \exp[-j2\pi ux/N] \tag{2-2.3}$$

من أجل $u=0,1,2,...,N-1$ ، و

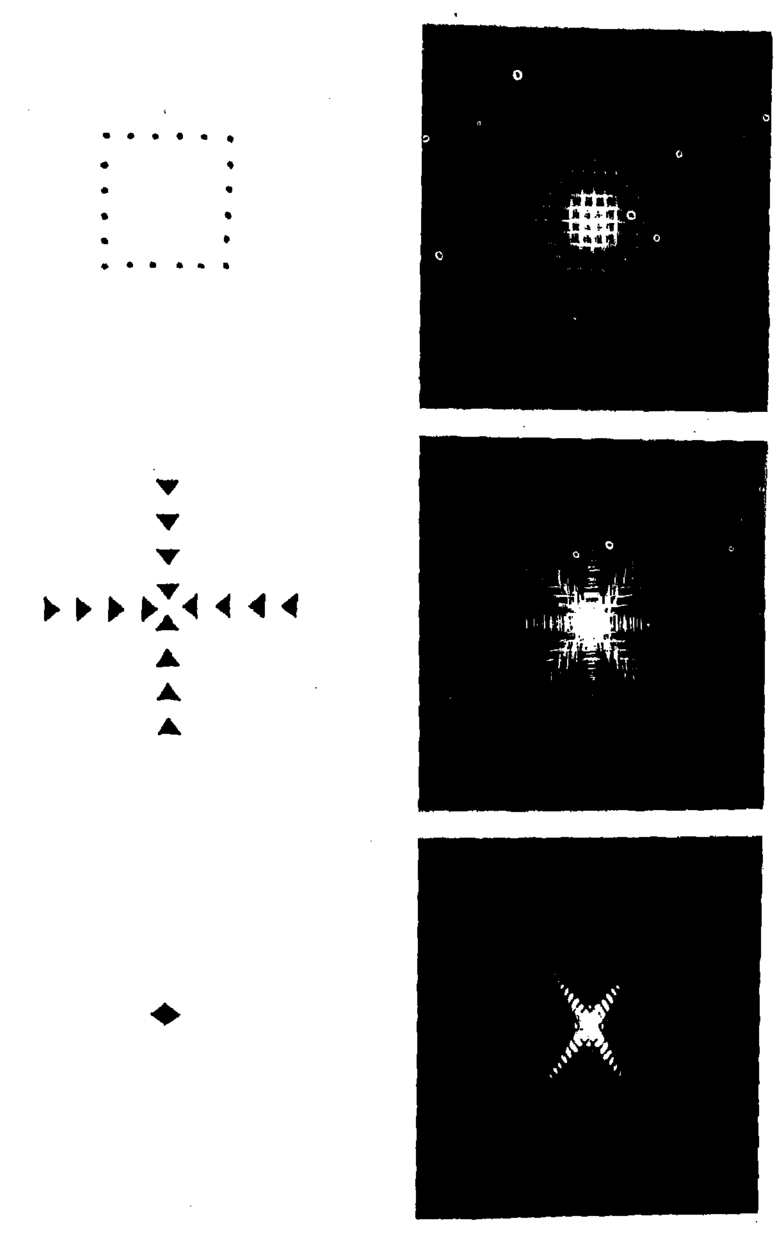
$$f(x) = \sum_{u=0}^{N-1} F(u) \exp[j2\pi ux/N] \tag{3-2.3}$$

من أجل $x=0,1,2,...,N-1$.

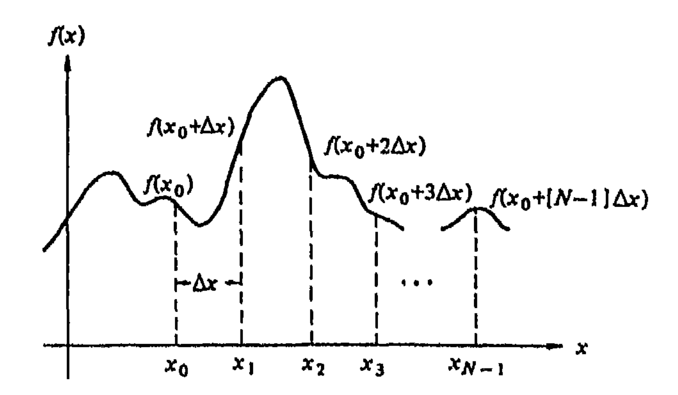
* إن برهان صحة هذه النتائج يقع خارج نطاق هذه المناقشة. إن البراهين المتعلقة بتحويلي فورييه المستمر والمتقطع يمكن أن توجد في Blackman and Tukey [1958] و Cooley, Lewis, and Welsh [1967] و Brigham [1974].



الشكل 3.3 بعض الدوال ثنائية – الابعاد وطيوف فوربيه التابعة لها.



الشكل 3.3 (تتمة)



الشكل 4.3 اعتيان دالة مستمرة

إن القيم $u=0,1,2,...,N-1$ في تحويل فورييه المتقطع المعطى بالمعادلة (2−2.3) تقابل عينات من التحويل المستمر عند القيم $0, \Delta u, 2\Delta u, ..., (N-1)\Delta u$ بكلمات أخرى، نحن ندع $F(u)$ يمثل $F(u\Delta u)$. هذه الملاحظة شبيهة بتلك التي استعملت من أجل $f(x)$ المتقطعة،باستثناء أن عينات $F(u)$ تبدأ عند مبدأ محور احداثي التردد. يمكن اثبات أن Δu و Δx ترتبطان ببعضهما بالعلاقة التالية

$$\Delta u = \frac{1}{N\,\Delta x} \qquad (4-2.3)$$

في حالة المتحولين، يعطى زوج تحويل فورييه بالمعادلتين التاليتين

$$F(u,v) = \frac{1}{MN}\sum_{x=0}^{M-1}\sum_{y=0}^{N-1} f(x,y)\exp[-j2\pi(ux/M + vy/N)] \qquad (5-2.3)$$

من أجل $u=0,1,2,...,M-1$ ، $v=0,1,2,...,N-1$ و

$$f(x,y) = \sum_{u=0}^{M-1}\sum_{v=0}^{N-1} F(u,v)\exp[j2\pi(ux/M + vy/N)] \qquad (6-2.3)$$

من أجل $x=0,1,2,\ldots,M-1$، و $y=0,1,2,\ldots,N-1$.

إن اعتيان دالة مستمرة هو الآن في شبكة ثنائية – الأبعاد بتقسيمات Δx و Δy على المحورين الاحداثيين x و y، على التوالي. كما في الحالة أحادية – البعد، تمثل الدالة المتقطعة $f(x, y)$ عينات من الدالة $f(x_0 + x\Delta x, y_0 + y\Delta y)$ من أجل $x=0,1,2,\ldots,M-1$، و $y=0,1,2,\ldots,N-1$. هذا وتصح تعليقات مشابهة لهذه على $F(u, v)$. إن تقسيمات شبكة الاعتيان في المجالين الحيزي والترددي ترتبطان ببعضهما بالعلاقتين التاليتين

$$\Delta u = \frac{1}{M\Delta x} \qquad (7-2.3)$$

و

$$\Delta v = \frac{1}{N\Delta y} \qquad (8-2.3)$$

عندما يتم اعتيان الصور بمصفوفة مربعة يكون لدينا M=N و

$$F(u, v) = \frac{1}{N} \sum_{x=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x, y) \exp[-j2\pi(ux + vy)/N] \qquad (9-2.3)$$

من أجل $u,v=0,1,2,\ldots,N-1$، و

$$f(x, y) = \frac{1}{N} \sum_{u=0}^{N-1} \sum_{v=0}^{N-1} F(u, v) \exp[j2\pi(ux + vy)/N] \qquad (10-2.3)$$

من أجل $x,y=0,1,2,\ldots,N-1$. لاحظ أننا ضمّنّا في هذه الحالة الحد 1/N في المعادلتين كلتيهما. نظرا لأن F(u,v) و $f(x, y)$ هما زوج تحويل فورييه، فان ضم grouping هذه الحدود الجدائية الثابتة أمر اختياري. في الواقع العملي، ترقمن الصور في مصفوفات مربعة وهكذا سنكون مهتمين في المقام الأول بزوج تحويل فورييه المعطى بالمعادلتين (9–2.3) و (10–2.3) . الصيغتان اللتان أعطيتا بالمعادلتين (5–2.3) و

(6–2.3) ستستعملان من حين لآخر في الحالات التي يكون فيها التشديد على عمومية قياس الصورة مهما.

إن طيف فورييه و الطور و طيف القدرة للدوال أحادية – البعد و ثنائية – الأبعاد المتقطعة تعطى أيضاً بالمعادلات (1.3–5) إلى (1.3–7) و المعادلات (1.3–11) إلى (1.3–13) ، على التوالي.

خلافا للحالة المستمرة، لاحاجة لأن نهتم بوجود تحويل فورييه المتقطع لأن $F(u)$ و $F(u, v)$ كليهما موجودان دائما في الحالة المتقطعة. في الحالة أحادية–البعد، على سبيل المثال، يمكن أن نبين هذا بالتعويض المباشر للمعادلة (2.3–3) في المعادلة (2.3–2):

$$\begin{aligned} F(u) &= \frac{1}{N}\sum_{x=0}^{N-1}\left[\sum_{r=0}^{N-1} F(r)\exp[j2\pi rx/N]\exp[-j2\pi ux/N]\right] \\ &= \frac{1}{N}\sum_{r=0}^{N-1} F(r)\left[\sum_{x=0}^{N-1}\exp[j2\pi rx/N]\exp[-j2\pi ux/N]\right] \qquad (11-2.3) \\ &= F(u) \end{aligned}$$

المتطابقة (2.3–11) تأتي من شرط التعامد

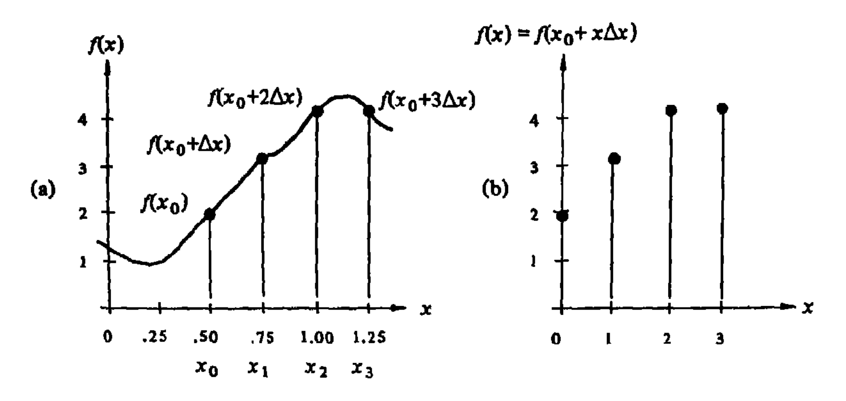
$$\sum_{x=0}^{N-1}\exp[j2\pi rx/N]\exp[-j2\pi ux/N] = \begin{cases} N & \text{if } r = u, \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \qquad (12-2.3)$$

لاحظ أنه تم تغيير المتحول من u الى r في المعادلة (2.3–2) لتوضيح الرموز. ان تعويض المعادلة (2.3–2) في المعادلة (2.3–3) سينتج أيضاً متطابقة لـ $f(x)$ ، مشيراً بهذا إلى أن زوج تحويل فورييه المعطى بهاتين المعادلتين موجود دائما. و بمناقشة مشابهة، يمكن أن نبين أن زوج تحويل فورييه ثنائي–الأبعاد المتقطع موجود.

مثال : كتوضيح للمعادلتين (2.3–2) و (2.3–3) ، تأمل الدالة المبينة في الشكل 5.3(a). إذا اعتينت sampled هذه الدالة عند قيم المتغير التالية

$$x_0 = 0.5, x_1 = 0.75, x_2 = 1.0, x_3 = 1.25$$

و إذا أعيد تعريف المتغير كما ناقشنا أعلاه فإننا نحصل على الدالة المتقطعة المبينة في الشكل 5.3 (b).



الشكل 5.3 دالة بسيطة و عينات في المجال x . في (a) x هو متحول مستمر، وفي (b) x هو متحول متقطع.

إن تطبيق المعـادلة (2.3−2) على العينـات الأربع النـاتجة يؤدي الى تتـابع الخطوات التالي:

$$F(0) = \frac{1}{4} \sum_{x=0}^{3} f(x) \exp[0]$$

$$= \frac{1}{4} [f(0) + f(1) + f(2) + f(3)]$$

$$= \frac{1}{4} [2 + 3 + 4 + 4]$$

$$= 3.25$$

$$F(1) = \frac{1}{4} \sum_{x=0}^{3} f(x) \exp[-j2\pi x/4]$$

$$= \frac{1}{4} [2e^{0} + 3e^{-j\pi/2} + 4e^{-j\pi} + 4e^{-j3\pi/2}]$$

$$= \frac{1}{4} [-2 + j]$$

حيث أن الخطوة الأخيرة نتجت من استعمال صيغة أولر Euler. بمتابعة هذا الاجراء نحصل على

$$F(2) = \frac{1}{4} \sum_{x=0}^{3} f(x) \exp[-j4\pi x/4]$$
$$= \frac{1}{4} [2e^{0} + 3e^{-j\pi} + 4e^{-j2\pi} + 4e^{-j3\pi}]$$
$$= -\frac{1}{4} [1 + j0]$$

$$F(3) = \frac{1}{4} \sum_{x=0}^{3} f(x) \exp[-j6\pi x/4]$$
$$= \frac{1}{4} [2e^{0} + 3e^{-j3\pi/2} + 4e^{-j3\pi} + 4e^{-j9\pi/2}]$$
$$= -\frac{1}{4} [2 + j]$$

يلاحظ أن جميع قيم $f(x)$ تشارك في كل حد من حدود تحويل فوريه المتقطع الأربعة. وبالعكس فان جميع حدود التحويل تشارك في تشكيل التحويل العكسي عن طريق المعادلة (3 – 2.3). إن الاجراء المطلوب للحصول على التحويل العكسي مشابه للاجراء الموصوف أعلاه لحساب $F(u)$.

يحصل على طيف فوريه من مطال كل حد من حدود التحويل، أي

$$|F(0)| = 3.25$$
$$|F(1)| = [(2/4)^2 + (1/4)^2]^{1/2} = \sqrt{5}\ /4$$
$$|F(2)| = [(1/4)^2 + (0/4)^2]^{1/2} = 1/4$$
$$|F(3)| = [(2/4)^2 + (1/4)^2]^{1/2} = \sqrt{5}\ /4$$

3.3 بعض خصائص تحويل فورييه ثنائي – الأبعاد

سنركز عنايتنا في هذا القسم على خصائص تحويل فورييه التي تكون ذات قيمة في المناقشات التالية. بالرغم من أن اهتمامنا الرئيس يتركز على التحويلات المتقطعة ثنائية – الأبعاد، فإن عرض المفاهيم الأساسية لبعض هذه الخصائص بشكلها المستمر أحادي–البعد أولا يسهل فهمها كثيرا. نظرا لأن العديد من المواضيع المدروسة في هذا القسم موضحة بصور وطيوف فورييه تابعة لها، معروضة كدوال كثافة، فاننا سنورد بعض التعليقات حول هذه الصور المعروضة قبل البدء بمناقشة خصائص تحويل فورييه. ان الكثير من طيوف الصور تتناقص نوعا ما بسرعة كتابع لزيادة التردد، ولذلك فان مركبات التردد العالي لهذه الطيوف غالبا ما تختفي اذا ما أظهرت بشكل صور. هناك أسلوب معالجة مفيد يذلل هذه الصعوبة ويتكون من اظهار الدالة

$$D(u, v) = \log(1 + |F(u, v)|) \qquad (1-3.3)$$

بدلا من $|F(u, v)|$. إن استعمال هذه المعادلة يحفظ القيم الصفرية في مستوي التردد لأن $D(u, v) = 0$ عندما تكون $|F(u, v)| = 0$ ويلاحظ أيضا أن $D(u, v)$ دالة غير سالبة.

كتوضيح لخواص التحويل اللوغاريتمي السابق، تأمل طيوف فورييه المبينة في الشكل 6.3 . الجزء (a)[1] من هذا الشكل هو طيف نبضة عرضها وارتفاعها يساويان الوحدة (انظر الشكل 1.3).الشكل 6.3 (b) يبين أثر استعمال المعادلة (1 – 3.3) واعادة تغيير مقياس النتائج إلى بون الاتساع [0.1]. يلاحظ أنه، على الرغم من أن قيمة القمة مازال 1 ، فإن ذروة الفصوص الجانبية قد ازدادت بشكل طفيف. إن الأثر أكثر وضوحاً في الشكلين 6.3 (c) و (d) حيث يفترض أن الاتساع الأعظمي لـ $|F(u,v)|$ يساوي 20 بدلاً من 1 . إن نسبة الذروة المركزية إلى ذروة أي من الفصوص الجانبية في الشكل 6.3 (d) الذي كان قد أعيد تغيير مقياسه بعد أخذ اللوغاريتم أصغر بكثير من النسبة المقابلة لها في الشكل 6.3(b). إذا اعتبرنا أن اتساع هذه الدوال متناسب مع

الكثافة، فمن الواضح أن الفصوص الجانبية في الشكل 6.3 (d) ستكون مرئية أكثر من تلك الموجودة في الشكل 6.3 (b).

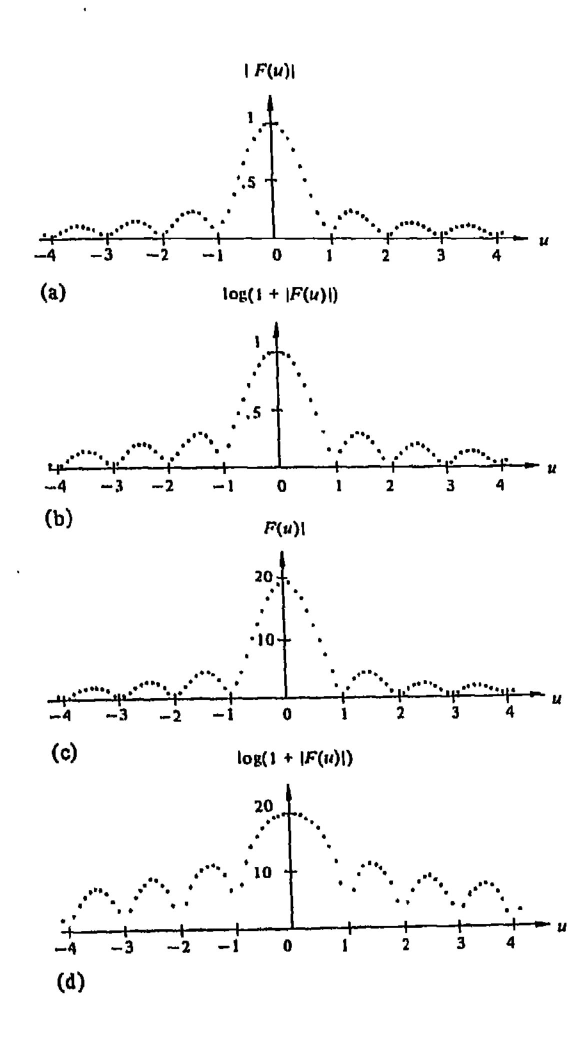
إن درجة تسوية الاتساع التي حصلنا عليها باستخدام المعادلة (3.3 − 1) تعتمد على الاتساع النسبي للدالة $|F(u, v)|$ ، كما هو موضح في كل 6.3 . يمكن اختبار سلوك نسبة القيمة العظمى الى قيمة دنيا ما (غير الصفر) لـ $F(u)$ كتابع للاتساع في الحالة أحادية–البعد، باستعمال العلاقة

$$R = \frac{\log(1 + KF_{max})}{\log(1 + KF_{min})} \qquad (2-3.3)$$

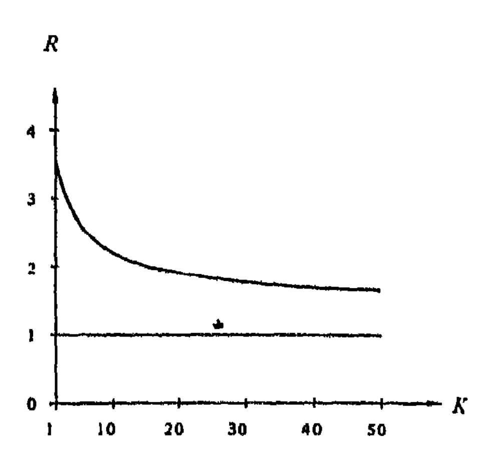
حيث K هو عامل المقياس scale factor.

افترض، على سبيل المثال، أننا ندرس نسبةالـ F_{max}=1.0 إلى ذروة الفص الجانبي الأول في الشكل 6.3 (a). في هذه الحالة، F_{max}=0.2 و 5.0 =F_{max}/F_{min}.من جهة أخرى ، فإن استعمال عملية اللوغاريتم يعطي $\log(1+F_{max})/\log(1+F_{min})$=3.8 . ان الشكل 6.3 (c) هو نفس الشكل 6.3 (a) باستثناء أن جميع القيم قد ضربت بعامل مقياس مقداره 20. نظراً لأن عامل المقياس هو نفسه لجميع القيم، فإن النسبة F_{max}/F_{min} تساوي مرة ثانية 5.0. ولكن عندما يؤخذ اللوغاريتم، نحصل على النسبة $\log(1+20F_{max})/\log(1+20F_{min})$=1.9 وهي أصغر بشكل جوهري. إن السلوك العام لـ R كتابع لـ K موضح في الشكل 7.3 لقيم F_{max} و F_{min} المذكورة أعلاه. يلاحظ أن النسبة تتناقص إلى حد ما بسرعة في البداية، ولكنها تثبت من أجل قيم K الأكبر من 40.

إن استعمال المعادلة (3.3 − 1) في الاظهار ثنائي – الأبعاد للطيف يسهل التفسير المرئي لطيف فورييه بشكل كبير. يعطي الشكل 8.3 مثالاً لذلك فهو يبين صورة الكوكب زحل في (a) والطيف الطبيعي لهذه الصورة في (b) و الطيف بعد معالجته باضافة 1 الى $|F(u, v)|$ وأخذ اللوغاريتم واعادة تغيير مقياس القيم لتقع في مجال



الشكل 6.3 أثر عملية اللوغاريتم على طيف فورييه.



الشكل 7.3 سلوك المعادلة (3.3 – 2) كتابع لـ K من أجل F_{min} =0.2 و F_{max} = 1.0 .

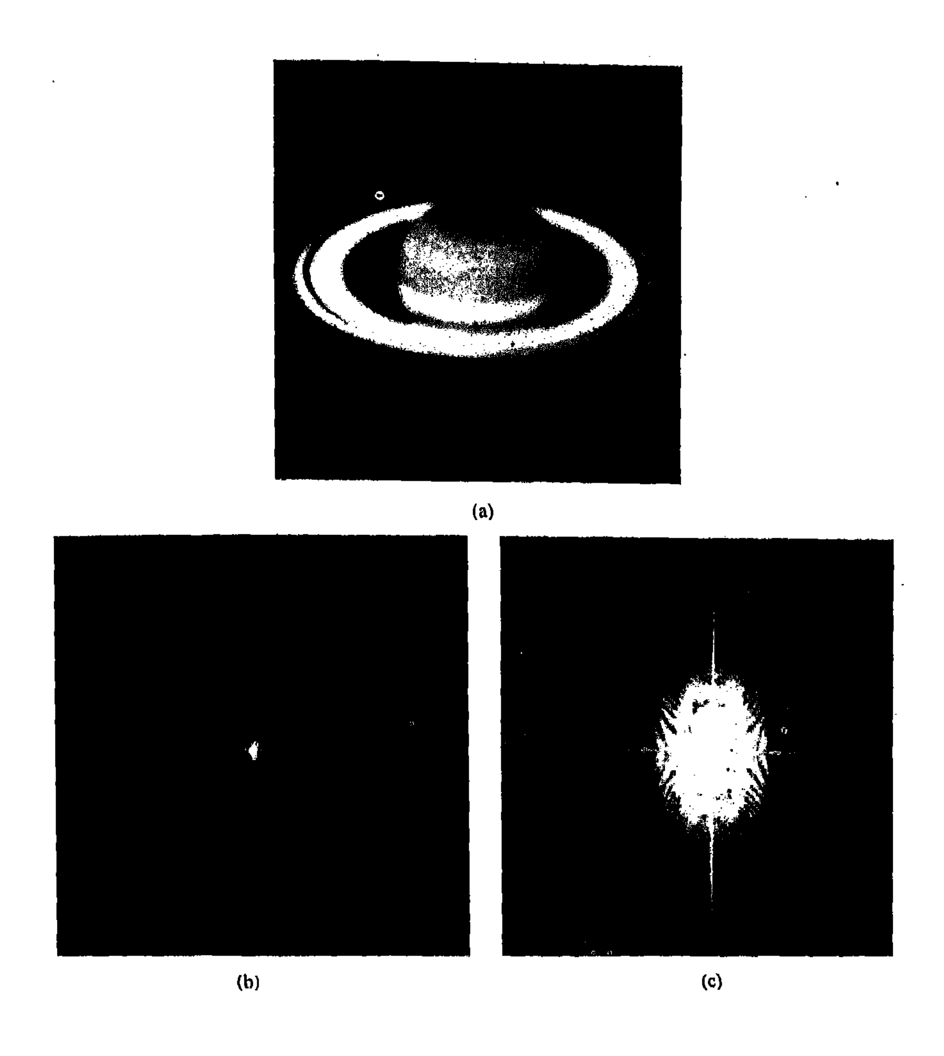
نفس السلم الرمادي الذي استعمل لاظهار $|F(u, v)|$ في (c). بتسوية مدى القيم في الطيف، يظهر ان استعمال عملية اللوغاريتم يظهر بوضوح المعلومات ذات السوية المنخفضة والتي اذا ما أظهرت بشكل بسيط باستعمال $|F(u, v)|$ ، ستكون خارج المدى الديناميكي لنظام الاظهار. لقد عولجت معظم طيوف فورييه المبينة بشكل صور في هذا الكتاب باستخدام المعادلة (3.3 – 1) .

1.3.3 قابلية الفصل separability

إن زوج تحويل فورييه المتقطع المعطى بالمعادلتين (2.3 – 9) و (2.3 – 10) يمكن أن يعبر عنه بشكل قابل للفصل.

$$F(u, v) = \frac{1}{N} \sum_{x=0}^{N-1} \exp[-j2\pi ux/N] \sum_{y=0}^{N-1} f(x, y) \exp[-j2\pi vy/N] \qquad (3-3.3)$$

من أجل $u,v = 0, 1, 2, \ldots, N-1$ ، و



الشكل 8.3(a) صورة للكوكب زحل. (b) صورة $|F(u, v)|$. (c) صورة $\log(1 + |F(u, v)|)$.

$$f(x, y) = \frac{1}{N} \sum_{u=0}^{N-1} \exp[j2\pi ux/N] \sum_{v=0}^{N-1} F(u, v) \exp[j2\pi vy/N] \quad (4-3.3)$$

من أجل $x, y = 0, 1, 2, \ldots, N-1$.

إن المزية الرئيسة لخاصة قابلية الفصل من أجل أغراضنا هي امكانية الحصول على $F(u, v)$ أو $f(x, y)$ بخطوتين، بالتطبيق المتتالي لتحويل فورييه أحادي-البعد أو معكوسه. سيصبح هذا واضحا اذا كتبت المعادلة (3.3 - 3) بالشكل التالي:

$$F(u, v) = \frac{1}{N} \sum_{x=0}^{N-1} F(x, v) \exp[-j2\pi ux/N] \quad (5-3.3)$$

حيث

$$F(x, v) = N\left[\frac{1}{N} \sum_{y=0}^{N-1} f(x, y) \exp[-j2\pi vy/N] \right] \quad (6-3.3)$$

لكل قيمة للمتحول x ، التعبير الرياضي الموجود ضمن القوسين المتوسطين يشكل تحويل فورييه أحادي - البعد بقيم تردديه $v = 0,1,2,\ldots,N-1$. لذلك يمكن الحصول على الدالة ثنائية - الأبعاد $F(x,v)$ بإجراء التحويل على طول كل صف من $f(x, y)$ وضرب النتيجة بـ N. بعدئذ، يتم الحصول على النتيجة المرغوبة، $F(u, v)$، باجراء تحويل على طول كل عمود من $F(x,v)$ كما أشرنا في المعادلة (3.3 - 5). ان هذا الاجراء ملخص في الشكل 9.3 . يجب أن نلاحظ أننا سنحصل على نفس النتيجة باجراء التحويلات على طول أعمدة $f(x, y)$ أولا ومن ثم على طول صفوف النتيجة. هذا ما يظهر بسهولة بعكس ترتيب الجمع في المعادلة (3.3 - 3) . إن نفس الملاحظات تسري على تنفيذالمعادلة (3.3 - 4).

2.3.3 النقل

تعطى خصائص النقل لزوج تحويل فورييه بما يلي

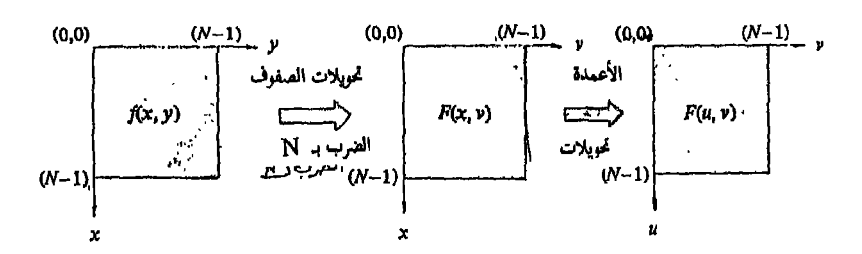
$$f(x, y) \exp[j2\pi(u_0x + v_0y)/N] \Leftrightarrow F(u - u_0, v - v_0) \qquad (a\,7-3.3)$$

و

$$f(x - x_0, y - y_0) \Leftrightarrow F(u, v) \exp[-j2\pi(ux_0 + vy_0)/N] \qquad (b\,7-3.3)$$

حيث يستعمل السهم المزدوج ليدل على التطابق بين الدالة وتحويل فورييه التابع لها (والعكس بالعكس)، كما هو معطى في المعادلتين (1.3-9) و (1.3-10) أو في المعادلتين (2.3-9) و (2.3-10) .

المعادلة (a 7-3.3) تبين أن ضرب $f(x, y)$ بالحد الأسي المشار اليه وأخذ التحويل للناتج يؤدي الى ازاحة مبدأ المستوي الترددي الى النقطة (u_0, v_0) . بشكل مشابه، ان ضرب $F(u, v)$ بالحد الأسي المبين وأخذ التحويل العكسي يحرك مبدأ المستوي الحيزي إلى (x_0, y_0).



الشكل 9.3 حساب تحويل فورييه ثنائي – الأبعاد كسلسلة من التحويلات أحادية – البعد .

سنستخدم في هذا الفصل والفصل الذي يليه المعادلة (a 7-3.3) مع

$u_0 = v_0 = N/2$ ، بكثرة. ينتج في هذه الحالة أن

$$\exp[j2\pi(u_0 x + v_0 y)/N] = e^{j\pi(x+y)}$$

و

$$= (-1)^{x+y}$$

$$f(x, y)(-1)^{x+y} \Leftrightarrow F(u - N/2, v - N/2) \qquad (8-3.3)$$

وهكذا يمكن أن يحرك مبدأ تحويل فورييه لـ $f(x, y)$ الى مركز مربع التردد $N \times N$ المطابق له ببساطة و ذلك بضرب $f(x, y)$ بـ $(-1)^{x+y}$. في الحالة أحادية - البعد يبسط هذا الى ضرب $f(x, y)$ بالحد $(-1)^x$.

نلاحظ من المعادلة (3.3 - 7 b) أن ازاحة $f(x)$ لاتؤثر على اتساع تحويل فورييه التابع له لأن

$$|F(u, v) \exp[-j2\pi(ux_0 + vy_0)/N]| = |F(u, v)| \qquad (9-3.3)$$

يجب أن يبقى هذا في ذهننا لأن التفحص البصري للتحويل يقتصر عادة على اظهار اتساعه.

3.3.3 الدورية والتناظر المترافق periodicity and conjugate symmetry

ان تحويل فورييه المتقطع ومعكوسه دوريان بدور قدره N، أي

$$F(u, v) = F(u + N, v) = F(u, v + N) = F(u + N, v + N) \qquad (10-3.3)$$

يمكن اثبات صحة هذه الخاصة بالتعويض المباشر للمتحولين (u+N) و (v+N) في المعادلة (2.3 - 9). على الرغم من أن المعادلة (3.3 - 10) تشير الى أن $F(u, v)$ يكرر نفسه لعدد غير محدود من قيم u و v، فإننا نحتاج لـ N قيمة فقط لكل متحول في أي دور للحصول على $F(u, v)$ من $f(x, y)$ بكلمات أخرى، إن دوراً واحداً فقط من التحويل ضروري لتحديد $F(u, v)$ بشكل كامل في المجال الترددي. و تصح تعليقات

مماثلة على $f(x, y)$ في المجال الحيزي.

إذا كان $f(x, y)$ حقيقيا فان تحويل فورييه يبدي أيضا تناظرا مترافقا لأن في هذه الحالة

$$F(u, v) = F^*(-u, -v) \qquad (11-3.3)$$

أو بشكل أكثر لفت للنظر

$$|F(u, v)| = |F(-u, -v)| \qquad (12-3.3)$$

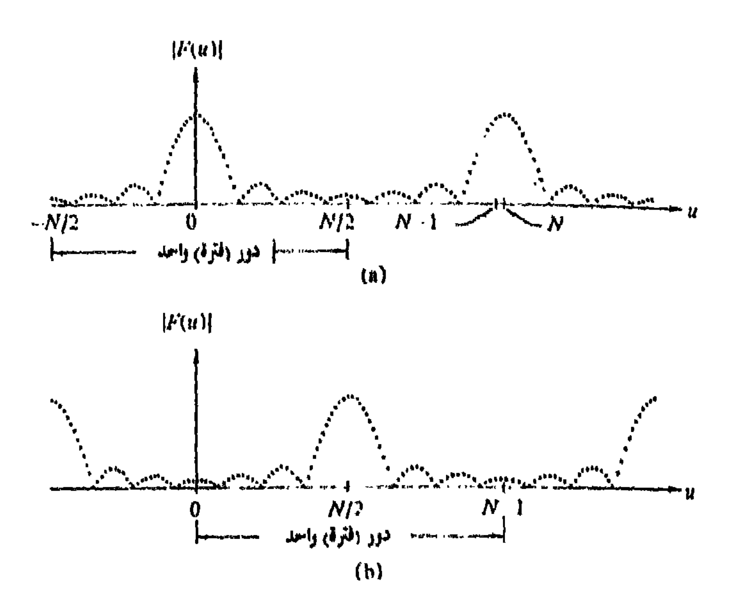
كما ذكرنا سابقا، غالبا ما يهمنا اظهار اتساع تحويل فورييه من أجل تفسير صورة ما. لكي نتفحص المعاني المتضمنة في المعادلتين (10-3.3) و (12-3.3) على صورة لاتساع التحويل، لندرس أولا الحالة أحادية - البعد، حيث

$$F(u) = F(u + N)$$

و

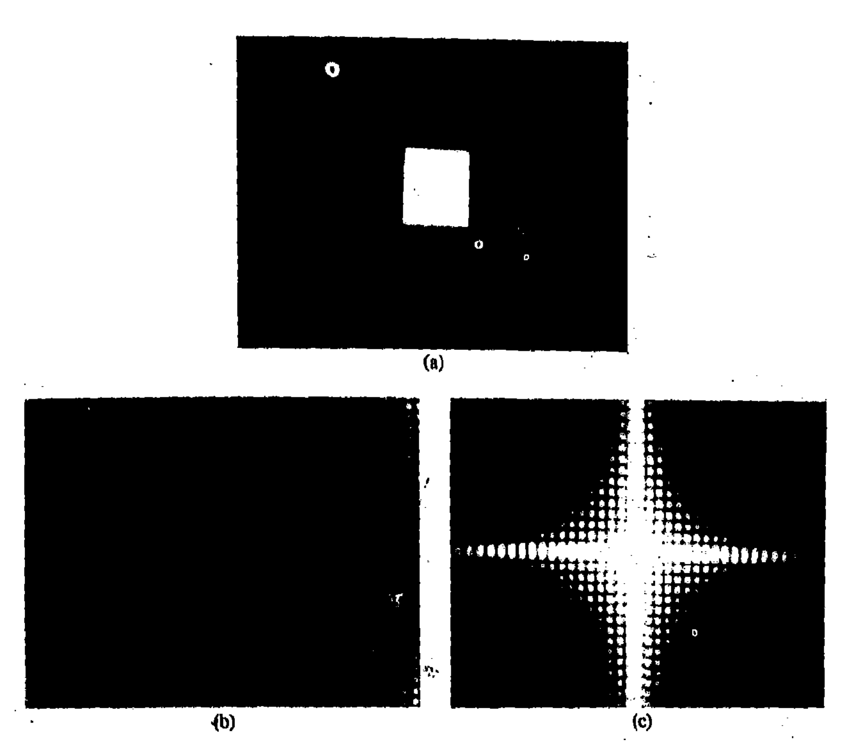
$$|F(u)| = |F(-u)|.$$

إن خاصة الدورية تدل على أن $F(u)$ له دور طوله N، وخاصة التناظر تبين أن اتساع التحويل متمركز حول المبدأ، كما هو مبين في الشكل 10.3 (a). يتضح من هذا الشكل والتعليقات التي ذكرناها أعلاه أن مطالات قيم التحويل من ([N/2]+1) الى (N-1) هي نظائر للقيم الموجودة في نصف الدور على الجانب الأيسر من المبدأ. نظرا لأن تحويل فورييه المتقطع قد شكل من أجل قيم u في البون [0,N-1] نرى أن نتيجة هذا التشكيل تعطي نصفي دور متجهان ظهرا الى ظهر في هذا البون. لكي نظهر دورا كاملا، لانحتاج الا الى تحريك مبدأ التحويل الى النقطة u-N/2 كما هو مبين في الشكل (b 10.3). يمكن الحصول على هذا بسهولة و ذلك بضرب f(x) بـ $(-1)^x$ قبل أخذ التحويل، كما أشرنا سابقا.



الشكل 10.3 توضيح خواص الدورية لتحويل فورييه. (a) طيف فورييه يبين نصفي دور ظهراً إلى ظهر في البون [0,N−1]. (b) طيف مزاح يبين دوراً كاملاً في نفس البون.

ان نفس الملاحظات تسري على تحويل فورييه ثنائي – الأبعاد باستثناء أن تفسير النتائج أصعب بكثير اذا لم يزح مبدأ التحويل الى نقطة التردد (N/2,N/2). و هذا ما يظهر في الشكلين 11.3 (b) و (c) حيث أن الشكل الأخير قد تم الحصول عليه باستعمال خاصة المركزة للعبارة الرياضية (3.3 – 8).



الشكل 11.3(a) صورة بسيطة. (b) طيف فورييه بدون ازاحة. (c) طيف فورييه مزاح إلى مركز مربع التردد.

4.3.3 الدوران

إذا استعملنا الاحداثيات القطبية

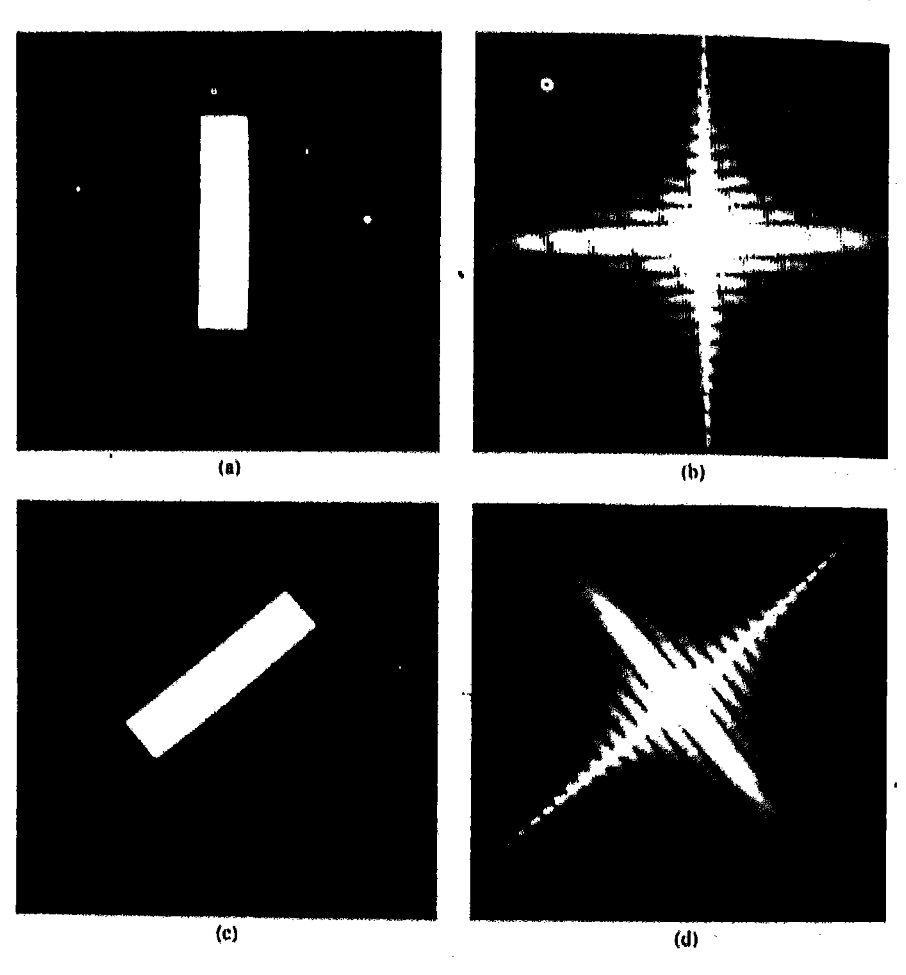
$$x = r\cos\theta \qquad y = r\sin\theta \qquad u = \omega\cos\phi \qquad v = \omega\sin\phi$$

فإن $f(x, y)$ و $F(u, v)$ يصبحان $f(r, \theta)$ و $F(\omega, \phi)$ ، على التوالي. يمكن أن

نبين بالتعويض المباشر في زوج تحويل فورييه المستمر أو المتقطع أن

$$f(r, \theta + \theta_0) \Leftrightarrow F(\omega, \phi + \theta_0) \qquad (13-3.3)$$

بكلمات أخرى، اذا دوّر f(x,y) بزاوية θ_0 ، فإن $f(x, y)$ يدور بنفس الزاوية. بشكل مشابه، ان تدوير $F(u, v)$ يؤدي إلى تدوير f(x,y) بنفس الزاوية. هذه الخاصة موضحة في الشكل 12.3.



الشكل 12.3 الخواص الدورانية لتحويل فورييه. (a) صورة بسيطة. (b) الطيف. (c) الصورة مدورة. (d) الطيف الناتج.

5.3.3 التوزيعية وتغيير المقياس distributivity and scaling

ينتج من تعريف زوج تحويل فورييه المستمر أو المتقطع مباشرة أن

$$\Im\{f_1(x,y)+f_2(x,y)\} = \Im\{f_1(x,y)\} + \Im\{f_2(x,y)\} \qquad (14-3.3)$$

و، بشكل عام، أن

$$\Im\{f_1(x,y)\cdot f_2(x,y)\} \neq \Im\{f_1(x,y)\}\cdot\Im\{f_2(x,y)\} \qquad (15-3.3)$$

بكلمات أخرى، إن تحويل فورييه ومعكوسه توزيعيان في حالة الجمع ولكن ليس في حالة الضرب.

من السهل أيضاً أن نبين من أجل كميتين عدديتين a و b أن

$$af(x,y) \Leftrightarrow aF(u,v) \qquad (16-3.3)$$

و

$$f(ax,by) \Leftrightarrow \frac{1}{|ab|}F(u/a,v/b) \qquad (17-3.3)$$

6.3.3 القيمةالمتوسطة average value

إن المعادلة (3.3-18) تستعمل بشكل واسع لتعريف القيمة المتوسطة لتحويل فورييه المتقطع ثنائي – الأبعاد

$$\bar{f}(x,y) = \frac{1}{N^2}\sum_{x=0}^{N-1}\sum_{y=0}^{N-1} f(x,y) \qquad (18-3.3)$$

ان تعويض u=v=0 في المعادلة (2.3-9) يعطي

$$F(0,0) = \frac{1}{N}\sum_{x=0}^{N-1}\sum_{y=0}^{N-1} f(x,y) \qquad (19-3.3)$$

ولذلك نجد أن $\bar{f}(x, y)$ يرتبط بتحويل فوريه لـ $f(x, y)$ بالمعادلة

$$\bar{f}(x,y) = \frac{1}{N} F(0,0) \qquad (20-3.3)$$

7.3.3 معامل لابلاس laplacian

إن معامل لابلاس لدالة لمتحولين $f(x, y)$ يعرف كما يلي

$$\nabla^2 f(x,y) = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \qquad (21-3.3)$$

وينتج من تعريف تحويل فوريه ثنائي – الأبعاد أن

$$\Im\{\nabla^2 f(x,y)\} \Leftrightarrow -(2\pi)^2(u^2+v^2)F(u,v) \qquad (22-3.3)$$

ان معامل لابلاس مفيد في تحديد الحواف في الصورة.

8.3.3 الطي و الترابط convolution and correlation

ندرس في هذا القسم علاقتين لتحويل فوريه تشكلان أداة ربط أساسية بين المجالين الحيزي والترددي. هاتان العلاقتان اللتان تسميان الطي والترابط لهما أهمية أساسية في تطوير فهم راسخ لتقنيات معالجة الصورة المبنية على تحويل فوريه. لكي نوضح المفاهيم المتضمنة في الطي والترابط، نبدأ المناقشة بدراسة الطي في الحالة أحادية البعد وبمتغيرات arguments مستمرة. بعدئذ نوسع المفاهيم المطورة لتشمل الحالة المتقطعة، وأخيرا لتشمل الحالتين المستمرة والمتقطعة ثنائيي – الأبعاد.

الطــي

يعرف الطي لتابعين $f(x)$ و $g(x)$ مرموزا إليه بـ $f(x)*g(x)$ بالتكامل التالي

$$f(x)*g(x)=\int_{-\infty}^{\infty}f(\alpha)\,g(x-\alpha)\,d\alpha \qquad (23-3.3)$$

حيث أن α هي متحول تكامل مزيف. نظرا لصعوبة تصور آلية تكامل الطي، سنوضح بشكل بياني استخدام المعادلة (3.3 - 23) بيانيا باستعمال مثالين بسيطين.

مثال: المثال الأول يوضح عملية طي الدالتين $f(x)$ و $g(x)$ المبينتين في الشكلين 13.3 (a) و(b) ، على التوالي. قبل إجراء التكامل، من الضروري تشكيل الدالة $g(x-\alpha)$. وهذا التشكيل مبين بخطوتين في الشكلين 13.3(c) و (d). يلاحظ أن هذه العملية هي ببساطة طي $g(\alpha)$ حول المبدأ لاعطاء $g(-\alpha)$ ومن ثم إزاحة هذه الدالة بمقدار x. و من ثم، لأية قيمة لـ x ، يضرب $f(\alpha)$ بـ $g(x-\alpha)$ الموافقة لها ونكامل الجداء من $-\infty$ إلى ∞ . إن جداء $f(\alpha)$ و $g(x-\alpha)$ هو الجزء المظلل من الشكل 13.3 (e). ان هذا الشكل صحيح من أجل $0 < x < 1$. نظراً لأن الجداء يساوي 0 من أجل قيم α التي تقع خارج البون $[0,x]$ نجد أن $f(x)*g(x) = x/2$ ، الذي هو ببساطة، المنطقة المظللة في الشكل 13.3 (e). من أجل قيم x الموجودة في البون $[1,2]$ ، نستعمل الشكل 13.3 (f). في هذه الحالة، $f(x)*g(x) = (1 - x/2)$, وهكذا بملاحظة أن $f(\alpha)g(x-\alpha)$ صفرا من أجل قيم x الموجودة خارج البون $[0,2]$ ، يكون لدينا

$$f(x)*g(x)=\begin{cases} x/2 & 0<x<1 \\ 1-x/2 & 1<x<2 \\ 0 & \text{elsewhere} \end{cases}$$

النتيجة مبينة في الشكل 13.3 (g)

إن احدى سمات المعادلة (3.3 - 23) التي سيكون لها استعمال فيما بعد، تتضمن طي الدالة $f(x)$ مع دالة النبضة $\delta(x-x_0)$ ، المعرفة بالعلاقة

(24 – 3.3)

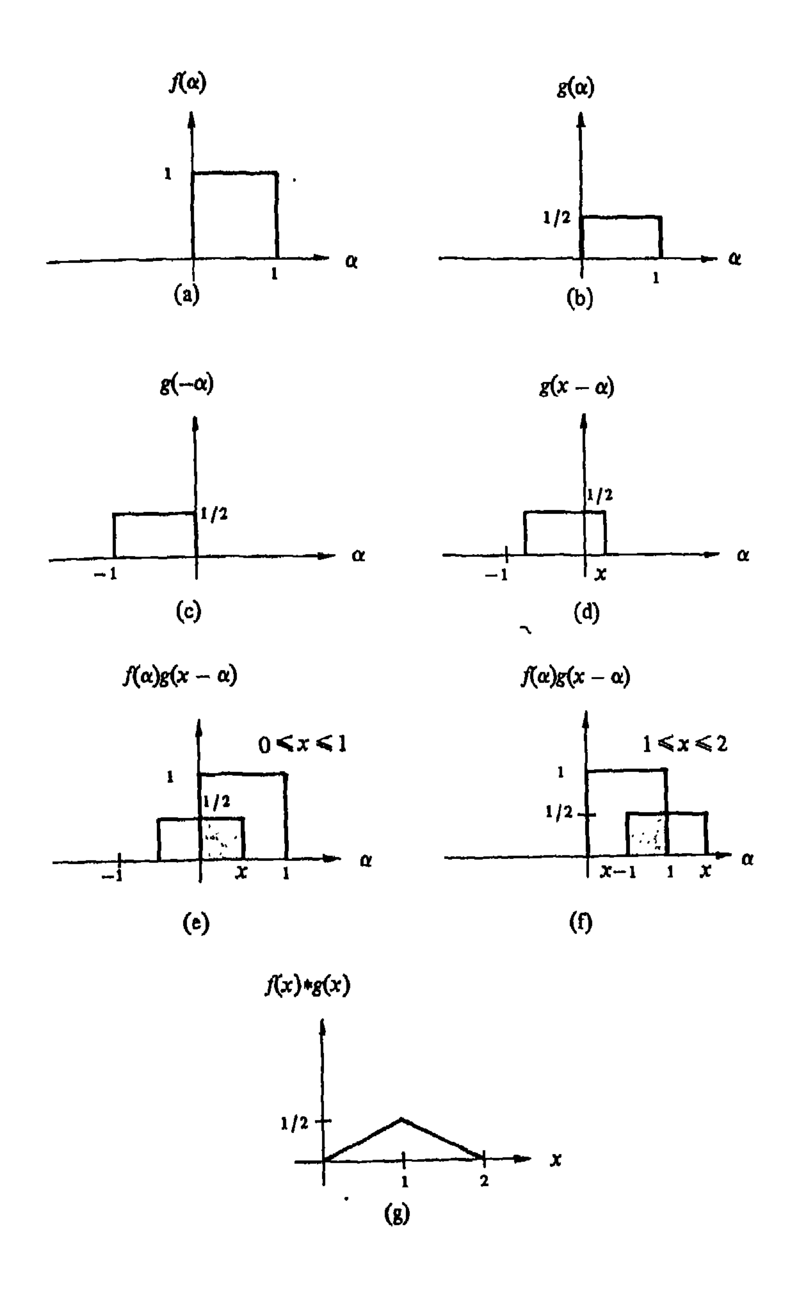
يمكن تصور الدالة $\delta(x - x_0)$ بأن لها مساحة الوحدة في جوار متناه في الصغر حول x وقيمتها صفر في أي مكان آخر، أي،

$$\int_{-\infty}^{\infty}\delta(x - x_0)\,dx = \int_{x_0^-}^{x_0^+}\delta(x - x_0)\,dx = 1 \qquad (25 - 3.3)$$

نستطيع من أجل أغلب الأغراض أن نقول أن $\delta(x - x_0)$ تقع عند $x = x_0$ و أن شدة النبضة تحدد بقيمة $f(x)$ عند $x = x_0$. فعلى سبيل المثال، إذا كانت $f(x) = A$ تكون $A\delta(x - x_0)$ هي نبضة شدتها A تقع عند $x = x_0$ من الشائع عمليا تمثيل النبضات بيانياً بسهم يقع عند x_0 وبارتفاع يساوي شدة النبضة. الشكل 14.3 يبين هذا التمثيل من أجل $A\delta(x - x_0)$.

مثال: كتوضيح ثان لاستخدام المعادلة (23 – 3.3)، افترض أن الدالة $f(x)$ المبينة في الشكل 15.3 (a) قد تم طيها convolved مع الدالة $g(x) = \delta(x + T) + \delta(x) + \delta(x - T)$ المبينة في الشكل 15.3 (b). بثني $g(x)$ وزلقه الى ما بعد $f(x)$ ، واستخدام المعادلتين (23 – 3.3) و (24 – 3.3) نحصل على النتيجة المبينة في الشكل 15.3(c). يلاحظ أن الطي لا يؤدي في هذه الحالة إلا إلى نسخ $f(x)$ عند موضع كل نبضة.

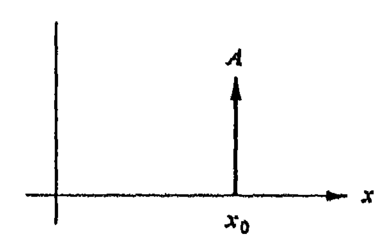
تكمن أهميـة الطي في التحليـل في المجال الترددي في كون $f(x) \times g(x)$ و $F(u)G(u)$ يشكلان زوج تحويل فورييه. بكلمات أخرى، إذا كان لـ $f(x)$ تحويل فورييه $F(u)$ وكان لـ $g(x)$ تحويل فورييه $G(u)$ ، يكون لـ $f(x) \times g(x)$ اذن تحويل فورييه $F(u)G(u)$ هذه النتيجة المصاغة كما يلي



الشكل 13.3 توضيح بياني للطي. المساحات المظللة تدل على المناطق التي لايكون الجداء فيها صفرا .



$$f(x)*g(x) \Leftrightarrow F(u)G(u) \qquad (26-3.3)$$



الشكل 14.3 تمثيل بياني لـ $A\delta(x - x_0)$

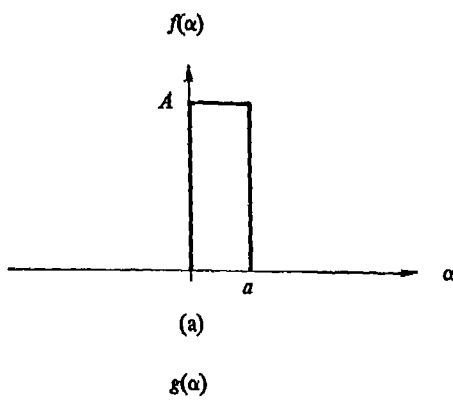
تدل على أن الطي في المجال x يمكن الحصول عليه أيضا بأخذ معكوس تحويل فورييه للجداء $F(u)G(u)$. هناك نتيجة مشابهة وهي أن الطي في المجال الترددي يبسط الى جداء في المجال x ، أي

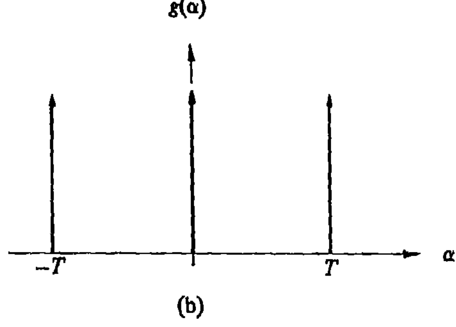
$$f(x)\,g(x) \Leftrightarrow F(u)*G(u). \qquad (27-3.3)$$

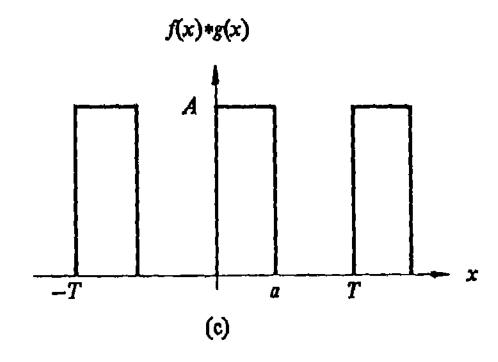
هاتان النتيجتان تعرفان بنظرية الطي convolution theorm.

بدلا من أن يكون $f(x)$ و $g(x)$ مستمران، لنفترض أنهما قد قطعا إلى صفيفين من العينات بقياس A و B على التوالي: $\{f(0), f(1), f(2), \ldots, f(A-1)\}$ و $\{g(0), g(1), \ldots, g(B-1)\}$. كما أشرنا في القسم 3 - 3.3 ، تحويل فورييه المتقطع ومعكوسه دالتان دوريتان. لكي نشكل نظرية طي في الحالة المتقطعة، تتوافق مع خاصة الدورية هذه، يمكن أن نفترض أن الدالتين المتقطعتين $f(x)$ و $g(x)$ دوريتان بدور ما M. سيكون الطي الناتج عندئذ دوريا بنفس الدور. المشكلة هي كيف نختار قيمة M. يمكن البرهنة على أنه إذا لم نختر

$$M > A + B - 1 \qquad (28-3.3)$$







الشكل 15.3 طي يتضمن دوال نبضية

فإن الأدوار الفردية للطي ستتراكب (Brigham 1974). يطلق على هذا التراكب اسم خطأ التغليف wraparound error. اذا كانت $M=A+B-1$ ، فان الأدوار ستكون متاخمة لبعضها البعض، أما اذا كانت $M>A+B-1$، فإن الأدوار ستكون متباعدة عن بعضها بدرجة فصل مساوية للفرق بين M و $A+B-1$. نظرا لأن الدور المفترض يجب أن يكون اما أكبر من A أو أكبر من B، فان طول سلاسل العينات يجب أن يزاد بحيث يكون كل من A و B بطول M. يمكن أن نفعل هذا باضافة أصفار الى العينات المتوفرة لتشكيل السلاسل الممددة التالية:

$$f_e(x) = \begin{cases} f(x) & 0 \leqslant x \leqslant A-1 \\ 0 & A \leqslant x \leqslant M-1 \end{cases}$$

و

$$g_e(x) = \begin{cases} g(x) & 0 \leqslant x \leqslant B-1 \\ 0 & B \leqslant x \leqslant M-1 \end{cases}$$

بناء على هذا، نعرف الطي المتقطع لـ $f_e(x)$ و $g_e(x)$ بالعلاقة التالية

$$f_e(x)*g_e(x) = \sum_{m=0}^{M-1} f_e(m)\, g_e(x-m) \qquad (29-3.3)$$

من أجل $x=1,2,\ldots,M-1$. إن دالة الطي هي صفيف array متقطع دوري بطول M، و قيم x التالية $x=0,1,2,\ldots,M-1$ تصف دوراً كاملاً لـ $f_e(x)*g_e(x)$. إن آلية الطي المتقطع هي بشكل أساسي نفس آلية الطي المستمر. إن الفرقين الوحيدين هما أن الازاحات تحدث بزيادات متقطعة تبعاً للمسافات الفاصلة بين العينات، والتكامل يستبدل بالجمع. بشكل مشابه، المعادلتان (26-3.3) و (27-3.3) صحيحتان في الحالة المتقطعة حيث أننا نستعمل $f_e(x)$ وتحويله لتجاوز خطأ التغليف. يفترض أن للمتحولين المتقطعين x و u قيما في المجال $0,1,2,\ldots,M-1$.

مثال: ان الاعتبارات السابقة موضحة بيانيا في الشكل 16.3 للطي المستمر والمتقطع.

ان مخططات الحالة المتقطعة تبين عينات A لكل من $f(x)$ و $g(x)$ في البون $[0,1]$ ، بالاضافة لدور M يفترض أن له القيمة التالية $M=A+B-1=2A-1$.

لاحظ أن دالة الطي دورية، و أن الأدوار متاخمة لبعضها البعض لأن $M=2A-1$.ان اختيار $M>2A-1$ سينتج فواصل أكبر بين هذه الأدوار. من المهم أن نلاحظ أن الدور يوصف بشكل كامل بـ M عينة.

ان الطي ثنائي الأبعاد مماثل في الشكل للمعادلة (3.3-23). لذلك، يكون لدينا من أجل دالتين $f(x, y)$ و $g(x, y)$ أن

$$f(x,y)*g(x,y)=\int\int_{-\infty}^{\infty} f(\alpha,\beta)\,g(x-\alpha,y-\beta)\,d\alpha\,d\beta \qquad (30-3.3)$$

ونظرية الطي ثنائية-الأبعاد تعطى عندئذ بالعلاقتين

$$f(x,y)*g(x,y)\Leftrightarrow F(u,v)G(u,v) \qquad (31-3.3)$$

و

$$f(x,y)\,g(x,y)\Leftrightarrow F(u,v)*G(u,v) \qquad (32-3.3)$$

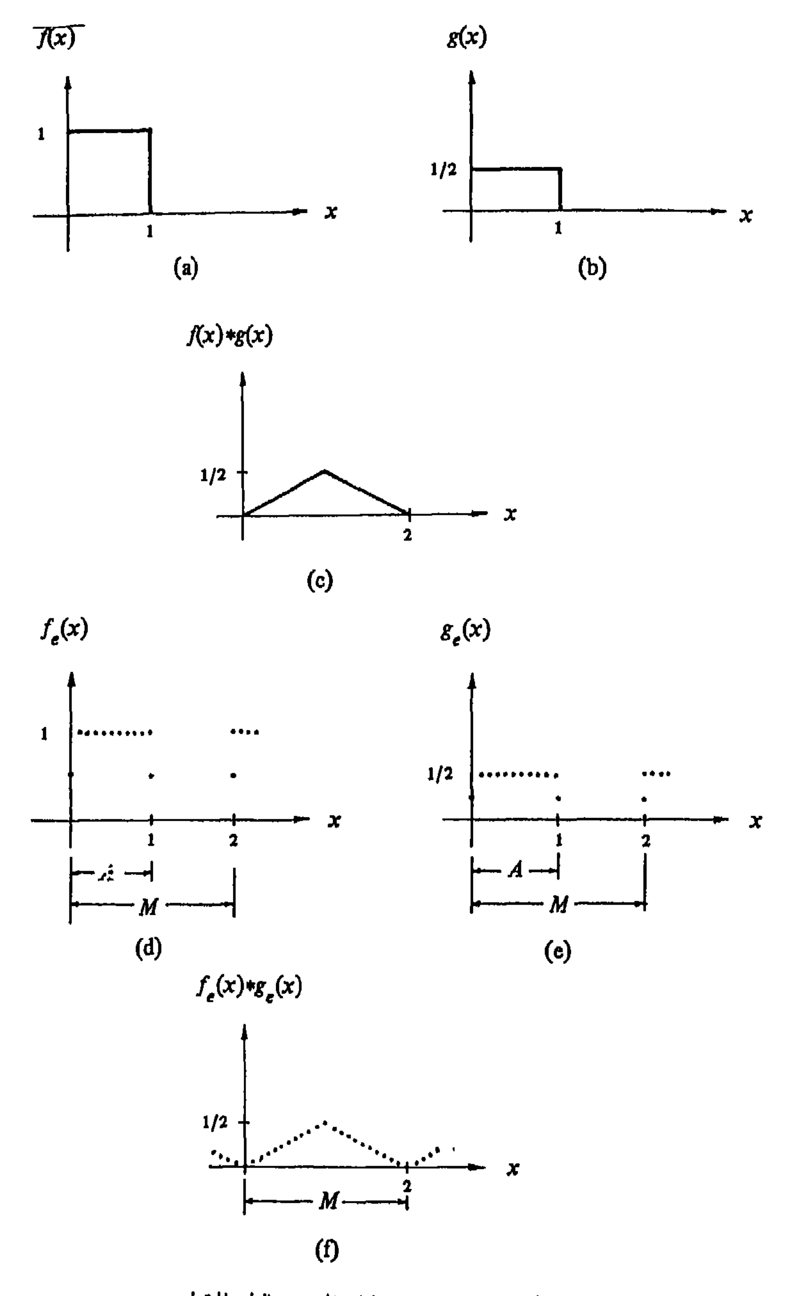
إن توضيح المعادلة (3.3-30) بيانياً أصعب من توضيح المعادلة (3.3-23). الشكل 17.3 يبين عمليات الثني والازاحة والضرب الأساسية المطلوبة من أجل الطي ثنائي – الأبعاد. إن نتيجة تغيير متحولي الازاحة x و y ستكون سطح طي ثنائي الأبعاد ذو شكل يعتمد على طبيعة الدوال التي تشتمل عليها العملية.

يتم تشكيل الطي المتقطع ثنائي – الأبعاد بجعل $f(x, y)$ و $g(x, y)$ مصفوفتين بقياس $A\times B$ و $C\times D$ على التوالي. كما في الحالة أحادية – البعد، يفترض أن تكون هاتان المصفوفتان دوريتان بدور ما M و N في الاتجاهين x و y، على التوالي. يتم التغلب على خطأ التغليف في أدوار الطي الفردية باختيار

$$M > A+C-1 \qquad (33-3.3)$$

و

$$N > B+D-1 \qquad (34-3.3)$$



الشكل 16.3 مقارنة بين الطي المستمر والطي المتقطع.

ان التتابعات الدورية تشكل بتمديد $f(x, y)$ و $g(x, y)$ كما يلي

$$f_e(x, y) = \begin{cases} f(x, y) & 0 \leqslant x \leqslant A - 1 \quad \text{and} \quad 0 \leqslant y \leqslant B - 1 \\ 0 & A \leqslant x \leqslant M - 1 \quad \text{or} \quad B \leqslant y \leqslant N - 1 \end{cases}$$

و

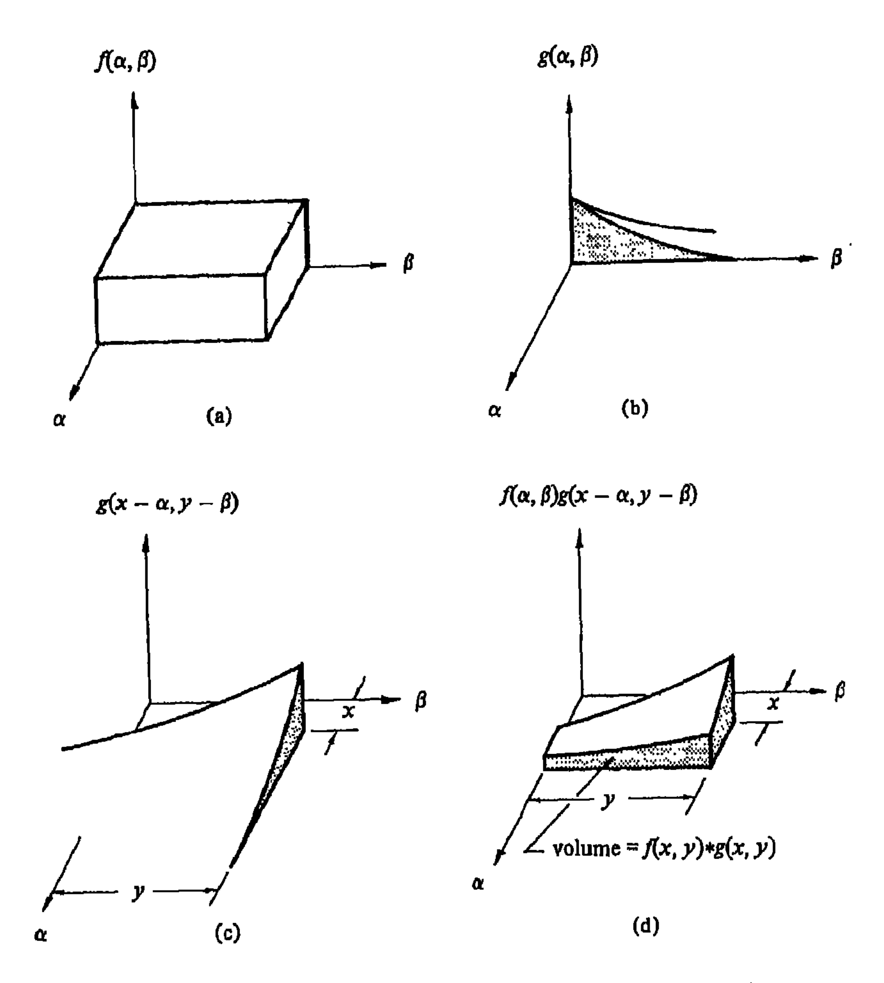
$$g_e(x, y) = \begin{cases} g(x, y) & 0 \leqslant x \leqslant C - 1 \quad \text{and} \quad 0 \leqslant y \leqslant D - 1 \\ 0 & C \leqslant x \leqslant M - 1 \quad \text{or} \quad D \leqslant y \leqslant N - 1 \end{cases}$$

إن الطي ثنائي – الأبعاد لـ $f_e(x, y)$ و $g_e(x, y)$ يعطى بالعلاقة

$$f_e(x, y) * g_e(x, y) = \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} f_e(m, n)\, g_e(x - m, y - n) \qquad (35-3.3)$$

من أجل $x=1,2,\ldots,M-1$ و $y=1,2,\ldots,N-1$. إن المصفوفة $M \times N$ المعطاة بهذه المعادلة هي دور واحد للطي المتقطع ثنائي–الأبعاد. اذا اخترت M و N وفقا للمعادلتين (3.3–33) و (3.3–34)، فإن خلو هذه المصفوفة من التداخل مع الأدوار المجاورة سيكون مضمونا. كما في الحالة أحادية البعد، فان نظرية الطي المستمرة المعطاة بالمعادلتين (3.3–31) و (3.3–32) تطبق أيضا على الحالة المتقطعة التي فيها $u=0,1,2,\ldots,M-1$، و $v=0,1,2,\ldots,N-1$. إن جميع الحسابات تتضمن الدالتين الممددتين $f_e(x, y)$ و $g_e(x, y)$.

إن القدرة النظرية لنظرية الطي ستصبح واضحة في القسم 3.3 – 9 عندما نناقش نظرية الاعتيان. من وجهة نظر عملية، إن حساب الطي المتقطع في مجال التردد أكثر فعالية من حسابه باستعمال المعادلة (3.3 – 35) مباشرة. الاجراء هو أن نحسب تحويل فورييه لـ $f_e(x, y)$ و $g_e(x, y)$ باستعمال خوارزمية تحويل فورييه السريع FFT (انظر القسم 4.3). بعدئذ يضرب التحويلان وسيعطى معكوس تحويل فورييه للناتج دالة الطي. تبين مقارنة أجراها Brigham 1974 أن FFT أسرع في حالة الأصفة arrays اذا كان عدد النقاط أكبر من 32. بالرغم من أن هذا الرقم يعتمد على نوع الحاسوب المستخدم والخوارزميات المستعملة، فهو أصغر بكثير من النقاط الموجودة في صف أو عمود من صورة نموذجية.



الشكل 17.3 توضيح خطوات الثني والإزاحة والضرب الضرورية لإجراء الطي ثنائي ــ الأبعاد .

التــرابـط

يعرف ترابط* دالتين $g(x)$ و $f(x)$ ، مرموزا اليه بـ $f(x)\circ g(x)$ ، بالعلاقة التالية

* إذا كانت f(x) و g(x) نفس الدالة، تدعى المعادلة (3.3–36) عادة دالة الترابط الذاتية Autocorrelation function؛ ولكن إذا كانت f(x) و g(x) مختلفتين، فيستعمل المصطلح الترابط – المتبادل cross – correlation عادة.

$$f(x)\circ g(x)=\int_{-\infty}^{\infty} f(\alpha)\,g(x+\alpha)\,\mathrm{d}\alpha \qquad (36-3.3)$$

حيث ان * هو المترافق العقدي. ان صيغتي المعادلتين (3.3 – 36) و (3.3 – 23) متشابهتان، والفرق الوحيد هو أن الدالة $g(x)$ غير مثنية حول المبدأ. وهكذا، لكي نجري الترابط، نقوم ببساطة بزلق $g(x)$ على $f(x)$ ونكامل الجداء من $-\infty$ إلى ∞ لكل قيمة ازاحة x. هذا الاجراء موضح في الشكل 18.3 الذي يجب أن يقارن مع الشكل 13.3.

يعرف المكافىء المتقطع للمعادلة (3.3 – 36) كما يلي:

$$f_e(x)\circ g_e(x)=\sum_{m=0}^{M-1} f_e(m)\,g_e(x+m) \qquad (37-3.3)$$

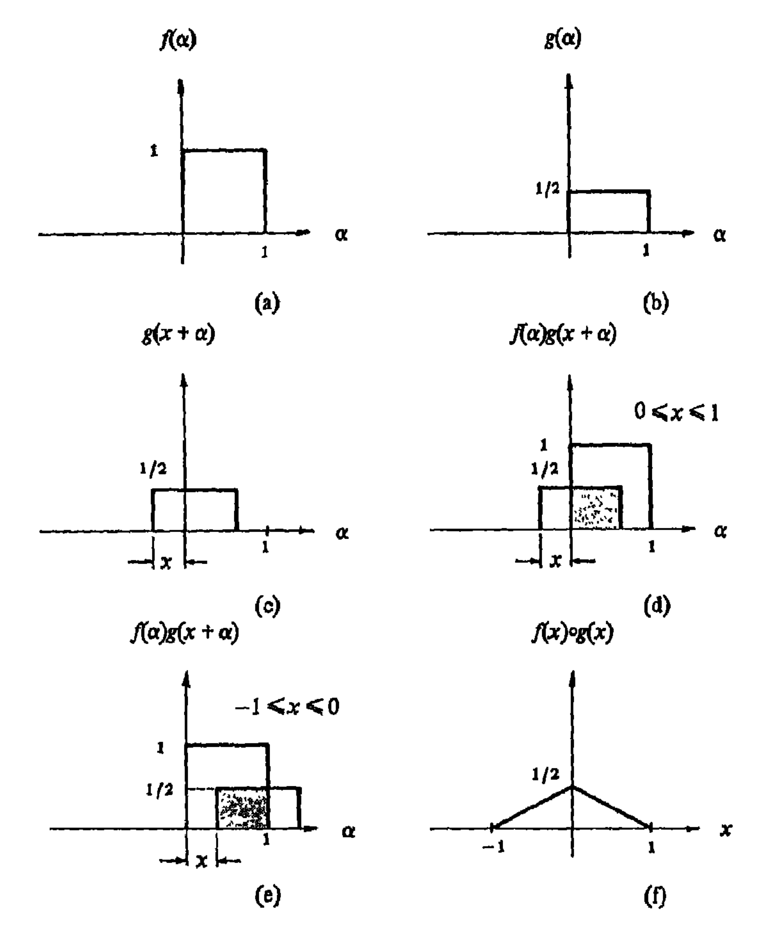
من أجل $x=0,1,2,\ldots,M-1$. ان التعليقات التي أوردت سابقا على $f_e(x)$ و $g_e(x)$، أي، الدورية المفترضة لهاتين الدالتين و اختيار قيم M، تنطبق أيضا على المعادلة (3.3 – 37). هذا وتصبح صيغ مشابهة لحالة البعدين. وهكذا، فاذا كانت $f(x,y)$ و $g(x,y)$ دالتين بمتحولات مستمرة، يعرف ترابطهما كما يلي:

$$f(x,y)\circ g(x,y)=\iint_{-\infty}^{\infty} f(\alpha,\beta)\,g(x+\alpha,y+\beta)\,\mathrm{d}\alpha\,\mathrm{d}\beta \qquad (38-3.3)$$

ويكون لدينا من أجل الحالة المتقطعة

$$f_e(x,y)\circ g_e(x,y)=\sum_{m=0}^{M-1}\sum_{n=0}^{N-1} f_e(m,n)\,g_e(x+m,y+n) \qquad (39-3.3)$$

من أجل $x=0,1,2,\ldots,M-1$ و $y=0,1,2,\ldots,N-1$. كما هي الحال بالنسبة للطي المتقطع فإن $f_e(x,y)$ و $g_e(x,y)$ دالتان موسعتان، و N و M تختاران وفقا للمعادلتين



الشكل 18.3 توضيح بياني للترابط. المساحات المظللة تدل على المناطق التي لايساوي الجداء فيها صفراً.

(3.3−33) و (3.3−34) لنتلافى خطأ التغليف في أدوار دالة الترابط.

في كل من الحالتين المستمرة والمتقطعة، يمكن اثبات أن نظرية الترابط التالية محققة:

$$f(x, y)\circ g(x, y) \Leftrightarrow F(u, v)G^*(u, v) \tag{3.3−40}$$

و

$$f(x, y)\,g^*(x, y) \Leftrightarrow F(u, v) \circ G(u, v) \qquad (41-3.3)$$

من المفهوم أنه عندما تفسر هذه النظرية على أساس المتحولات المتقطعة، فإن جميع الدوال يفترض أن تكون ممددة دورية.

إن أحد التطبيقات الرئيسة للترابط في معالجة الصورة هو في مجال مطابقة النافذة **template matching** أو مطابقة النموذج الأصلي **prototype matching**، حيث أن المشكلة هي ايجاد أفضل مثيل لصورة معينة غير معروفة بين مجموعة من الصور معروفة الأصل. إن أحد الأساليب لحل هذه المسألة هو حساب الترابط بين الصورة غير المعروفة وكل من الصور المعروفة. بعد ذلك، يتم ايجاد أفضل مثيل باختيار الصورة التي تعطي أكبر قيمة لدالة الترابط. نظرا لأن الترابطات الناتجة هي دوال ثنائية – الأبعاد، فان هذا يتطلب البحث عن أكبر اتساع لكل دالة. كما هي الحال بالنسبة للطي المتقطع، فان حساب $f_e(x, y) \circ g_e(x, y)$ في الغالب، أكثر فعالية اذا ما أجرى في المجال الترددي باستخدام خوارزمية **FFT** لحساب التحويلات الأمامية والعكسية.

عند مقارنة نتائج الطي والترابط المستمرين مع نتائج الطي والترابط المتقطعين، يجب ملاحظة أن الطريقة التي عرفنا فيها الحالات المتقطعة تنتهي إلى تقويم الأشكال المستمرة باستخدام تكاملات مستطيلة. وهكذا، إذا رغب أحدنا بمقارنة النتائج المستمرة والمتقطعة على أساس مطلق فإن المعادلتين (3.3 – 29) و (3.3 – 37) يجب أن تضربا بـ Δx، والمعادلتين (3.3 – 35) و (3.3 – 38) يجب أن تضربا بـ $\Delta x\,\Delta y$ حيث أن Δx و Δy هما الفواصل بين العينات، كما عرفناهما في القسم 2.3.

في الشكل 16.3 على سبيل المثال، دوال الطي المستمر والمتقطع لهما نفس الاتساع لأن النتيجة المتقطعة ضربت بـ Δx.ولكن عندما نحسب ونقوم الصيغ المتقطعة فقط، فإن ادخال عوامل تغيير القياس هذه، مسألة تفضيل لاأكثر. من المهم أيضاً أن نلاحظ أن جميع صيغ الطي والترابط تصح إذا تبادلت $f(x)$ وتحويلاتها و $g(x)$ وتحويلاتها المكان. وهذا صحيح أيضاً إذا كانت الدوال ثنائية الأبعاد .

3.3 ، 9 الاعتيان sampling

لقد قدمنا الفكرة الأساسية لاعتيان الصورة في القسم 3.2 مبنية على أساس بدهي. ان نظريتي تحويل فورييه والطي يؤمنان الأدوات اللازمة لاجراء دراسة تحليلية أعمق لهذه المسألة. اننا نهتم بشكل خاص بالنظر إلى السؤال: كم من العينات يجب أن تؤخذ حتى لاتضيع أية معلومات في عملية الاعتيان. وإذا عبرنا بشكل مختلف نقول: ان المسألة هي تحديد شروط الاعتيان التي يمكن عندها أن تسترجع صورة مستمرة من مجموعة عينات أخذت منها. سنبدأ بتحليل الحالة أحادية ــ البعد.

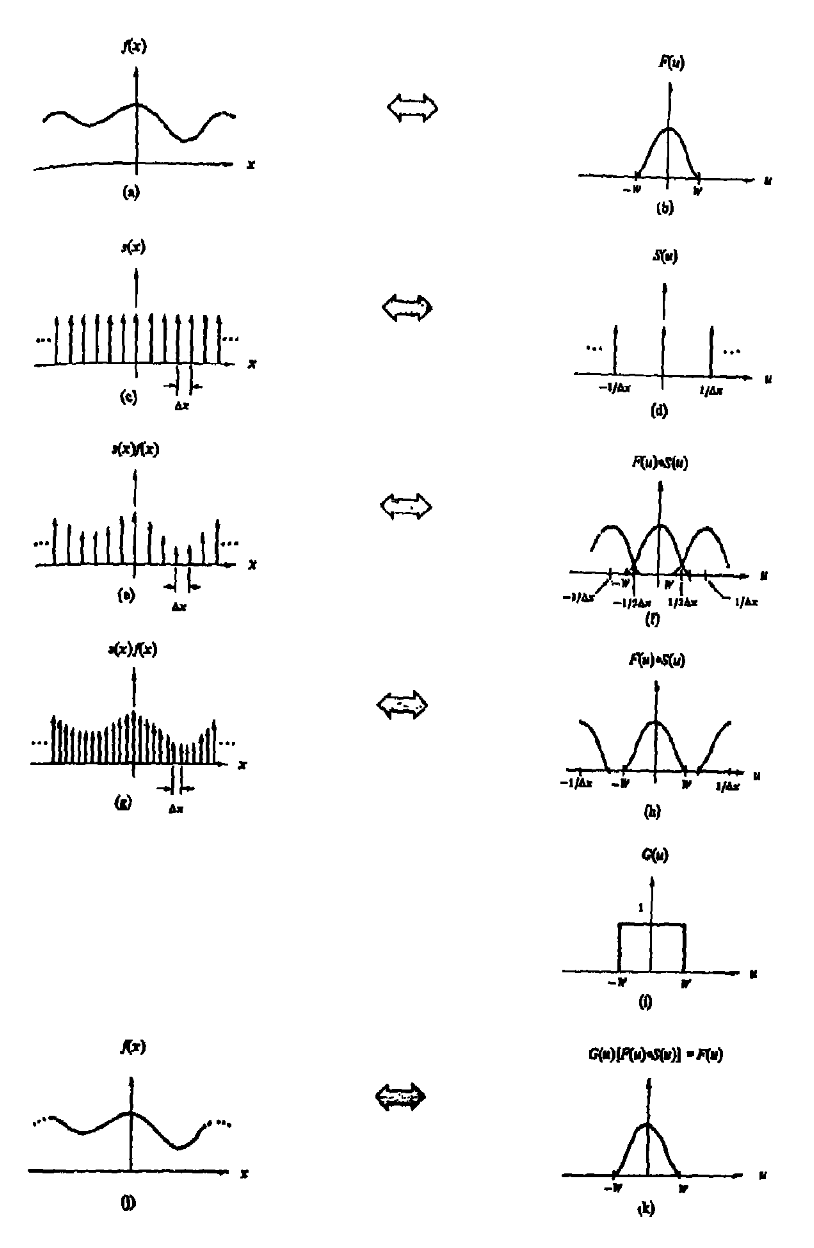
الدوال أحادية ــ البعد one – dimensional functions

تأمل الدالة المبينة في الشكل 19.3 (a) التي يفترض أنها تمتد من $-\infty$ إلى ∞ ، وافترض أن تحويل فورييــه للدالة $f(x)$ يتلاشى من أجل قيم u الواقعة خارج البون $[-W, W]$. يمكن أن يبدو التحويل كما في الشكل 19.3 (b)*. إن الدالة التي لتحويلها هذه الخاصــة لأية قيمـة محددة لـ w تسمى دالة محدودة النطاق band – limited function.

للحصول على $f(x)$|على شكل عينات، نضرب ببساطة هذه الدالة بدالة اعتيان $s(x)$| تتألف من قطار من نبضات بحيث يفصل بين كل نبضة و النبضة التي تليها مسافة قدرها Δx ، كما هو مبين في الشكل 19.3 (c). نظراً لأن الضرب في المجال x ، حسب نظرية الطي، مكافىء للطي في المجال الترددي، نحصل على تحويل فورييه المبين في الشكل 19.3 (f) للجداء $s(x)f(x)$ يلاحظ أن التحويل دوري بدور $1/\Delta x$ و أن التكرارات الفردية لـ $F(u)$ يمكن أن تتراكب. في الدور الأول، وعلى سبيل المثال، سيقع مركز المنطقة المتداخلة عند $u = 1/2\Delta x$ إذا كانت الكمية $1/2\Delta x$ أقل من w. لذلك، ولكي نتجنب هذه المشكلة نختار الفاصل x بحيث يكون $1/2\Delta x \geqslant W$ أو

$$\Delta x < \frac{1}{2W} \tag{42–3.3}$$

* تذكر ان تحويل فورييه هو دالة عقدية. وللتبسيط، نبين في هذه الأشكال التوضيحية اتساع التحويل فقط. ولكن المحور الاحداثي الرأسي سيرقم بـ F(u),G(u) ، الخ.. للاشارة إلى أن المفاهيم المتضمنة صحيحة من أجل التحويل بشكل كامل، وليس بالنسبة لمطاله فقط.



الشكل 19.3 تطوير بياني لمفاهيم الاعتيان.

إن نتيجة انقاص Δx مبينة في الأشكال 19.3 (g) و (h). إن الأثر الصافي هو فصل الأدوار بحيث لايحدث أي تراكب. إن أهمية هذه العملية تكمن في حقيقة أنه إذا ضربنا التحويل المبين في الشكل 19.3 (h) بالدالة

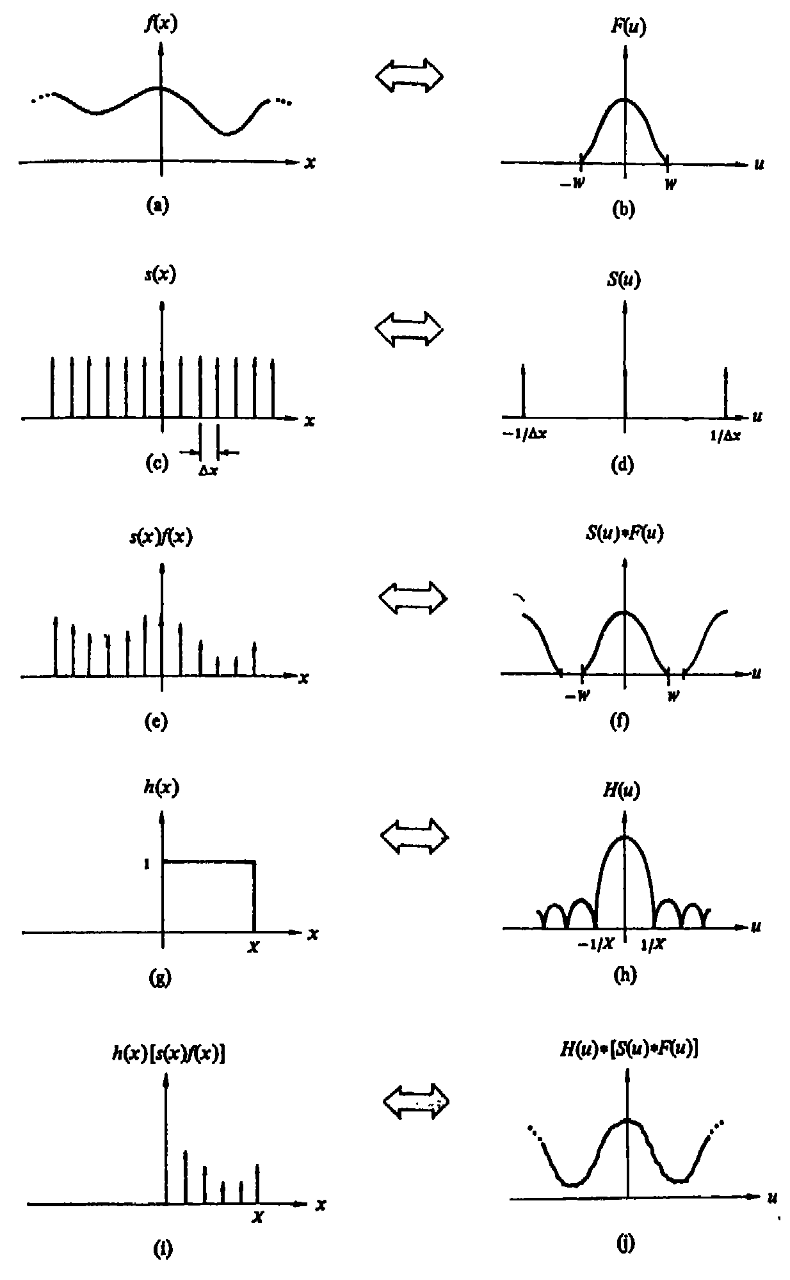
$$G(u)=\begin{cases}1 & -W<u<W\\ \\ 0 & \text{elsewhere}\end{cases} \qquad (43-3.3)$$

يصبح بالامكان عزل $F(u)$ بشكل كامل كما هو مبين في الشكل 19.3(k). وبالتالي فإن تحويل فورييه العكسي يعطي الدالة الأصلية المستمرة $f(x)$. إن حقيقة أن دالة محدودة ـــ النطاق يمكن أن تستعاد من عيناتها التي تحقق الفواصل بينها المعادلة (3.3 – 42)، تعرف بنظرية ويتاكر ـــ شانون للاعتيان Whittaker – Shannon sampling theorm .

من المهم أن يبقى في ذهننا أن جميع معلومات المجال الترددي لدالة محدودة النطاق، محتواة في البون [W,W –]. ولكن إذا لم تكن المعادلة (3.3 – 42) محققة، يفسد التحويل في هذا البون بسبب مشاركات الأدوار المجاورة. هذه الظاهرة، وتعرف غالبا بالـ «ألياسينغ» aliasing ، تحول دون استعادة كاملة للدالة التي تم اعتيانها بشكل غير كاف .

إن النتائج السابقة تنطبق على الدوال غير محدودة الأمد في المجال x. ونظراً لأن هذا يقتضي استعمال فاصل اعتيان غير محدد، فإنه يهمنا أن نتفحص الحالة العملية التي تعتان الدالة فيها في منطقة محددة. إن هذا الوضع مبين في الشكل (3 ، 20). الأشكال (a) حتى (f) هي نفس الأشكال الموجودة في الشكل (19.3) باستثناء أن الفواصل بين العينات يفترض أنها تحقق نظرية الاعتيان بحيث لايوجد أي تراكب. يمكن تمثيل فاصل أخذ عينات محدود [0,x] رياضيا بضرب نتيجة الاعتيان المبينة في الشكل 3 – 20(e) بالدالة

$$h(x)=\begin{cases}1 & 0<x<X\\ 0 & \text{elsewhere}\end{cases} \qquad (44-3.3)$$



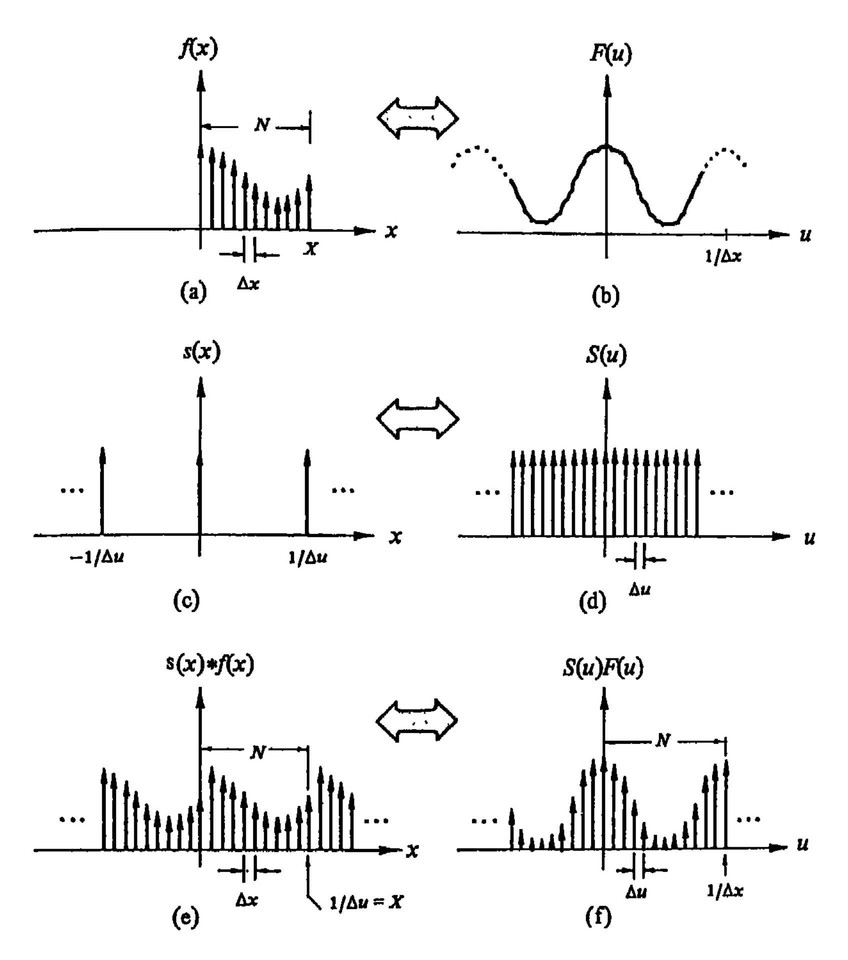
الشكل 3 • 20 توضيح بياني لمفاهيم الاعتيان ــ المحدود finite – sampling •

هذه الدالة، التي كثيراً ماتدعى نافذة، وتحويل فورييه التابع لها مبينان في الشكل 20.3 (g) و (h) على التوالي. ان نتائج الضرب موضحة في الشكل 20.3(i) و (j). من المهم أن نشير إلى أنه يتم الحصول على نتيجة المجال الترددي النهائية بطي الدالة $S(u)*F(u)$ مع $H(u)$ ، الذي هو تحويل فورييه لدالة النافذة $h(x)$. نظراً لأن $H(u)$ له مركبات ترددية تمتد إلى اللانهاية، فإن طي هذه الدوال ينتج تشوها في تمثيل المجال الترددي للدالة التي اعتينت وحددت بمنطقة محددة بواسطة $h(x)$ ، كما هو مبين في الشكل 3 . 20 (j). وهكذا، حتى إذا كانت الفواصل بين العينات تحقق شروط نظرية الاعتيان، فإنه بشكل عام، يستحيل استعادة دالة بشكل كامل إذا كانت قد اعتينت في منطقـة محددة فقط من المجال x. يمكن تقدير هذه الحقيقـة بملاحظة أنه يصبح مستحيلا عزل تحويل فورييه الأصلي تحت هذه الشروط. الاستثناء الوحيد هو عندما تكون $f(x)$ محدودة النطاق ودورية بدور يساوي x. يمكن البرهنة في هذه الحالة أن التراكبات الناتجة عن $H(u)$ تلغي بعضها بعضاً متيحة بهذا امكانية الاستعادة الكاملة للدالة $f(x)$ إذا كانت نظرية الاعتيان محققة. من المهم أن نلاحظ أن الدالة المستعادة مازال تمتد من $-\infty$ إلى ∞ وهي ليست صفراً خارج المدى الذي تكون فيه $h(x)$ صفرا .

إن هذه الاعتبارات تقودنا إلى الاستنتاج الهام وهو أنه لايمكن لأية دالة ذات أمد محدود أن تكون محدودة النطاق. وبشكل معاكس، فإن الدالة المحدودة النطاق يجب أن تمتد من $-\infty$ إلى ∞ في المجال x. ان هذا الاستنتاج نتيجة عملية مهمة لأنها تؤسس حداً أساسياً في معالجتنا للدوال الرقمية .

قبل الانتقال من مناقشة الدوال أحادية ــ البعد ، يهمنا استعمال النتائج المدونة أعلاه لاعطاء سبب بديل لدورية تحويل فورييه المتقطع. سنبدأ بملاحظة أنه حتى الآن، جميع النتائج في المجال الترددي كانت ذات طبيعة مستمرة. للحصول على تحويل فورييه المتقطع، نقوم ببساطة باعتيان التحويل المستمر بقطار من نبضات متباعدة عن بعضها بمقدار Δu. هذا الوضع مرسوم في الشكل 21.3 ، حيث استعمل الشكلان 20.3 (i) و (j). الرمزان $f(x)$ و $F(u)$ قد استعملا في الشكل 21.3 لتسهيل المقارنة مع المناقشة التي

وردت في القسم 2.3 . ولكن يجب أن يبقى في ذهننا أن الشكلين 21.3(a) و (b) يفترض أن يكونا نتيجة سلسلة العمليات المبينة في الشكل 20.3.



الشكل 21.3 توضيح بياني لتحويل فورييه المتقطع .

كما أشرنا سابقا، يمكن تمثيل الاعتيان بضرب قطار النبضات بالدالة التي يراد اعتيانها. في هذه الحالة، نضرب $F(u)$ بـ $S(u)$ ونحصل على النتيجة المبينة في الشكل 21.3 (f). إن العملية المكافئة في المجال x هي الطي الذي يعطي الدالة المبينة في الشكل

21.3 (e). هذه الدالة دورية بدور قدره $1/\Delta u$. إذا أخذت N عينة من $f(x)$ و $F(u)$ واختيرت الفواصل بين العينات بحيث يغطي دور في كل مجال بـ N عينة متباعدة بانتظام، يكون لدينا $N\Delta x=X$ في المجال x و $N\Delta u=1/\Delta x$ في المجال الترددي. المعادلة الأخيرة تنتج من كون تحويل فورييه لدالة معتانة يكون دوريا بدور قدره $1/\Delta x$، كما بينا سابقاً. ينتج من هذه المعادلة أن

$$\Delta u = \frac{1}{N\Delta x} \qquad (45-3.3)$$

وهو مايتفق مع المعادلة (2.3 – 4) . إن اختيار هذا التباعد يعطي الدالة المبينة في الشكل 21.3 (e) التي هي دورية بدور قدره $1/\Delta x$. لدينا من المعادلة (3.3 – 45) أن $1/\Delta u=N\Delta x=X$ الذي هو منطقة الاعتيان الاجمالية في الشكل 21.3(a).

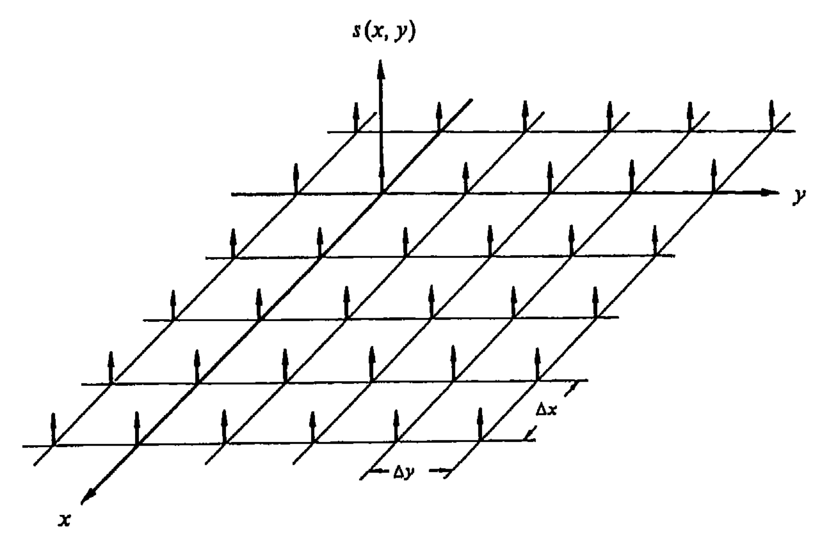
الدوال ثنائية ـــ الأبعاد

إن مفاهيم الاعتيان التي طورت أعلاه قابلة بعد بعض التعديل في الرموز للتطبيق مباشرة على الدوال ثنائية ـــ الأبعاد. إن عملية الاعتيان لهذه الدوال يمكن أن تشكل رياضيا باستعمال الدالة النبضية ثنائية ـــ الأبعاد $\delta(x, y)$ التي نعرفها كما يلي

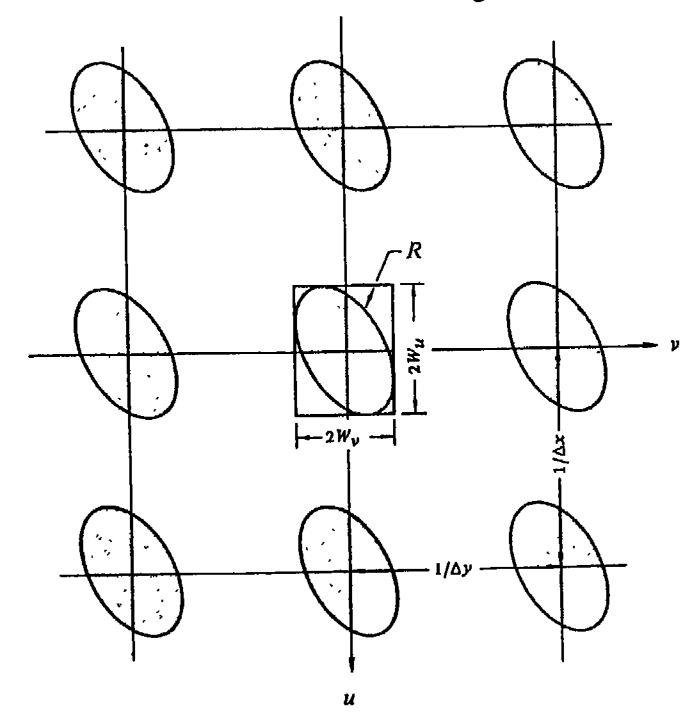
$$\int\int_{-\infty}^{\infty} f(x, y)\delta(x-x_0, y-y_0)\, \mathrm{d}x\, \mathrm{d}y = f(x_0, y_0) \qquad (46-3.3)$$

إن تفسير المعادلة (3.3 – 46) مشابه للتفسير الذي أعطي للمعادلتين (3.3 – 24) و (3.3 – 25) . الشكل 22.3 يبين دالة اعتيان ثنائية – الأبعاد تتألف من قطار من نبضات تبتعد عن بعضها بمقدار Δx في الاتجاه x و Δy في الاتجاه y.

إذا كان لدينا دالة $f(x, y)$ ، حيث x و y مستمران، فإننا نحصل على الدالة المعتانة بتشكيل الجداء $s(x, y)f(x, y)$. إن العملية المكافئة في المجال الترددي، هي طي $F(u, v)$ و $S(u, v)$ ، حيث أن $S(u, v)$ قطار من نبضات منفصلة عن بعضها بمقدار $1/\Delta x$ و $1/\Delta y$ في الاتجاهين u و v ، على التوالي. إذا كانت $f(x, y)$ محدودة



الشكل 3 ، 22 . دالة اعتيان ثنائية ــ الأبعاد .



الشكل 23.3 تمثيل دالة معتانة محدودة ــ النطاق ثنائية ــ الأبعاد، في المجال ــ الترددي .

النطاق (أي أن طيف فورييه التابع لها يتلاشى خارج منطقة ما R) فإن نتيجة طي S(u,v) و F(u,v) يمكن أن تبدو كالحالة المبينة في الشكل 3.23. ويلاحظ أن الدالة دورية في بعدين .

ليكن المقداران $2W_u$ و $2W_v$ يمثلان بعدي أصغر مستطيل يحصر المنطقة R. في الاتجاهين u و v ، على التوالي. عندئذ، ومن الشكل 3.23 ، إذا كانت $1/\Delta x > 2W_u$ و $1/\Delta y > 2W_v$ (أي لايوجد ألياسينغ) فإن أحد الأدوار يمكن أن يستعاد بشكل كامل إذا ضربنا $S(u, v) * F(u, v)$ بالدالة

$$G(u, v) = \begin{cases} 1 & \text{إذا كانت (u,v) داخل أحد المستطيلات التي تحصر R} \\ 0 & \text{خلاف ذلك} \end{cases} \qquad (47-3.3)$$

ان معكوس تحويل فورييه لـ $G(u, v)[S(u, v) * F(u, v)]$ يعطي $f(x, y)$.
تقودنا لاعتبارات السابقة إلى شكل من أشكال نظرية الاعتيان ثنائية ـــ الأبعاد التي تنص على أنه يمكن استعادة دالة محدودة النطاق بشكل كامل من عينات تعطي الفواصل بينها كما يلي:

$$\Delta x < \frac{1}{2W_u} \qquad (a48-3.3)$$

و

$$\Delta y < \frac{1}{2W_v} \qquad (b48-3.3)$$

عندما تكون $f(x, y)$ محددة حيزيا باستعمال نافذة $h(x, y)$ مشابهة للدالة $h(x)$ التي استعملت في الشكل 20.3 ، يكون لدينا مشكلة أن تحويل الدالة المعتانة sampled functionمتشوه بسبب طي $H(u, v)$ و $S(u, v) * F(u, v)$. هذا التشوه، الذي هو نتيجة للطبيعة المحدودة حيزيا للصور الرقمية، يعيق الاستعادة الكاملة لـ $f(x, y)$ من عيناتها.

كما في الحالة أحادية-البعد، فالدوال الدورية هي استثناء، ولكن الصور التي تحقق هذا الشرط نادرا ما توجد في الواقع العملي.

يمكن اجراء مناقشة مشابهة لتلك التي طورت من أجل الحالة أحادية – البعد لتوضيح كيفية ظهور الدورية في تحويل فورييه المتقطع ثنائي-الأبعاد. فمن أجل صورة أبعادها $N \times N$، سيعطي هذا التحليل النتائج التالية

$$\Delta u = \frac{1}{N\Delta x} \qquad (a49-3.3)$$

و

$$\Delta v = \frac{1}{N\Delta y} \qquad (b49-3.3b)$$

إن هاتين العلاقتين بين قواصل العينات تكفل أن دورا (ثنائي – الأبعاد) كاملا سيعطى بـ $N \times N$ قيمة متباعدة بانتظام في كل من المجالين الحيزي والترددي.

4.3 تحويل فورييه السريع FFT

إن عدد عمليات الضرب والجمع المطلوبة لتنفيذ المعادلة (2.3-2) يتناسب مع N. يمكن أن يظهر هذا بسهولة بملاحظة أنه من أجل كل من الـ N قيمة لـ u، يتطلب نشر اشارة الجمع N عملية ضرب عقدية لـ $f(x)$ بـ $\exp[-j2\pi nx/N]$ و $(N-1)$ عملية جمع للنتائج. يمكن أن تحسب حدود $\exp[-j2\pi nx/N]$ مرة واحدة وتخزن في جدول من أجل جميع التطبيقات التالية. لهذا السبب لايعد عادة ضرب u بـ x في هذه الحدود جزءاً مباشراً من التنفيذ.

نبين في هذا القسم أنه بتفكيك المعادلة (2.3-2) بشكل صحيح يمكن جعل عدد عمليات الضرب والجمع متناسبا مع $N\log_2 N$. ان اجراء التفكيك يسمى خوارزمية تحويل فورييه السريع Fast Fourier Transform (FFT). ان تخفيض التناسب من N^2 الى $N\log_2 - N$ عملية جمع /ضرب يمثل توفيرا هاما في الجهد الحسابي كما هو مبين بالأرقام في الجدول 1.3 . يتضح من هذا الجدول أن أسلوب تحويل فورييه السريع يقدم مزية حسابية هامة بالمقارنة مع التنفيذ المباشر لتحويل فورييه، وبشكل خاص

عندما تكون N كبيرة نسبيا. فعلى سبيل المثال، ان تنفيذا مباشرا للتحويل من أجل N=8192 يتطلب حوالي ثلاثة أرباع الساعة على حاسوب مثل IBM 7094. بينما يمكن انجاز نفس العمل على هذه الآلة في حوالي خمس ثوان باستعمال FFT.

نركز عنايتنا أدناه على تطوير خوارزمية FFT لتحول وحيد. وكما أشرنا في القسم 3.3 فان تحويل فورييه ثنائي–الأبعاد يمكن أن يحسب بسهولة بالتطبيق المتتالي للتحويل أحادي–البعد.

الجدول 1.3 مقارنة لـ N^2 مقابل $N\log_2N$ من أجل قيم مختلفة لـ N

N	N^2 FT التقليدي	$N \log_2 N$ (FFT)	المزية الحسابية ($N/\log_2 N$)
2	4	2	2.00
4	16	8	2.00
8	64	24	2.67
16	256	64	4.00
32	1,024	160	6.40
64	4,096	384	10.67
128	16,384	896	18.29
256	65,536	2,048	32.00
512	262,144	4,608	56.89
1024	1,048,576	10,240	102.40
2048	4,194,304	22,528	186.18
4096	16,777,216	49,152	341.33
8192	67,108,864	106,496	630.15

1.4.3 خوارزمية FFT

ان خوارزمية تحويل فورييه السريع FFT المطورة في هذا القسم مبنية على أساس مايسمى بطريقة المضاعفة المتتالية successive doubling. سيكون من الملائم في المناقشة التالية أن نعبر عن المعادلة (2.3–2) بالشكل التالي

$$F(u) = \frac{1}{N} \sum_{x=0}^{N-1} f(x) W_N^{ux} \qquad (1-4.3)$$

حيث

$$W_N = \exp[-j2\pi/N] \tag{2-4.3}$$

و يفترض أن تأخذ N الشكل التالي

$$N = 2^n \tag{3-4.3}$$

حيث ان n هي عدد صحيح موجب. وبناءا على هذا، يمكن التعبير عن N كما يلي

$$N = 2M \tag{4-4.3}$$

حيث ان M هي أيضا عدد صحيح موجب. إن تعويض المعادلة (4-4.3) في المعادلة (1-4.3) يعطي

$$\begin{aligned} F(u) &= \frac{1}{2M} \sum_{x=0}^{2M-1} f(x) W_{2M}^{ux} \\ &= \frac{1}{2} \left\{ \frac{1}{M} \sum_{x=0}^{M-1} f(2x) W_{2M}^{u(2x)} + \frac{1}{M} \sum_{x=0}^{M-1} f(2x+1) W_{2M}^{u(2x+1)} \right\} \end{aligned} \tag{5-4.3}$$

ونظراً لأنه من المعادلة (2-4.3)، $W_{2m}^{2ux} = W_m^{ux}$ ، يمكن التعبير عن المعادلة(5-4.3) بالشكل التالي:

$$F(u) = \frac{1}{2} \left\{ \frac{1}{M} \sum_{x=0}^{M-1} f(2x) W_M^{ux} + \frac{1}{M} \sum_{x=0}^{M-1} f(2x+1) W_M^{ux} W_{2M}^{u} \right\} \tag{6-4.3}$$

إذا عرفنا

$$F_{\text{even}}(u) = \frac{1}{M} \sum_{x=0}^{M-1} f(2x) W_M^{ux} \tag{7-4.3}$$

من أجل $u=0,1,2,\ldots,M-1$ ، و

$$F_{\text{odd}}(u) = \frac{1}{M} \sum_{x=0}^{M-1} f(2x+1) W_M^{ux} \tag{8-4.3}$$

من أجل $u=0,1,2,\ldots,M-1$ ، فإن المعادلة (4.3-6) تصبح كمايلي

$$F(u)=\frac{1}{2}\left\{F_{\text{even}}(u)+F_{\text{odd}}(u)W_{2M}^{u}\right\} \qquad (4.3-9)$$

وأيضا، نظراً لأن $W_{M}^{u+M}=W_{M}^{u}$ and $W_{2M}^{u+M}=-W_{2M}^{u}$ ، ينتج من المعادلات (4.3-7) حتى (4.3-9) أن

$$F(u+M)=\frac{1}{2}\left\{F_{\text{even}}(u)-F_{\text{odd}}(u)W_{2M}^{u}\right\} \qquad (4.3-10)$$

إن التحليل الدقيق للمعادلات (4.3-6) حتى (4.3-10) يظهر بعض الخصائص الملفتة للنظر لهذه الصيغ الرياضية. يلاحظ أنه يمكن حساب تحويل الـ N - نقطة بتقسيم الصيغة الأصلية الى جزئين، كما أشرنا في المعادلتين (4.3-9) و (4.3-10). ان حساب النصف الأول من $F(u)$ يتطلب حساب تحويلي الـ (N/2)- نقطة المعبر عنهما بالمعادلتين (4.3-7) و (4.3-8). بعد ذلك، تعوض قيم $F_{evn}(n)$ و $F_{odd}(n)$الناتجة في المعادلة (4.3-9) للحصول على $F(u)$ من أجل $u=0,1,2,\ldots,N/2$. بعد ذلك ينتج النصف الثاني مباشرة من المعادلة (4.3-10) بدون حسابات تحويل اضافية.

لكي نتفحص التضمينات الحسابية للاجراء المذكور أعلاه، لندع m(n) و a(n) تمثلان عددي عمليات الضرب والجمع العقديتين، على التوالي، المطلوبان لتنفيذ هذه الطريقة. وكما هي الحال سابقا، فان عدد العينات يساوي 2^n حيث n عدد صحيح موجب. لنفترض أولاً أن n=1. ان تحويل نقطتين يتطلب حساب F(0) ، ثم F(1) الذي ينتج من المعادلة (4.3-10). للحصول على F(0) ، يجب أن نحسب أولا $F_{even}(0)$ و $F_{odd}(0)$. في هذه الحالة M=1 والمعادلتان (4.3-7) و (4.3-8) هما تحويلا نقطة واحدة. ولكن، نظرا لأن تحويل فورييه لنقطة منفردة هو العينة ذاتها، لايلزم أية عمليات ضرب أو جمع للحصول على $F_{even}(0)$ و $F_{odd}(0)$. ان عملية ضرب واحدة لـ $F_{odd}(0)$ بـ W_2^0 و عملية جمع واحدة تعطي F(0) من المعادلة (4.3-9). بعد ذلك ينتج F(1) من المعادلة (4.3-10) بعملية جمع اضافية واحدة (نحن نعتبر أن الجمع مثل الطرح تماما). ولأن $F_{odd}(0)\,W_2^0$ كانت قد حسبت، يكون لدينا أن عدد العمليات

المطلوبة لحساب تحويل نقطتين يتألف من m(1)=1 عملية ضرب و a(1)=2 عملية جمع.

إن القيمة التالية المسموح بها لـ n هي 2 . وحسب التطوير المذكور أعلاه، فإن تحويل أربع – نقاط يمكن أن يقسم الى جزئين. النصف الأول لـ $F(u)$ يتطلب حساب تحويلي نقطتين، كما هو معطى في المعادلتين (4.3–7) و (4.3–8) من أجل M=2. ونظراً لأن تحويل نقطتين يتطلب m(1) عملية ضرب و a(1) عملية جمع، فمن الواضح أن حساب هاتين المعادلتين يتطلب ما مجموعه 2m(1) عملية ضرب و 2a(1) عملية جمع. وهناك عمليتي ضرب وعمليتي جمع أخرى مطلوبة للحصول على F(0) و F(1) من المعادلة (4.3–9). ونظرا لأن $F_{odd}(u)\, W_{2m}^{u}$ كان قد حسب من أجل u={0,1} ، نجد أن عمليتي جمع اضافيتين تعطيان F(2) و F(3). ويكون المجموع بذلك m(2)=2m(1)+2 و a(2)=2a(1)+4. عندما تكون n=3 ، نأخذ بعين الاعتبار تحويلي أربع – نقاط في حساب $F_{odd}(u)$ و $F_{even}(u)$. هذان المقداران يتطلبان m(3)=2m(2)+4 و a(3)=2a(2)+8. بمتابعة هذه المناقشة، سنجد أن عدد عمليات الضرب والجمع المطلوبة لحساب FFT من أجل أية قيمة صحيحة لـ n يعطى بالصيغتين التكراريتين التاليتين

$$m(n) = 2m(n-1) + 2^{n-1} \qquad n \geqslant 1 \tag{13–4.3}$$

و

$$a(n) = 2a(n-1) + 2^{n} \qquad n \geqslant 1 \tag{14–4.3}$$

حيث m(0)=0 و a(0)=0 لأن تحويل نقطة واحدة لايتطلب أية عملية ضرب أو جمع.

إن تنفيذ المعادلات (4.3–7) حتى (4.3–10) يشكل خوارزمية FFT ذات المضاعفة المتتالية. إن هذا الاسم يأتي من حقيقة أن تحويل نقطتين يحسب من تحويلي نقطة واحدة، وتحويل أربع – نقاط يحسب من تحويل نقطتين، وهكذا، من أجل أية N مساوية لقوة صحيحة للعدد 2 .

2.4.3 عدد العمليات

سنبين في هذا القسم بالاستقراء induction أن عدد عمليات الضرب والجمع العقدية المطلوبة لتنفيذ خوارزمية الـ FFT المذكورة أعلاه يعطى بالعلاقة التالية

$$m(n) = \frac{1}{2} 2^n \log_2 2^n$$

$$= \frac{1}{2} N \log_2 N \qquad (13.-4.3)$$

$$= \frac{1}{2} Nn \qquad n \geqslant 1$$

و

$$a(n) = 2^n \log_2 2^n$$

$$= N \log_2 N \qquad (14-4.3)$$

$$= Nn \qquad n \geqslant 1$$

على التوالي .

من الضروري أولا أن نبرهن أن المعادلتين (4.3 – 13) و (4.3 – 14) صحيحتان من أجل n=1. لقد سبق وبينا أن

$$m(1) = \tfrac{1}{2}(2)(1) = 1$$

و

$$a(1) = (2)(1) = 2$$

بعد ذلك، يفترض أن المعادلتين محققتان من أجل n. عندئذ يجب أن نبرهن أنهما محققتان أيضا من أجل n+1.

من المعادلة (4.3 – 11) ينتج أن

$$m(n+1) = 2m(n) + 2^n$$

بتعويض المعادلة (4.3 – 13)، التي يفترض أنها محققة من أجل n، ينتج

$$m(n+1) = 2\left(\tfrac{1}{2} Nn\right) + 2^n$$

$$= 2\left(\tfrac{1}{2} 2^n n\right) + 2^n$$

$$= 2^n(n+1)$$

$$= \tfrac{1}{2} 2^{n+1}(n+1)$$

ولذلك فان المعادلة (4.3-13) محققة من أجل جميع قيم n الصحيحة الموجبة.

لدينا من المعادلة (4.3-12)

$$a(n+1) = 2a(n) + 2^{n+1}$$

إن تعويض المعادلة (4.3-14) من أجل a(n) يعطي

$$\begin{aligned} a(n+1) &= 2Nn + 2^{n+1} \\ &= 2(2^n n) + 2^{n+1} \\ &= 2^{n+1}(n+1) \end{aligned}$$

وهذا ما يكمل البرهان.

3.4.3 تحويل فورييه السريع FFT العكسي

حتى الآن، لقد قلنا القليل حول تحويل فورييه العكسي. ان أية خوارزمية لتنفيذ تحويل فورييه المباشر يمكن أن تستخدم (مع تعديل ثانوي في الدخل) لحساب التحويل العكسي. ولنرى هذا، دعنا نتأمل المعادلتين (2.3-2) و (2.3-3) اللتين نعيد كتابتهما أدناه

$$F(u) = \frac{1}{N} \sum_{x=0}^{N-1} f(x) \exp[-j2\pi ux/N] \qquad (4.3-15)$$

و

$$f(x) = \sum_{u=0}^{N-1} F(u) \exp[j2\pi ux/N] \qquad (4.3-16)$$

بأخذ المترافق العقدي للمعادلة (4.3-16) وتقسيم طرفي المعادلة على N ينتج

$$\frac{1}{N} f^*(x) = \frac{1}{N} \sum_{u=0}^{N-1} F^*(u) \exp[-j2\pi ux/N] \qquad (4.3-17)$$

بمقارنة هذه النتيجة مع المعادلة (4.3-15) نرى أن الجانب الأيمن من المعادلة (4.3-17) له شكل تحويل فورييه المباشر. وهكذا، اذا أدخلنا F*(u) الى خوارزمية مصممة لحساب التحويل المباشر ستكون النتيجة هي المقدار f*(x)/N. ان أخذ المترافق العقدي والضرب بـ N سيعطي f(x) العكسية المرغوبة.

من أجل المصفوفات المربعة ثنائية – الأبعاد نأخذ المترافق العقدي للمعادلة (10–2.3) ، أي،

$$f^{*}(x,y) = \frac{1}{N}\sum_{u=0}^{N-1}\sum_{v=0}^{N-1} F^{*}(u,v)\exp[-j2\pi(ux+vy)/N] \quad (18-4.3)$$

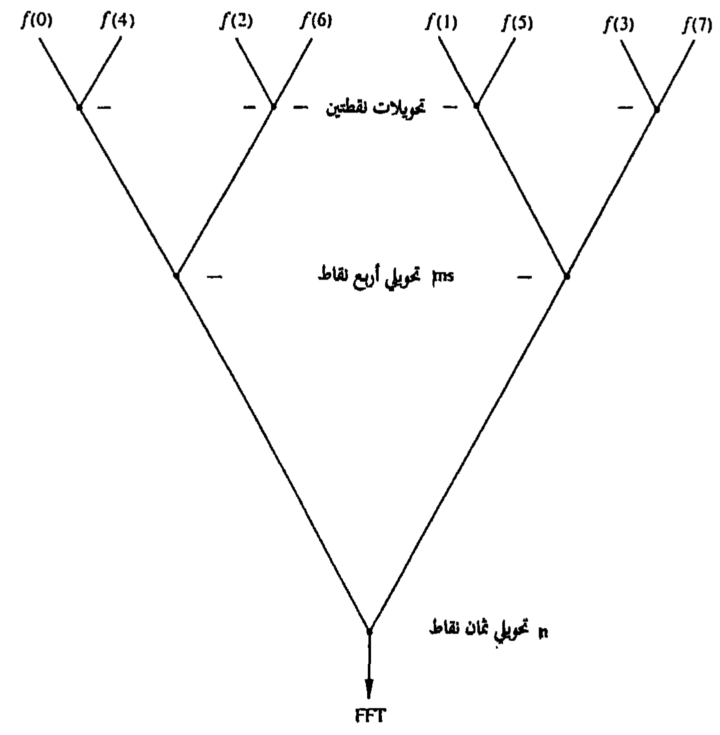
الذي نرى أنه بشكل التحويل المباشر ثنائي – الأبعاد المعطى بالمعادلة (2.3–9). ولذلك ينتج أنه اذا أدخلنا $F^{*}(u, v)$ الى خوارزمية مصممة لحساب التحويل المباشر ستكون النتيجة $f^{*}(x, y)$. بأخذ المترافق العقدي لهذه النتيجة نحصل على $f(x, y)$. في حالة كون $f(x)$ أو $f(x, y)$ حقيقية، تكون عملية المترافق العقدي غير ضرورية لأن $f(x) = f^{*}(x)$ and $f(x, y) = f^{*}(x, y)$ للدوال الحقيقية.

إن حساب التحويل ثنائي – الأبعاد عن طريق تطبيق متتال للتحويل أحادي – البعد كثيرا ما يكون مصدر ارباك عند استعمال الطريقة المذكورة أعلاه لحساب المعكوس. يجب أن يحتفظ القارىء بذهنه بالاجراء الملخص في القسم 1.3.3 ويتجنب أن يضلل بالمعادلة (4.3–17). بكلمات أخرى، عند استعمال خوارزمية أحادية البعد لحساب المعكوس ثنائي–الأبعاد، لاتقوم الطريقة على حساب المترافق العقدي بعد معالجة كل سطر أو عمود. بدلا من ذلك ، تعامل الدالة $F^{*}(u, v)$ كما لو كانت $f(x, y)$ في التحويل المباشر. إن اجراء التحويل ثنائي–الأبعاد ملخص في الشكل 9.3 . المترافق العقدي للنتيجة (اذا كان ضروريا) سيعطي المعكوس الصحيح $f(x, y)$.

4.4.3 التنفيذ

ان تنفيذ الحاسوب لتحويل فورييه السريع FFT الذي طورناه في القسم 1.4.3 هو تنفيذ مباشر. ان النقطة الرئيسة التي يجب أن تبقى في الذهن هي أن معطيات الدخل يجب أن تكون مرتبة بالترتيب المطلوب من أجل التطبيقات المتتالية للمعادلات (4.3 –7) و (4.3–8). إن إجراء الترتيب يمكن أن يوضح بمثال بسيط. لنفترض أننا نرغب في استعمال خوارزمية المضاعفة المتتالية لحساب FFT لدالة بثمان – نقاط {f(0),f(1),...,f(7)}.المعادلة (4.3–7) تستعمل عينات بمتغيرات arguments زوجية {f(0),f(2),f(4),f(6)}. والمعادلة (4.3–8) تستعمل عينات بمتغيرات فردية {f(1),f(3),f(5),f(7)}. ولكن، كل تحويل أربع – نقاط يحسب كتحويلي

تحويل-نقطتين. وهذا يتطلب أيضا استعمال المعادلتين (4.3 - 7) و (4.3 - 8). وهكذا فلحساب FFT للمجموعة الأولى المذكورة أعلاه، يجب أن نقسمها الى قسمين زوجيين {f(0),f(4)} وقسمين فرديين {f(2),f(6)}. بشكل مشابه، تقسم المجموعة الثانية الى {f(1),f(5)} من أجل المعادلة (4.3 - 7) و {f(3),f(7)} من أجل المعادلة (4.3 - 8). لانحتاج إلى أي ترتيب آخر لأن كل مجموعة من عنصرين تعتبر بأن لها عنصر فردي واحد وآخر زوجي. بدمج هذه النتائج يكون لدينا أن صفيف الدخل يجب أن يعبر عنه بالشكل التالي {f(0),f(4),(f(2),f(6),f(1),f(5),f(3),f(7)}. ان خوارزمية المضاعفة المتتالية تعمل على هذا الصفيف بالطريقة المبينة في الشكل 24.3 . في المستوى الأول من الحساب توجد أربعة تحويلات نقطتين تشتمل على {f(0),f(4)} و {f(2),f(6)} و {f(1),f(5)} و {f(3),f(7)}. المستوى التالي يستعمل هذه النتائج ليشكل تحويلي أربع - نقاط، والمستوى الأخير يستعمل هاتين النتيجتين لينتج التحويل المطلوب.



الشكل 24.3 صفيف الدخل المرتب و استعماله في طريقة المضاعفة المتتالية.

لحسن الحظ، ان الاجراء العام لاعادة ترتيب صفيف دخل، يتبع قاعدة عكس—البتة bit – reversal rule البسيطة. اذا جعلنا x تمثل أية قيمة ممكنة للمتغير في $f(x, y)$،عندئذ، يعطى المتغير في الصفيف المعاد ترتيبه بالتعبير عن x بالصيغة الثنائية وعكس بتاتها. مثلا، إذا كانت $N=2^3$، فإن العنصر السابع في الصفيف الأصلي $f(6)$، يصبح العنصر الرابع في الصفيف المعاد ترتيبه، لأن $6=110_2$ تصبح $011_2=3$ عندما تعكس البتات. يلاحظ أن العكس هو عكس من اليسار إلى اليمين للرقم الثنائي ويجب ألا يخلط بينه وبين المتمم الثنائي .

إن الاجراء ملخص في الجدول 2.3 من أجل N=8. إذا استعمل الصفيف المعاد ترتيبه في حساب FFT فسيكون الجواب هو عناصر تحويل فورييه في الترتيب الصحيح. وبشكل معاكس، يمكن أن نبين أنه اذا استعمل الصفيف بترتيبه الطبيعي، سيكون الجواب معكوس البتات. هذا وتصح تعليقات مماثلة على حساب التحويل العكسي. يبين الشكل 25.3 برنامجاً فرعياً مكتوباً بلغة الفورتران FORTRAN لحساب تحويل فورييه السريع FFT بطريقة المضاعفة – المتتالية. ان المعلمات في متغيرات البرنامج الفرعي هي كمايلي. في الدخل: F هي صفيف يرغب تحويله و LN تساوي n. و في الخرج: الصفيف F يحتوي تحويل فورييه. لاحظ أن F صفيف عقدي بحيث أنه اذا كان الدخل دالة حقيقية، يجب تصفير الجزء التخيلي من F قبل استدعاء البرنامج الفرعي.

الجزء الأول من البرنامج، بما فيه الحلقة "DO 3" يقوم باعادة ترتيب معطيات الدخل. الجزء الثاني بما فيه الحلقة "DO 5" يقوم بالحسابات المتتالية. الحلقة "DO 6" تقسم النتائج على N. وحسب التقديرات، تبين أن هذا البرنامج البسيط، من أجل N=1024، أقل كفاءة بمقدار 12٪ فقط من برنامج فورتران كتب بشكل أفضل و يستخدم جدولا لخزن قيم W_u^{2m}.

المعادلات (3.3 – 3) حتى (3.3 – 6)، مع الأشكال 9.3 و 25.3 ، تؤمن المعلومات الضرورية لتنفيذ تحويل فورييه المباشر، ثنائي – الأبعاد. إن نفس المفاهيم قابلة للتطبيق على التحويل العكسي باستعمال المترافق العقدي لتحويل فورييه كدخل لبرنامج FFT الفرعي كما أشرنا في القسم 3.4.3 .

يجب أن نشير قبل الانتهاء من هذا القسم إلى أنه بالامكان تشكيل تحويل فورييه السريع باستعمال أسس صحيحة أخرى أكبر من اثنين. في الحقيقة، إن تشكيل FFT على أساس – ثلاثة يتطلب عمليات أقل بقليل من أي أساس آخر (Cooley, Lewis, and Welch 1969) ، ولكن سيئته من وجهة نظر البرمجة تجعله خيار غير جذاب. الأساس – أربعة يساوي الأساس – اثنان من حيث العمليات المطلوبة. وجميع الأسس الأخرى أقل كفاءة، وتتطلب بشكل تصاعدي عددا أكبر من العمليات. ان خوارزميات تحويل فورييه السريع تشكل عادة بصيغة الأساس – اثنان لأنها أسهل للتنفيذ بلغة التجميع (لغة الآلة) assembly language.

الجدول 2.3 مثال لعكس البت واعادة ترتيب الصفيف للادخال الى خوارزمية FFT

المتغير الأصلي			الصفيف الأصلي	المتغير معكوس -البتات			الصفيف معاد الترتيب
0	0	0	$f(0)$	0	0	0	$f(0)$
0	0	1	$f(1)$	1	0	0	$f(4)$
0	1	0	$f(2)$	0	1	0	$f(2)$
0	1	1	$f(3)$	1	1	0	$f(6)$
1	0	0	$f(4)$	0	0	1	$f(1)$
1	0	1	$f(5)$	1	0	1	$f(5)$
1	1	0	$f(6)$	0	1	1	$f(3)$
1	1	1	$f(7)$	1	1	1	$f(7)$

```
      SUBROUTINE FFT(F,LN)
      COMPLEX F(1024),U,W,T,CMPLX
      PI=3.141593
      N=2**LN
      NV2=N/2
      NM1=N-1
      J=1
      DO 3 I=1,NM1
      IF(I.GE.J) GO TO 1
      T=F(J)
      F(J)=F(I)
      F(I)=T
    1 K=NV2
    2 IF(K.GE.J) GO TO 3
      J=J-K
      K=K/2
      GO TO 2
    3 J=J+K
      DO 5 L=1,LN
      LE=2**L
      LE1=LE/2
      U=(1.0,0.0)
      W=CMPLX(COS(PI/LE1),-SIN(PI/LE1))
      DO 5 J=1,LE1
      DO 4 I=J,N,LE
      IP=I+LE1
      T=F(IP)*U
      F(IP)=F(I)-T
    4 F(I)=F(I)+T
    5 U=U*W
      DO 6 I=1,N
    6 F(I)=F(I)/FLOAT(N)
      RETURN
      END
```

الشكل 25.3 تنفيذ لخوارزمية **FFT** بطريقة المضاعفة المتتالية بلغة الفورتران (اقتبست عن Cooley و آخرون 1969).

5.3 تحويلات صورة أخرى قابلة للفصل

إن تحويل فورييه المتقطع أحادي – البعد هو واحد من مجموعة من التحويلات الهامة التي يمكن التعبير عنها بصيغة العلاقة العامة التالية

$$T(u)=\sum_{x=0}^{N-1} f(x)\,g(x,u) \qquad (1-5.3)$$

حيث ان $T(u)$ هو تحويل $f(x)$، $g(x,u)$ هي نواة التحويل المباشر و u تأخذ قيما في المدى $0,1,2,\ldots,N-1$. وبشكل مشابه، يعطى التحويل العكسي بالعلاقة :

$$f(x)=\sum_{u=0}^{N-1} T(u)\,h(x,u) \qquad (2-5.3)$$

حيث ان $h(x,u)$ هي نواة التحويل العكسي inverse transform kernel و x تأخذ قيما في المدى $0,1,\ldots,N-1$. إن طبيعة تحويل ما تتحدد بخصائص نواة تحويله.

من أجل المصفوفات المربعة ثنائية – الأبعاد يعطى التحويلان المباشر والعكسي بالمعادلتين

$$T(u,v)=\sum_{x=0}^{N-1}\sum_{y=0}^{N-1} f(x,y)\,g(x,y,u,v) \qquad (3-5.3)$$

و

$$f(x,y)=\sum_{u=0}^{N-1}\sum_{v=0}^{N-1} T(u,v)\,h(x,y,u,v) \qquad (4-5.3)$$

حيث، وكما هي الحال أعلاه، $g(x,y,u,v)$ و $h(x,y,u,v)$ تسميان نواتي التحويلين المباشر والعكسي، على التوالي.

يقال إن النواة المباشرة قابلة للفصل اذا كان

$$g(x,y,u,v)=g_1(x,u)\,g_2(y,v) \qquad (5-5.3)$$

بالاضافة الى ذلك، فان النواة تكون متناظرة اذا كانت g_1 تساوي g_2 وظيفيا. في هذه الحالة، يمكن أن تصاغ المعادلة (5.3 – 5) بالشكل

$$g(x,y,u,v)=g_1(x,u)\,g_1(y,v) \qquad (6-5.3)$$

وتصح تعليقات مماثلة من أجل النواة العكسية اذا استبدلت $g(x,y,u,v)$ بـ $h(x,y,u,v)$ في المعادلتين (5.3 – 5) و (5.3 – 6).

ان تحويل فورييه ثنائي – الأبعاد حالة خاصة للمعادلة (5.3 – 3). ان له النواة

$$g(x,y,u,v)=\frac{1}{N}\ \exp[-j2\pi(ux+vy)/N]$$

التي هي قابلة للفصل ومتناظرة لأن

$$g(x, y, u, v) = g_1(x, u)\, g_1(y, v) \qquad (7-5.3)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{N}} \exp[-j2\pi ux/N] \frac{1}{\sqrt{N}} \exp[-j2\pi vy/N]$$

يظهر بسهولة أن نواة التحويل العكسي قابلة للفصل و متناظرة أيضا.

يمكن حساب تحويل بنواة قابلة للفصل بخطوتين، كل منهما تتطلب تحويلا أحادي–البعد. أولا، يجرى تحويل فورييه على طول كل صف من $f(x, y)$ ، معطيا

$$T(x, v) = \sum_{y=0}^{N-1} f(x, y)\, g_2(y, v) \qquad (8-5.3)$$

من أجل $x, v = 0, 1, \ldots, N-1$. ثانيا، يجرى التحويل أحادي – البعد على طول كل عمود من $T(x, v)$ وهذا يعطي العبارة الرياضية التالية

$$T(u, v) = \sum_{x=0}^{N-1} T(x, v)\, g_1(x, u) \qquad (9-5.3)$$

من أجل $x, v = 0, 1, \ldots, N-1$. يلاحظ أن هذا الاجراء يتفق مع الطريقة التي أعطيت في القسم 1.3.3 من أجل تحويل فورييه. يتم الحصول على نفس النتائج النهائية اذا أجرى التحويل على طول كل عمود من $f(x, y)$ أولا للحصول على $T(y, u)$ وبعد ذلك على طول كل صف من الدالة الأخيرة للحصول على $T(u, v)$. وتصح تعليقات مشابهة من أجل التحويل العكسي اذا كانت $h(x,y,u,v)$ قابلة للفصل. إذا كانت النواة $g(x,y,u,v)$ قابلة للفصل و متناظرة، يمكن التعبير عن المعادلة (3 – 5.3) أيضا بصيغة المصفوفة التالية

$$\mathbf{T} = \mathbf{AFA} \qquad (10-5.3)$$

حيث F هي مصفوفة الصورة $N \times N$ و A هي مصفوفة تحويل متناظرة $N \times N$ عناصرها $a_{ij} = g_1(i, j)$ ، و T هو التحويل الناتج $N \times N$ من أجل u و v في المدى $0, 1, 2, \ldots, N-1$.

للحصول على التحويل العكسي نضرب المعادلة (10-5.3) بمصفوفة تحويل عكسي **B** مرتين بحيث يكون موقع **B** في المرة الأولى في بداية كل حد وفي المرة الثانية في نهاية كل حد.

$$\mathbf{BTB} = \mathbf{BAFAB} \qquad (11-5.3)$$

إذا كانت $\mathbf{B}=\mathbf{A}^{-1}$ ، ينتج عندئذ

$$\mathbf{F} = \mathbf{BTB} \qquad (12-5.3)$$

مما يدل على أن الصورة الرقمية **F** يمكن أن تستعاد بشكل كامل من تحويلها. اذا لم تكن **B** تساوي $\mathbf{A}^{-1}$، عندئذ تعطي المعادلة (11-5.3) تقريبا لـ **F** يعطى بالعلاقة

$$\hat{\mathbf{F}} = \mathbf{BAFAB} \qquad (13-5.3)$$

إن عدداً من التحويلات، بما فيها تحويل فورييه وتحويل والش Walsh وتحويل هادامارد Hadamard وتحويل التجيب المتقطع Discrete Cosine، يمكن التعبير عنها بصيغتي المعادلتين (10-5.3) و (12-5.3). لمصفوفات التحويل الناتجة خاصة هامة وهي أنها يمكن أن تفكك الى جداءات مصفوفات بمداخل غير صفرية nonzero entries أقل من تلك الموجودة في المصفوفة الأصلية. هذه النتيجة التي أول ما صيغت من قبل Good[1958]من أجل تحويل فورييه، تخفض المعطيات الزائدة redundancy و بالتالي عدد العمليات اللازمة لتنفيذ تحويل ثنائي – الأبعاد. ان درجة التخفيض تعادل تلك التي حصلنا عليها بواسطة FFT إذ أنها من مرتبة $N\log_2 N$ عملية ضرب/جمع لكل سطر أو عمود لصورة N×N . بالرغم من أننا نركز عنايتنا في هذا الكتاب على اجراءات حسابية مبنية على تطبيقات متتابعة لخوارزميات أحادية – البعد للحصول على التحويلين المباشر والعكسي لصورة ما، يجب أن يبقى في ذهننا أن نتائج حسابية مكافئة يمكن الحصول عليها عن طريق تشكيل مصفوفي للمسألة. إن القارىء المهتم بهذه النقطة يجب أن يعود إلى كتاب أندروس Andraws[1970] من أجل تفاصيل إضافية .

1-5.3 تحويل والش Walsh transform

عندما تكون $N=2^n$ ، فإن تحويل والش المتقطع لدالة $f(x)$ ، المشار إليه بـ $W(u)$ ، يحصل عليه بتعويض النواة

$$g(x,u)=\frac{1}{N}\prod_{i=0}^{n-1}(-1)^{b_i(x)b_{n-1-i}(u)} \qquad (14-5.3)$$

في المعادلة (1-5.3) . بكلمات أخرى،

$$W(u)=\frac{1}{N}\sum_{x=0}^{N-1}f(x)\prod_{i=0}^{N-1}(-1)^{b_i(x)b_{n-1-i}(u)} \qquad (15-5.3)$$

حيث $b_k(z)$ هو البت رقم k في التمثيل الثنائي لـ z . على سبيل المثال، إذا كانت n=3 و z=6 (في الثنائي 110)، يكون لدينا $b_0(z)=1$ و $b_1(z)=0$ و $b_2(z)=1$.

إن قيم $g(x,u)$، باستثناء الحد الثابت 1/N ، مدونة في الجدول 3.3 من أجل N=8.

إن المصفوفة المشكلة بواسطة نواة تحويل والش مصفوفة متناظرة صفوفها وأعمدتها متعامدة. هذه الخصائص التي تصح بشكل عام، تؤدي إلى نواة عكسية مماثلة للنواة المباشرة، باستثناء عامل جداني ثابت 1/N ، أي

$$h(x,u)=\prod_{i=0}^{n-1}(-1)^{b_i(x)b_{n-1-i}(u)} \qquad (16-5.3)$$

الجدول 3.3 قيم نواة تحويل والش من أجل N=8

u \ x	0	1	2	3	4	5	6	7
0	+	+	+	+	+	+	+	+
1	+	+	+	+	−	−	−	−
2	+	+	−	−	+	+	−	−
3	+	+	−	−	−	−	+	+
4	+	−	+	−	+	−	+	−
5	+	−	+	−	−	+	−	+
6	+	−	−	+	+	−	−	+
7	+	−	−	+	−	+	+	−

يعطى تحويل والش العكسي بالمعادلة التالية

$$f(x) = \sum_{u=0}^{N-1} W(u) \prod_{i=0}^{n-1} (-1)^{b_i(x) b_{n-1-i}(u)} \tag{17-5.3}$$

يلاحظ أنه، بشكل مغاير لتحويل فورييه، المبني على حدود مثلثية، يتالف تحويل والش من نشر متوال لدوال اساسية قيمها 1+ أو 1 - .

إن صحة المعادلة (5.3 - 17) يمكن أن تثبت ببساطة باستبدال $W(u)$ بالمعادلة (5.3 - 15) واستخدام شرط التعامد المذكور أعلاه. من المهم أيضاً أن نلاحظ من المعادلتين (5.3 - 15) و (5.3 - 17) أن تحويلي والش المباشر والعكسي يختلفان فقط بالحد 1/N. وهكذا فإن أية خوارزمية لحساب تحويل والش المباشر يمكن أن تستخدم مباشرة للحصول على التحويل العكسي ببساطة بضرب نتيجة الخوارزمية بـ N.

ان نواتي تحويلي والش المباشر والعكسي ثنائي - الأبعاد تعطيان بالعلاقتين

$$g(x, y, u, v) = \frac{1}{N} \prod_{i=0}^{n-1} (-1)^{[b_i(x) b_{n-1-i}(u) + b_i(y) b_{n-1-i}(v)]} \tag{18-5.3}$$

و

$$h(x, y, u, v) = \frac{1}{N} \prod_{i=0}^{n-1} (-1)^{[b_i(x) b_{n-1-i}(u) + b_i(y) b_{n-1-i}(v)]} \tag{19-5.3}$$

بالرغم من أنه صحيح أن نضع الحد 1/N قبل g(x,y,u,v) أو قبل h(x,y,u,v)، فإن الصيغتين المعطاتين في المعادلتين (5.3 - 18) و (5.3 - 19) مفضلتان في تطبيقات معالجة الصورة حيث أن هناك اهتمام متساو في اجراء التحويلين المباشر والعكسي. نظرا لأن التشكيل المعطى في هاتين المعادلتين يؤدي الى نواتين متماثلتين، ينتج من المعادلتين (5.3 - 3) و (5.3 - 4) أن تحويلي والش المباشر والعكسي متساويان في الشكل أيضا، أي

$$W(u, v) = \frac{1}{N} \sum_{x=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x, y) \prod_{i=0}^{n-1} (-1)^{[b_i(x) b_{n-1-i}(u) + b_i(y) b_{n-1-i}(v)]} \tag{20-5.3}$$

و

$$f(x,y)=\frac{1}{N}\sum_{u=0}^{N-1}\sum_{v=0}^{N-1}W(u,v)\prod_{i=0}^{n-1}(-1)^{[b_i(x)b_{n-1-i}(u)+b_i(y)b_{n-1-i}(v)]} \qquad (21-5.3)$$

وهكذا فان أية خوارزمية تستخدم لحساب تحويل والش المباشر ثنائي – الأبعاد يمكن أن تستخدم بدون تعديل لحساب التحويل العكسي. ان نواتي تحويل والش قابلتان للفصل ومتناظرتان لأن

$$\begin{aligned} g(x,y,u,v) &= g_1(x,u)\,g_1(y,v) \\ &= h_1(x,u)\,h_1(y,v) \end{aligned} \qquad (22-5.3)$$

$$g(x,y,u,v)=\left[\frac{1}{\sqrt{N}}\prod_{i=0}^{n-1}(-1)^{b_i(x)b_{n-1-i}(u)}\right]\left[\frac{1}{\sqrt{N}}\prod_{i=0}^{n-1}(-1)^{b_i(y)b_{n-1-i}(v)}\right]$$

وينتج بالتالي أن $W(u,v)$ ومعكوسه يمكن أن يحسبا بالتطبيقات المتتالية لتحويل والش أحادي – البعد المعطى بالمعادلة (5.3 – 15). إن الاجراء المتبع في الحساب هو نفسه الذي أعطي في القسم 1.3.3 وفي الشكل 9.3 من أجل تحويل فورييه.

يمكن حساب تحويل والش بخوارزمية سريعة مماثلة بالشكل لطريقة المضاعفة المتتالية التي أعطيت في القسم 4.3 . 1 من أجل FFT.* الفرق الوحيد هو أن الحدود الأسية W_N تجعل مساوية للواحد في حالة تحويل والش السريع (FWT). المعادلتان (4.3 – 9) و (4.3 – 10) اللتان هما العلاقتان الأساسيتان المؤديتان لـ FFT، تصبحان عندئذ

$$W(u)=\tfrac{1}{2}\{W_{\text{even}}(u)+W_{\text{odd}}(u)\} \qquad (23-5.3)$$

و

$$W(u+M)=\tfrac{1}{2}\{W_{\text{even}}(u)-W_{\text{odd}}(u)\} \qquad (24-5.3)$$

حيث M=N/2 و u=0,1,2,...,N – 1 و $W(u)$ يشير إلى تحويل والش أحادي – البعد. دعنا عوضاً عن إعطاء برهان عام لهذه النتيجة، نوضح استعمال المعادلة (5.3 – 15)

* ان استعمال W في هذا القسم للاشارة إلى تحويل والش يجب ألا يؤدي إلى التباس مع نفس الرمز، المستعمل في القسم 1.4.3 للإشارة إلى الحدود الأسية.

وصحة المعادلتين (5.3 – 23) و (5.3 – 24) بمثال بسيط. يمكن ايجاد تفاصيل أكثر عن هذا الموضوع في Shanks[1969].

مثال: إذا كانت N=4، يعطي استعمال المعادلة (5.3 – 15) تتابع الخطوات التالية:

$$W(0) = \frac{1}{4} \sum_{x=0}^{3} \left[f(x) \prod_{i=0}^{1} (-1)^{b_i(x) b_{1-i}(0)} \right]$$

$$= \frac{1}{4} \left[f(0) + f(1) + f(2) + f(3) \right]$$

$$W(1) = \frac{1}{4} \sum_{x=0}^{3} \left[f(x) \prod_{i=0}^{1} (-1)^{b_i(x) b_{1-i}(1)} \right]$$

$$= \frac{1}{4} \left[f(0) + f(1) - f(2) - f(3) \right]$$

$$W(2) = \frac{1}{4} \sum_{x=0}^{3} \left[f(x) \prod_{j=0}^{1} (-1)^{b_i(x) b_{1-i}(2)} \right]$$

$$= \frac{1}{4} \left[f(0) - f(1) + f(2) - f(3) \right]$$

$$W(3) = \frac{1}{4} \sum_{x=0}^{3} \left[f(x) \prod_{i=0}^{1} (-1)^{b_i(x) b_{1-i}(3)} \right]$$

$$= \frac{1}{4} \left[f(0) - f(1) - f(2) + f(3) \right]$$

لكي نبين صحة المعادلتين (5.3 – 23) و (5.3 – 24) نقسم هذه النتائج الى زمرتين فرعيتين، أي

$$W_{\text{even}}(0) = \tfrac{1}{2} \left[f(0) + f(2) \right] \qquad W_{\text{odd}}(0) = \tfrac{1}{2} \left[f(1) + f(3) \right]$$

$$W_{\text{even}}(1) = \tfrac{1}{2} \left[f(0) - f(2) \right] \qquad W_{\text{odd}}(1) = \tfrac{1}{2} \left[f(1) - f(3) \right]$$

لدينا من المعادلة (5.3 – 23) أن

$$W(0) = \tfrac{1}{2} \left[W_{\text{even}}(0) + W_{\text{odd}}(0) \right]$$

$$= \tfrac{1}{4} \left[f(0) + f(1) + f(2) + f(3) \right]$$

و

$$W(1) = \tfrac{1}{2}\left[W_{\text{even}}(1) + W_{\text{odd}}(1) \right]$$

$$= \tfrac{1}{4}\left[f(0) + f(1) - f(2) - f(3) \right]$$

الحدان التاليان يحسبان من هاتين المعادلتين باستعمال المعادلة (5.3-24):

$$W(2) = \tfrac{1}{2}\left[W_{\text{even}}(0) - W_{\text{odd}}(0) \right]$$

$$= \tfrac{1}{4}\left[f(0) - f(1) + f(2) - f(3) \right]$$

و

$$W(3) = \tfrac{1}{2}\left[W_{\text{even}}(1) - W_{\text{odd}}(1) \right]$$

$$= \tfrac{1}{4}\left[f(0) - f(1) - f(2) + f(3) \right]$$

```
      SUBROUTINE FWT(F,LN)
      REAL F(1024),T
      N=2**LN
      NV2=N/2
      NM1=N-1
      J=1
      DO 3 I=1,NM1
         IF(I.GE.J) GO TO 1
         T=F(J)
         F(J)=F(I)
         F(I)=T
1        K=NV2
2        IF(K.GE.J) GO TO 3
         J=J-K
         K=K/2
         GO TO 2
3        J=J+K
      DO 5 L=1,LN
         LE=2**L
         LE1=LE/2
         DO 5 J=1,LE1
            DO 4 I=J,N,LE
               IP=I+LE1
               T=F(IP)
               F(IP)=F(I)-T
4              F(I)=F(I)+T
5           CONTINUE
      DO 6 I=1,N
6        F(I)=F(I)/FLOAT(N)
      RETURN
      END
```

الشكل 26.3 تعديل خوارزمية FFT بطريقة المضاعفة المتتالية لحساب تحويل والش السريع.

وهكذا فإن حســاب $W(u)$ باستخدام المعـادلة (5.3 – 15) أو باستخدام المعـادلتين (5.3 – 23) و (5.3 – 24) يعطي نتــائج متماثـلة. كما أشــرنـا أعـلاه، يمكن ببســاطة تعديل خوارزمية تستعمل لحساب FFT بطريقةالمضاعفة المتتالية، لحساب تحويل والش بجعل جميع الحدود المثلثية مساوية 1 . الشكل 26.3 يوضح التعديلات المطلوبة على برنامج FFT المعطى في الشكـل 25.3 . يلاحظ أن تحويل والش حقيقي وهكذا فهو يتطلب من أجل مسألة ما، كماً أقل من التخزين في الحاسوب من تحويل فورييه الذي هو عقدي عموما.

5.3 – 2 تحويل هادامارد Hadamard transform

إن أحد التشكيلات العديدة المعروفة لنواة تحويل هادامارد المباشر أحادي – البعد يعطى بالعلاقة التالية

$$g(x, u) = \frac{1}{N}(-1)^{\sum_{i=0}^{n-1} b_i(x) b_i(u)} \qquad (25-5.3)$$

حيث أن الجمع في الأس يجرى بطـريقــة (أخذ البـاقي) modulo 2 arithmetic التي يستبدل فيها العدد الصحيح بباقي القسمة على N، وكما في المعادلة (5.3 – 14)، $b_k(z)$ هي البت رقم k في التمثيـل الثنـائي لـ z. إن تعويض المعـادلة (5.3 – 25) في المعادلة (5.3 – 1) يعطي الصيغة التالية لتحويل هادامارد أحادي – البعد.

$$H(u) = \frac{1}{N} \sum_{x=0}^{N-1} f(x)(-1)^{\sum_{i=0}^{n-1} b_i(x) b_i(u)} \qquad (26-5.3)$$

حيث ان $N=2^n$ ، و n تأخذ قيما في المدى $0,1,2,\ldots,N-1$.

كما في حـالة تحويـل والش، تشكـل نواة هادامارد مصفوفة أسطرها وأعمدتها متعـامدة. هذا الشـرط يؤدي ثانية الى نواة عكسية تسـاوي نواة هادامارد المباشرة، باستثناء الحد 1/N ، أي

$$h(x, u) = (-1)^{\sum_{i=0}^{n-1} b_i(x) b_i(u)} \qquad (27-5.3)$$

إن تعويض هذه النواة في المعـادلة (5.3-2) يعطي الصيغـة التالية لتحويل هادامارد العكسي:

$$f(x) = \sum_{u=0}^{N-1} H(u)(-1)^{\sum_{i=0}^{n-1} b_i(x) b_i(u)} \qquad (28-5.3)$$

من أجل x=0,1,2,...,N-1.

ان النواتين ثنائيتي – الأبعاد تعطيان بشكل مشابه بالعلاقتين

$$g(x, y, u, v) = \frac{1}{N}(-1)^{\sum_{i=0}^{n-1} [b_i(x) b_i(u) + b_i(y) b_i(v)]} \qquad (29-5.3)$$

و

$$h(x, y, u, v) = \frac{1}{N}(-1)^{\sum_{i=0}^{n-1} [b_i(x) b_i(u) + b_i(y) b_i(v)]} \qquad (30-5.3)$$

حيث ان الجمع في الأس يتم ثانيـة بطريقة (أخذ الباقي). كما في حال تحويل والش، يلاحظ أن نواتي هادامارد ثنائيتي – الأبعاد متماثلتان. ان تعويض المعادلتين (5.3-29) و (5.3-30) في المعادلتين (5.3-3) و (5.3-4) يعطي زوج تحويل هادامارد ثنائي – الأبعاد التالي:

$$H(u, v) = \frac{1}{N} \sum_{x=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x, y)(-1)^{\sum_{i=0}^{n-1} [b_i(x) b_i(u) + b_i(y) b_i(v)]} \qquad (31-5.3)$$

و

$$f(x, y) = \frac{1}{N} \sum_{u=0}^{N-1} \sum_{v=0}^{N-1} F(u, v)(-1)^{\sum_{i=0}^{n-1} [b_i(x) b_i(u) + b_i(y) b_i(v)]} \qquad (32-5.3)$$

نظراً لأن تحويلي هادامارد المباشر والعكسي متماثلان، يمكن استعمال الخوارزمية التي تستخدم لحساب $H(u, v)$ بدون تعديل لحساب $f(x, y)$ ، والعكس بالعكس. و يمكن أن نبين أيضا مع ابقاء عملية الجمع modulo 2 ، في ذهننا أن نواتي هادامارد قابلتان للفصل ومتناظرتان. ولذلك ينتج أن

$$\begin{aligned} g(x,y,u,v) &= g_1(x,u)\, g_1(y,v) \\ &= h_1(x,u)\, h_1(y,v) \\ &= \left[\frac{1}{\sqrt{N}} (-1)^{\sum_{i=0}^{n-1} b_i(x) b_i(u)} \right] \left[\frac{1}{\sqrt{N}} (-1)^{\sum_{i=0}^{n-1} b_i(y) b_i(v)} \right] \end{aligned} \qquad (33-5.3)$$

باستثناء الحد $1/\sqrt{N}$ ، تكون g_1 و h_1 مماثلتين للمعادلة (5.3 – 25). ويلاحظ أيضا أنه نظراً لأن نواتي هادامارد ثنائيتي – الأبعاد قابلتان للفصل، يمكن الحصول على التحويل ثنائي–الأبعاد بالتطبيقات المتتالية لأية خوارزمية لتحويل هادامارد أحادي – البعد.

إن قيم المصفوفة المنتجة بواسطة نواة تحويل هادامارد أحادي – البعد المعطاة في المعادلة (5.3–25) مبينة في الجدول 4.3 من أجل N=8، حيث أن الحد الثابت 1/N قد أهمل من أجل التبسيط. ويلاحظ أنه بالرغم من أن المداخل في هذا الجدول

الجدول 4.3 قيم نواة تحويل هادامارد من أجل N=8

u \ x	0	1	2	3	4	5	6	7
0	+	+	+	+	+	+	+	+
1	+	–	+	–	+	–	+	–
2	+	+	–	–	+	+	–	–
3	+	–	–	+	+	–	–	+
4	+	+	+	+	–	–	–	–
5	+	–	+	–	–	+	–	+
6	+	+	–	–	–	–	+	+
7	+	–	–	+	–	+	+	–

هي نفس المداخل entries من أجل تحويل والش، فإن ترتيب الأسطر والأعمدة مختلف. في الحقيقة، الفرق الوحيد بين التحويلين هو عندما تكون $N=2^n$. عندما لاتساوي N قوى صحيحة لـ n، يكون الفرق أكثر أهمية. في حين أن تحويل والش يمكن تشكيله لأية قيمة صحيحة موجبة لـ N، فإن وجود تحويل هادامارد من أجل قيم N التي تختلف عن القوى الصحيحة لـ 2 قد تم إثباته حتى N=200 فقط.

نظراً لأن أغلب تطبيقات التحويلات في معالجة الصورة مبنية على $N=2^n$ عينة في كل سطر أو عمود من الصورة، فان استعمال (ومصطلحات) تحويلي والش وهادامارد مختلطة في مقالات معالجة الصور، حيث أن تحويل والش – هادامارد يستعمل عادة للاشارة الى أي من التحويلين. توجد خاصيتان هامتان يمكن أن تؤثرا على اختيار أحد هذين التحويلين بدلا من الآخر، تستحقان الاشارة اليهما. كما أشرنا في القسم 2.5.3 ، الصياغة المعطاة في المعادلة (5.3 – 15) لها ميزة أنها يمكن أن تصاغ مباشرة بصيغة المضاعفة المتتالية. هذا يسمح بحساب FWT بتعديلات مباشرة لخوارزمية FFT التي طورت في القسم 1.4.3 . ان تعديلات أخرى على هذه الخوارزمية ستكون مطلوبة لحساب تحويل هادامارد السريع (FWT) للأخذ بالحسبان الفرق في الترتيب. يوجد أسلوب بديل للحصول على تحويل هادامارد وهو استعمال خوارزمية FWT المبينة في الشكل 24.3 وبعدئذ يعاد ترتيب النتائج.

بالرغم من أن ترتيب هادامارد له سيئات عند تنفيذ طريقة المضاعفة المتتالية، فهو يؤدي الى علاقة تكرارية بسيطة لتوليد مصفوفات التحويل التي نحتاجها لتنفيذ المعادلتين (5.3 – 10) و (5.3 – 12) . ان مصفوفة هادامارد للمرتبة الأدنى (أي N=2) تعطى بالعلاقة التالية

$$H_2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \qquad (34-5.3)$$

عندئذ، و بجعل H_N تمثل المصفوفة من مرتبة N، تعطى العلاقة التكرارية بالعبارة التالية

$$\mathbf{H}_{2N} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_N & \mathbf{H}_N \\ \mathbf{H}_N & -\mathbf{H}_N \end{bmatrix} \qquad (35-5.3)$$

حيث ان H_{2N} هي مصفوفة هادامارد من المرتبة N ويفترض أن $N=2^n$.

نحصل على مصفوفة التحويل التي ستستعمل في المعادلة (5.3-10) بتقييس مصفوفة هادامارد الموافقة باستخدام الجذر التربيعي لمرتبة المصفوفة. وهكذا ففي حالة $N\times N$ ، ترتبط هاتان المصفوفتان بالمعادلة التالية

$$\mathbf{A} = \frac{1}{\sqrt{N}} \mathbf{H}_N \qquad (36-5.3)$$

إن الصيغ من أجل مصفوفة هادامارد العكسية مماثلة للمعـادلات (5.3-34) حتى (5.3-36).

مثال: ان استعمال المعادلتين (5.3-34) و (5.3-35) يؤدي إلى مصفوفات هادامارد التالية من مرتبة أربعة وثمانية:

$$\mathbf{H}_4 = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_2 & \mathbf{H}_2 \\ \mathbf{H}_2 & -\mathbf{H}_2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} + & + & + & + \\ + & - & + & - \\ + & + & - & - \\ + & - & - & + \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{H}_8 = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_4 & \mathbf{H}_4 \\ \mathbf{H}_4 & -\mathbf{H}_4 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} + & + & + & + & + & + & + & + \\ + & - & + & - & + & - & + & - \\ + & + & - & - & + & + & - & - \\ + & - & - & + & + & - & - & + \\ + & + & + & + & - & - & - & - \\ + & - & + & - & - & + & - & + \\ + & + & - & - & - & - & + & + \\ + & - & - & + & - & + & + & - \end{bmatrix}$$

حيث ان + و − تشيران الى 1+ و 1− ، على التوالي.

كما هو مبين في المعادلتين (5.3−25) و (5.3−33) ، $g(x, u)$ و $g_1(x, u)$ تختلفان بحد جدائي ثابت فقط. نظرا لأن $a_{ij}=g_1(i,j)$ يكون للمداخل في المصفوفة A نفس شكل منشور $g(x, u)$. ويمكن أن يبدو هذا بسهولة بمقارنة الجدول 4.3 مع العبارة الناتجة عن $A=(1/\sqrt{8})H_8$.

إن عدد تغيرات الاشـارة في عمود مصفوفة هادامارد غالبا ما يدعى تتابع sequency ذلك العمود.* نظرا لأن عناصر هذه المصفوفة مشتقة من قيم النواة، فإن مفهوم التتابع ينطبق على نشـر $g_1(x, u)$ من أجل $x,u=0,1,2,\ldots,N-1$. مثلا، ان تتابعات الأعمدة الثمانية لـ H_8 و الجدول 4.3 هي 5,2,6,1,4,3,7,0.

غالباً ما يهمنا التعبير عن نواتي هادامارد بحيث يزداد التتابع كتابع لزيادة u. هذا التشكيل مشـابه لتحويل فورييه حيث يزداد التردد كتابع لزيادة u أيضـا. ان نواة هادامارد التي تحقق هذا الترتيب الخاص تعطى بالعلاقة

$$g(x, u) = \frac{1}{N}(-1)^{\sum_{i=0}^{n-1} b_i(x) p_i(u)} \tag{37−5.3}$$

حيث

$$\begin{aligned} p_0(u) &= b_{n-1}(u) \\ p_1(u) &= b_{n-1}(u) + b_{n-2}(u) \\ p_2(u) &= b_{n-2}(u) + b_{n-3}(u) \\ &\vdots \\ p_{n-1}(u) &= b_1(u) + b_0(u) \end{aligned} \tag{38−5.3}$$

كما فعلنا سابقا، يتم الجمع في المعادلتين (5.3−37) و (5.3−38) بطريقة أخذ الباقي. ان نشر المعادلة (5.3−37) مبين في الجدول 5.3 من أجل N=8، حيث أن الحد الجدائي الثابت قد أهمل من أجل التبسيط ومداخل الـ + والـ − تشير الى 1+ و 1+ ، على التوالي. يلاحظ أن الأعمدة، وبالتناظر، الأسطر لهذا الجدول هي من مرتبة التتابع المتزايد.

* كما في حالة تحويل فورييه، حيث u هو متحول تردد، فإن مفهوم التتابع يقتصر عادة على هذا المتحول. وهكذا فإن ترابط، التتابع مع أعمدة مصفوفة هادامارد مبنية على افتراض أن الأعمدة تتغير كتابع لـ u والأسطر تتغير كتابع لـ x. هذا الاصطلاح مستعمل في الجدول 4.3.

تعطى نواة هادامارد العكسية بالعبارة الرياضية التالية

$$h(x, u) = (-1)^{\sum_{i=0}^{n-1} b_i(x) p_i(u)} \qquad (39-5.3)$$

حيث تحسب $p_i(u)$ باستعمال المعادلة (5.3 – 38). إن تعويض النواتين العكسية والمباشرة في المعادلتين (5.3 – 1) و (5.3 – 2) يعطي زوج تحويل هادامارد المرتب التالي

$$H(u) = \frac{1}{N} \sum_{x=0}^{N-1} f(x)(-1)^{\sum_{i=0}^{n-1} b_i(x) p_i(u)} \qquad (40-5.3)$$

و

$$f(x) = \sum_{u=0}^{N-1} H(u)(-1)^{\sum_{i=0}^{n-1} b_i(x) p_i(u)} \qquad (41-5.3)$$

كما في الحالة غير المرتبة، النواتان ثنائيتا – الأبعاد قابلتان للفصل ومتماثلتان، وتعطيان بالعلاقتين التاليتين

$$g(x, y, u, v) = h(x, y, u, v)$$
$$= \frac{1}{N} (-1)^{\sum_{i=0}^{n-1} [b_i(x) p_i(u) + b_i(y) p_i(v)]} \qquad (42-5.3)$$

إن تعويض هاتين النواتين في المعادلتين (5.3 – 3) و (5.3 – 4) يعطي زوج تحويل هادامارد المرتب ثنائي – الأبعاد التالي:

$$H(u, v) = \frac{1}{N} \sum_{x=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x, y)(-1)^{\sum_{i=0}^{n-1} [b_i(x) p_i(u) + b_i(y) p_i(v)]} \qquad (43-5.3)$$

و

$$f(x, y) = \frac{1}{N} \sum_{u=0}^{N-1} \sum_{v=0}^{N-1} H(u, v)(-1)^{\sum_{i=0}^{n-1} [b_i(x) p_i(u) + b_i(y) p_i(v)]} \qquad (44-5.3)$$

الجدول 5.3 قيم نواة هادامارد المرتبة من أجل N=8

u \ x	0	1	2	3	4	5	6	7
0	+	+	+	+	+	+	+	+
1	+	+	+	+	–	–	–	–
2	+	+	–	–	–	–	+	+
3	+	+	–	–	+	+	–	–
4	+	–	–	+	+	–	–	+
5	+	–	–	+	–	+	+	–
6	+	–	+	–	–	+	–	+
7	+	–	+	–	+	–	+	–

3.5.3 تحويل التجيب المتقطع (DCT)

تعطى النواة المباشرة لتحويل التجيب المتقطع أحادي — البعد بالعلاقتين

$$g(x, 0) = \frac{1}{\sqrt{N}} \qquad \text{(a45 – 5.3)}$$

$$g(x, u) = \sqrt{\frac{2}{N}} \cos\frac{(2x+1)u\pi}{2N} \qquad \text{(b45 – 5.3)}$$

من أجل $x=0,1,2,\ldots,N-1$ و $u=1,2,\ldots,N-1$. ان تعويض هاتين العبارتين في المعادلة (1 – 5.3) يعطي

$$C(0) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{x=0}^{N-1} f(x) \qquad \text{(a46 – 5.3)}$$

$$C(u)=\sqrt{\frac{2}{N}}\sum_{x=0}^{N-1} f(x)\cos\frac{(2x+1)u\pi}{2N} \qquad (b46-5.3)$$

حيث u=0,1,2,...,N−1 ،$G(u)$، هو تحويل التجيب المتقطع DCT لـ $f(x)$.

إن للنواة العكسية نفس الشكل المبين في المعادلة (5.3−45)، و DCT العكسي يعرف بالمعادلة

$$f(x)=\frac{1}{\sqrt{N}}C(0)+\sqrt{\frac{2}{N}}\sum_{u=1}^{N-1} C(u)\cos\frac{(2x+1)u\pi}{2N} \qquad (47-5.3)$$

من أجل x=0,1,...,N−1 .

تعرف نواة DCT المباشرة ثنائية الأبعاد كما يلي

$$g(x,y,0,0)=\frac{1}{N} \qquad (a48-5.3)$$

$$g(x,y,u,v)=\frac{1}{2N^3}\left[\cos(2x+1)u\pi\right]\left[\cos(2y+1)v\pi\right] \qquad (b48.5.3)$$

من أجل x,y=0,1,2,...,N−1 و (5.3−50) u,v=1,2,...,N−1. ان للنواة العكسية نفس هذا الشكل أيضا. وهكذا ينتج من المعادلتين (5.3−3) و (5.3−4) أن زوج تحويل التجيب المتقطع ثنائي − الأبعاد يعطى بالعبارتين

(a49−5.3)

$$C(0,0)=\frac{1}{N}\sum_{x=0}^{N-1}\sum_{y=0}^{N-1} f(x,y)$$

(b49−5.3)

$$C(u,v)=\frac{1}{2N^3}\sum_{x=0}^{N-1}\sum_{y=0}^{N-1} f(x,y)\left[\cos(2x+1)u\pi\right]\left[\cos(2y+1)v\pi\right]$$

من أجل u,v=1,2,...,N−1، و

$$f(x,y) = \frac{1}{N} C(0,0) + \frac{1}{2N^3} \sum_{u=1}^{N-1} \sum_{v=1}^{N-1} C(u,v)[\cos(2x+1)u\pi][\cos(2y+1)v\pi] \quad (50-5.3)$$

من أجل x,y=0,1,2,...,N − 1.

بمقارنة المعادلتين (5.3 − 45) و (5.3 − 48) نلاحظ أن نواتي تحويل التجيب المتقطع قابلتان للفصل بحيث أن التحويلين المباشر والعكسي ثنائي − الأبعاد يمكن أن يحسبا بالتطبيقات المتتالية لخوارزمية DCT أحادية − البعد.

في الحقيقة، توجد خاصة هامة لـ DCT وهي أنه يمكن الحصول عليه مباشرة من خوارزمية FFT. يمكن أن يظهر هذا بالتعبير عن المعادلة(5.3 − 46) بالشكل المكافىء

$$C(0) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{x=0}^{N-1} f(x) \quad (a51-5.3)$$

و

$$C(u) = \sqrt{\frac{2}{N}} \; \mathrm{Re}\left\{ \left[\exp\left(\frac{-j2\pi}{2N} \right) \right] \sum_{x=0}^{2N-1} f(x) \exp\left(\frac{-j2\pi ux}{N} \right) \right\} \quad (b51-5.3)$$

حيث u=1,2,...,N − 1 ، و $f(x) = 0$ من أجل x=N,N+1,...,2N − 1، و Re[•] يشير إلى الجزء الحقيقي للحد المحتوى. يعرف حد الجمع كتحويل فورييه متقطع بـ N − نقطة. بشكل مشابه فان تحويل FFT عكسي بـ N − نقطة يمكن أن يستعمل للحصول على $C(u)$ من $f(x)$.

6.3 تحويل هوتيللينغ the Hotelling transform

خلافا للتحويلات المناقشة سابقا، فان تحويل هوتيللينغ* المطور في هذا القسم مبني على خصائص احصائية للصورة. ان الاستعمالات الرئيسية لهذا التحويل هي في

* هذا التحويل يشار إليه بشكل شائع متجه القيم المميزة eigenvector ، أو المركبة الرئيسة principal component أو تحويل كارونين − لوفي المتقطع.

ضغط المعطيات وتطبيقات التدوير.

كمدخل إلى المسألة، افترض أن صورة $f(x, y)$ أبعادها $N\times N$ قد أرسلت M مرة على قناة اتصال ما. ولأن أية قناة فيزيائية معرضة لاضطرابات عشوائيه فان مجموعة الصور المستقبلة $\{f_1(x, y), f_2(x, y), ..., f_M(x, y)\}$ تمثل مجموعة احصائية تتحدد خواصها بخصائص القناة وطبيعة الاضطراب.

ان مجموعة الصور المرسلة لنفس المشهد عن طريق مجس فضائي تعطى مثالا لهذه المجموعة. في هذه الحالة تفسد الصور بواسطة الاضطرابات الجوية والضجيج الكهربائي في المرسل والمستقبل.

1.6.3 التشكيل formulation

يمكن التعبير عن كل عينة صورة $f_i(x, y)$ بمتجه x_i من N^2 - بعدا N^2 – dimensional vector كمايلي:

$$\mathbf{x}_i = \begin{bmatrix} x_{i1} \\ x_{i2} \\ \vdots \\ x_{ij} \\ \vdots \\ x_{iN^2} \end{bmatrix} \qquad (1-6.3)$$

حيث تشير $x_{i,j}$ الى المركبة رقم j للمتجه X_i. إن إحدى الطرق لبناء هذا المتجه هي أن نشكل الـ N مركبة الأولى من X_i من الصف الأول من $f_i(x, y)$

[أي $x_{i1} = f(0, 0), x_{i2} = f(0, 1), . . . , x_{iN} = f(0, N - 1)$]

والمجموعة الثانية من الـ N مركبة من الصف الثاني، وهكذا. هناك طريقة أخرى وهي أن نستعمل أعمدة $f(x, y)$ بدلا من الصفوف. طبعا، هناك تمثيلات أخرى ممكنة ولكن هاتين الطريقتين هما الأكثر استعمالا.

تعرف مصفوفة التفاوت المتبادل covariance matrix للمتجهات x كمايلي

$$C_x = E\{(x - m)(x - m)'\} \qquad (2-6.3)$$

حيث

$$m_x = E\{x\} \qquad (3-6.3)$$

هو المتجه الوسطي، و E هي القيمة المتوقعة و الرمز (′) يشير إلى الانتقال (منقول مصفوفة). يمكن أن تعطى المعادلتان (6.3−2) و (6.3−3) الشكل التقريبي باستخدام العينات، باستعمال العلاقتين

$$m_x \cong \frac{1}{M} \sum_{i=1}^{M} x_i \qquad (4-6.3)$$

و

$$C_x \cong \frac{1}{M} \sum_{i=1}^{M} (x_i - m_x)(x_i - m_x)' \qquad (a5-6.3)$$

أو بشكل مكافىء

$$C_x \cong \frac{1}{M} \left[\sum_{i=1}^{M} x_i x_i' \right] - m_x m_x' \qquad (b5-6.3)$$

إن للمتجه الوسطي N^2 بعدا و C_x هي مصفوفة $N^2 \times N^2$.

لتكن e_i و λ_i ، حيث $i=1,2,\dots,N_2$ المتجهات المميزة eigenvectors والقيم المميزة eigenvalues لـ C_x نفترض أن القيم المميزة eigenvalues قد رتبت بشكل متناقص بحيث تكون $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_{N^2}$ لأن ذلك ملائمًا من أجل التعابير الرياضية. إن مصفوفة تحويل صفوفها هي المتجهات المميزة لـ C_x تعطى بالشكل التالي

$$A = \begin{bmatrix} e_{11} & e_{12} \cdots e_{1N^2} \\ e_{21} & e_{22} \cdots e_{2N^2} \\ \vdots & \\ e_{N^21} & e_{N^22} \cdots e_{N^2N^2} \end{bmatrix} \qquad (6-6.3)$$

حيث e_{ij} هي المركبة رقم j للمتجه المميز رقم i . عندئذ يتألف تحويل هوتيللينغ ببساطة من ضرب متجه صورة ممركز، $(X-m_x)$ ، بـ A للحصول على متجه صورة جديد y ، أي

$$y = A(x - m_x) \qquad (7-6.3)$$

للمعـادلة (6.3−7) عدة خواص مهمـة. لنتفحص أولا مصفوفة التفـاوت المتبـادل للمتجهات y . تعطى هذه المصفوفة بالعلاقة التالية

$$C_y = E\{(y - m_y)(y - m_y)'\} \qquad (8-6.3)$$

حيث m_y يساوي متجه الصفر 0 كما يمكن أن نبين مباشرة من المعادلتين (6.3−3) و (6.3−7):

$$\begin{aligned} m_y &= E\{y\} \\ &= E\{A(x - m_x)\} \\ &= AE\{x\} - Am_x \\ &= 0 \end{aligned} \qquad (9-6.3)$$

إن تعويض المعادلتين (6.3−7) و (6.3−9) في المعادلة (6.3−8) يعطي الصيغ التالية لـ C_y بدلالة C_x:

$$\begin{aligned} C_y &= E\{(Ax - Am_x)(Ax - Am_x)'\} \\ &= E\{A(x - m_x)(x - m_x)'A'\} \\ &= AE\{(x - m_x)(x - m_x)'\}A' \\ &= AC_xA' \end{aligned} \qquad (10-6.3)$$

حيث أن الخطوة الأخيرة تأتي من تعريف C_x المعطى في المعادلة (6.3−2). يمكن اثبات [Lawley and Maxwel 1963] أن C_y هي مصفوفة قطرية عناصرها هي القيم المميزة لـ C_x ، أي

$$C_y = \begin{bmatrix} \lambda_1 & & & 0 \\ & \lambda_2 & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & \lambda_{N^2} \end{bmatrix} \qquad (11-6.3)$$

إن أهمية هذه الخاصة هي أن عناصر y غير مترابطة لأن قيم الحدود خارج القطر الرئيس تساوي الصفر. بالاضافة الى ذلك، كل قيمة مميزة تساوي تفاوت variance العنصر رقم i لـ y على طول المتجه المميز e_i. هناك خاصة أخرى سنبين في الفصل السادس أنها مفيدة من أجل ترميز الصورة، وهي تتعامل مع اعادة بناء x من y. ولأن C_x مصفوفة حقيقية ومتناظرة فانه يمكن دائما ايجاد مجموعة من المتجهات المميزة الواحدية المتعامدة orthonormal. لذلك ينتج أن $A^{-1}=A$ و x يمكن اعادة بناءها من y باستعمال العلاقة التالية

$$x = A'y + m_x \qquad (12-6.3)$$

ولكن، افترض أننا بدلا من استعمال جميع المتجهات المميزة لـ C_x، نشكل A من الـ K متجها مميزاً المتعلقة بالقيمة المميزة الكبرى. سيكون المتجه y عندئذ بـ K – بعدا وإعادة البناء التي أعطيت بالمعادلة (6.3 – 12) سوف لن تكون دقيقة. لتكن

$$\hat{x} = A'_K y + m_x \qquad (13-6.3)$$

تمثل التقريب لـ x الذي حصلنا عليه بمصفوفة التحويل AK المؤلفة من أول K متجها مميزا من C_x . يمكن البرهان أن متوسط تربيع الأخطاء mean square error بين x و $\hat{x}$ يعطى بالصيغة التالية

$$R = \sum_{j=1}^{N^2} \lambda_j - \sum_{j=1}^{K} \lambda_j \qquad (a14-6.3)$$

$$= \sum_{j=K+1}^{N^2} \lambda_j \qquad (b14-6.3)$$

من المعادلة (a14-6.3) نرى أن الخطأ يساوي الصفر إذا كانت $K=N^2$ (أي، اذا كانت جميع المتجهات المميزة مستعملة في التحويل). نظرا لأن القيم المميزة j تتناقص تدريجيا (بشكل رتيب)، فإن كلاً من شكلي المعادلة (6.3-14) يبين أن الخطأ يخفض إلى حده الأدنى باختيار متجهات مميزة متعلقة بالقيم المميزة الكبرى. وهكذا فإن تحويل هوتيللينغ تحويل أمثل بمعيار تربيع الأخطاء الأصغري least square – error.

إن تطوير تحويل هوتيللينغ الذي أعطي أعلاه يختلف الى حد كبير عن الأسلوب العام الذي عرضناه في القسم 5.3 . إن السبب في هذا هو أن مصفوفة تحويل هوتيللينغ غير قابلة للفصل، مما يعيق استعمال المعادلة (5.3-10). ولكن، بالرغم من أن هذه المصفوفة غير قابلة للفصل، فقد تم تطوير خوارزمية سريعة مبنية على استعمال FFTs للحصول على تحويل هوتيللينغ من قبل جين Jain[1975] .

2.6.3 تطبيق تحويل هوتيللينغ على تدوير الصورة

إن أحد المفاهيم الأساسية المتضمنة في اشتقاق تحويل هوتيللينغ هو أن اختيار المتجهات الأساس (أي صفوف A) يعمل بحيث تشير هذه المتجهات باتجاه التفاوت الأعظمي maximum variance للمعطيات، خاضعا لشرط أن تكون جميع المتجهات متعامدة فيما بينها وأن تكون المركبات المحولة غير مترابطة. إن هذه المتطلبات تؤدي إلى الحل المذكور أعلاه وهو أن الأسس هي المتجهات المميزة لمصفوفة التفاوت المتبادل Covariance matrix. إن التوجيه المطلوب للمتجهات المميزة يؤدي إلى الخواص المثلى لتحويل هوتيللينغ لأنه عندما تستعمل متجهات في $\hat{A}$ أقل من N^2 ، فان المتجهات الأساس المختارة تتطابق مع اتجاه أكبر تفاوت في المعطيات.

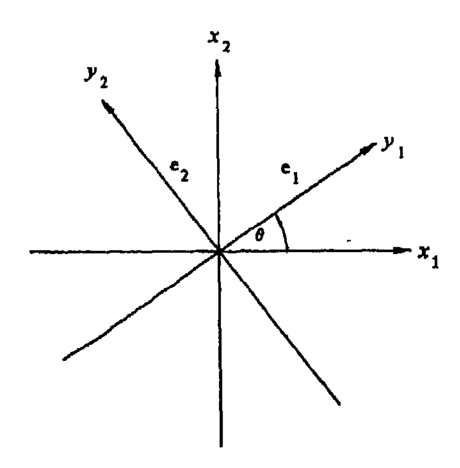
هذه الخصائص يمكن الافادة منها في تدوير الصورة. لنعتبر المسألة التي تم فيها استخلاص الجسم من الصورة ويرغب في تدويره بحيث يكون متراصفا مع اتجاه معياري أو ثابت invariant. كثير من الأشياء objects التي تهمنا في تطبيقات معالجة الصورة

(خصيصا الأشياء المصنوعة من قبل الانسان) يمكن أن تقيّس بسهولة باجراء تدوير يراصف محاور الاحداثيات مع التفاوت الأعظمي لعناصر الصورة في الجسم.

تأمل نظام الاحداثيات المبين في الشكل 27.3 والذي محورا احداثياته هما x_1 و x_2. إذا اختيرت احداثيات جديدة. بتوجيه مختلف ولكن له نفس مبدأ النظام الأصلي، عندئذ سنقول ان دورانا للاحداثيات قد حصل في المستوي. لتكن θ زاوية الدوران من النصف الموجب للمحور x_1 إلى النصف الموجب للمحور y_1. ينتج عندئذ من القوانين الأولية في علم المثلثات أن المحورين الجديدين يرتبطان بالمحورين القديمين بالمعادلتين التاليتين

$$y_1 = x_1 \cos\theta + x_2 \sin\theta \qquad (15-6.3)$$

$$y_2 = -x_1 \sin\theta + x_2 \cos\theta$$



الشكل 27.3 تدوير نظام احداثيات.

أو

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \qquad (16-6.3)$$

ان الاحداثيات الأصلية لكل عنصر صورة في الجسم object يمكن أن تفسير كمتحولات عشوائية ثنائية – الأبعاد بوسطي

$$\mathbf{m_x} \cong \frac{1}{P} \sum_{i=1}^{P} \mathbf{x}_i \qquad (17-6.3)$$

ومصفوفة تفاوت متبادل covariance matrix

$$\mathbf{C_x} \cong \frac{1}{P} \left[\sum_{i=1}^{P} \mathbf{x}_i \mathbf{x}_i' \right] - \mathbf{m_x} \mathbf{m_x}' \qquad (18-6.3)$$

حيث P هي عدد عناصر الصورة في الجسم الذي يراد تدويره و $\mathbf{x}_i$ هو المتجه المركب من احداثيات العنصر رقم i. يلاحظ أن $\mathbf{m_x}$ هو متجه ثنائي – الأبعاد و $\mathbf{C_x}$ هي مصفوفه أبعادها X .

لأن المتجهات المميزة لـ $\mathbf{C_x}$ تشير باتجاه التفاوت الأعظمي (خاضعا للتقييد الذي يقتضي أن تكون المتجهات متعامدة)، فإن إنتقاء نظام الاحداثيات الجديد بحيث يكون متراصفا مع هذه المتجهات هو خيار منطقي. إذا جعلنا المحورين y_1 و y_2 متراصفين مع المتجهين المميزين المقيسين e_1 و e_2 ، ينتج من الشكل 27.3 أن $e_{11} = \theta$ و $\sin\theta = e_{12}$ و $-\sin\theta = e_{12}$ و $\cos\theta = e_{22}$ حيث e_{11} و e_{21} هما مسقطا e_1 و e_2 على المحور x_1 ، و e_{12} و e_{22} هما مسقطا هذين المتجهين على المحور x_2 . عندئذ يعطى الدوران من نظام الاحداثيات الأصلي إلى النظام الجديد بالعلاقة التالية

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_{11} & e_{12} \\ e_{21} & e_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \qquad (19-6.3)$$

الذي يبدو في الصيغة المعروفة جيدا $\mathbf{y = Ax}$ ، حيث

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} e_{11} & e_{12} \\ e_{21} & e_{22} \end{bmatrix} \tag{a20-6.3}$$

$$= \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \tag{b20-6.3}$$

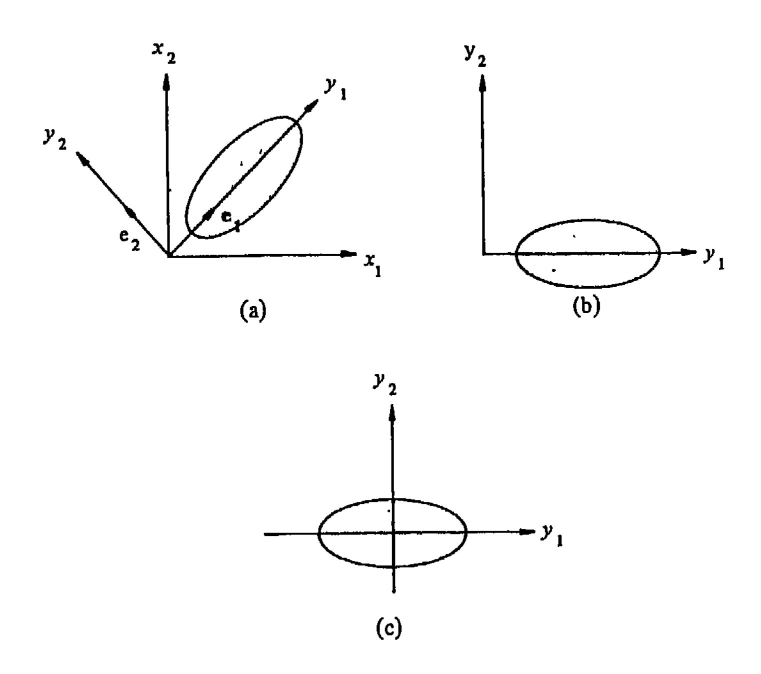
يلاحظ أن المعادلة (6.3-19) مماثلة لتحويل هوتيللينغ ثنائي - الأبعاد حيث أن المتوسط لم يطرح من المتجهات الأصلية. ان طرح المتجه المتوسط ببساطة يمركز الجسم بحيث يقع مركز ثقله في مبدأ نظام الاحداثيات الجديد. في هذه الحالة، يأخذ التحويل الشكل التالي $\mathbf{y} = \mathbf{A}(\mathbf{x} - \mathbf{m_x})$.

إن تفسير المعادلة (6.3-19) مختلف في وجه آخر عن مناقشاتنا السابقة لتحويل هوتيللينغ، حيث أن كل متجه كان قد شكل من جميع عناصر صورة ما.

في التطبيق الحالي، نحن مهتمون باحداثيات عناصر في صورة مفردة وطاقم المتجهات المستعمل للوصول إلى مصفوفة التحويل مشتق من الجسم الموجود في الصورة.

إن إجراء التدوير - النقل ملخص في الشكل 28.3 . الجزء (a) من هذا الشكل يبين شكلا بسيطا والمحوران y_1 و y_2 مختاران في اتجاه متجهاتهما المقيسة. الشكل 28.3(b)يبين الشكل في نظام الاحداثيات الجديد. أخيرا، الشكل 28.3(c) يبين نتيجة الدوران بعد طرح المتوسط من المعطيات. من المهم أن نلاحظ أنه إذا كان $\mathbf{e}_1$ و $\mathbf{e}_2$ متجهان مميزان صحيحان **valid** فإن الأزواج $(\mathbf{e}_1, -\mathbf{e}_2)$ و $(-\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2)$ و $(-\mathbf{e}_1, -\mathbf{e}_2)$ هي أيضاً صحيحة. لأن إجراء التدوير السابق مبني على نظام احداثيات يميني، فإن اختيار اتجاه المتجهات المميزة يجب أن يؤخذ بالحسبان. ان الفشل في عمل هذا، يمكن أن يعطي نتائج مدورة معكوسة حول المبدأ في اتجاه أحد المحورين الجديدين أو كليهما. الشكل 29.3 يوضح نتائج التدوير لجميع الاتجاهات الممكنة للمتجهات المميزة*. ان الدوران في كل حالة كان قد حصل عليه بمراصفة المحور y_1 مع $\mathbf{e}_1$، الذي

* نظراً لأن المتجهات المميزة تشير باتجاهات الفرق الأعظمي، فإن الانحراف الوحيد الممكن لكل متجه هو تغير في الاشارة.



الشكل 28.3 تدوير جسم ثنائي–الأبعاد. (a)، انتشار scattering المعطيات الأصلية مبينا اتجاه متجهات الوحدة المميزة unit eigenvectors (b) المعطيات مدورة باستعمال التحويل $y = Ax$. (c) المعطيات مدورة وممركزة باستعمال التحويل $y = A(x - mx)$.

هو المتجه المميز مترافقا مع التفاوت الأكبر. لاحظ أن الشكل 29.3 (a) يبين النتائج المتوقعة. الشكل 29.3 (b) مبني على نظام احداثيات يساري left – handed ويعطي معطيات معكوسة حول المبدأ باتجاه المحور y_1 . الشكل 29.3(c) مبني على نظام احداثيات يميني (right – handed) ، ولكنه يبين أيضا عكسا حول المحورين كليهما. هذه النتيجة فعليا غير صحيحة؛ انها تشير فقط الى حقيقة أنه ليس غير شائع عمليا الحصول على المتجهات المميزة المتوقعة بقيمة سالبة من خوارزمية حسابية. ان عكس اتجاه المتجهين كليهما سيعطي نفس النتيجة كما في الشكل 29.3 (a) . أخيرا، الشكل 29.3 (d) يبين ثانية الانعكاس بسبب نظام احداثيات غير صحيح. يلاحظ أن نظاما يمينيا يمكن أن يعطي أو لايعطي نتائج معكوسة، ولكن النظام اليساري سيترافق دائما مع هذه المشكلة. في الواقع العملي، ان أكثر الأساليب شيوعا هو استعمال نظام يميني

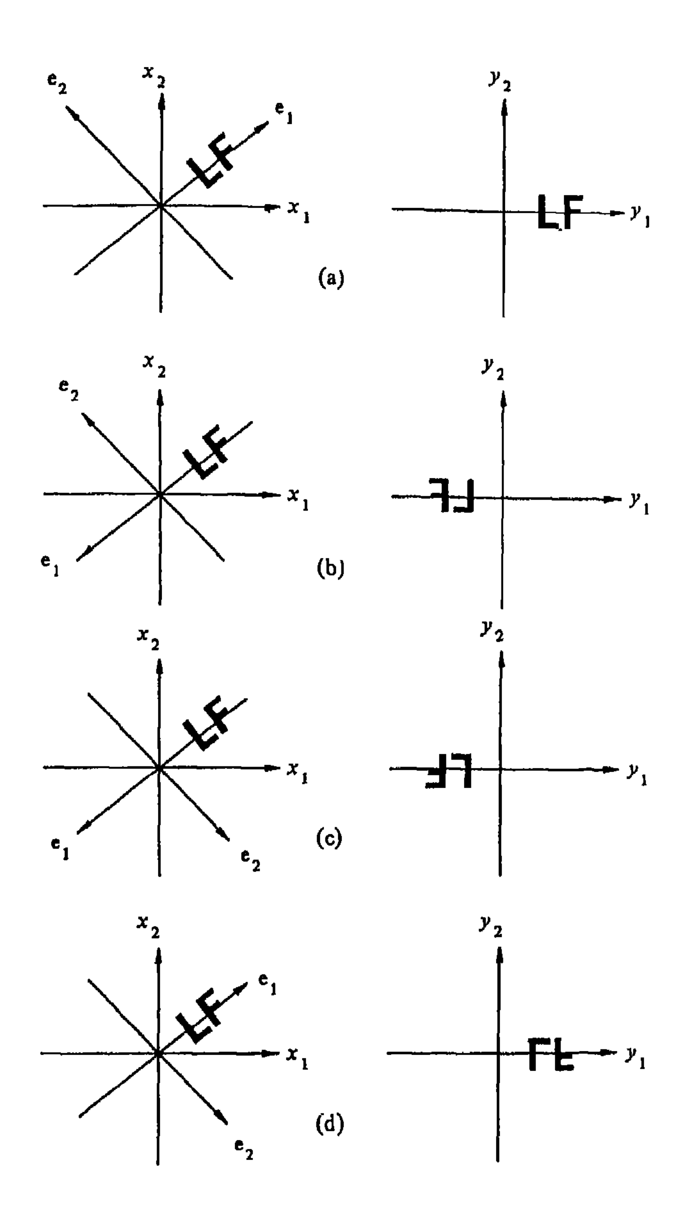
وعمل الاحتياطات للتعامل مع التوجيهين الممكنين لـ e_1 و e_2 في هذا النظام.

7.3 تحويل هاف The Hugh transform

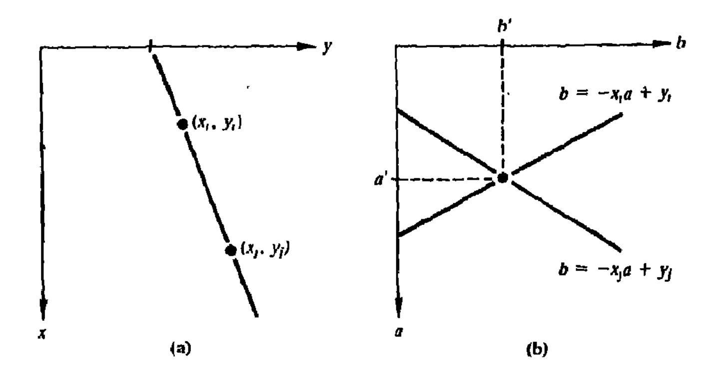
خلافا للتحويلات التي نوقشت حتى الآن، تبحث المفاهيم المعروضة في هذا القسم في كشف علاقات بنيوية محددة بين عناصر الصورة. كمدخل لهذه المسألة، افترض أن لدينا n نقطة في صورة ما ونرغب في ايجاد مجموعات فرعية من هذه النقاط تقع على خطوط مستقيمة. ان أحد الحلول الممكنة هو أن نوجد أولا جميع الخطوط المحددة بكل زوج من النقاط، وعندئذ نوجد جميع المجموعات الفرعية من النقاط القريبة الى خطوط محددة. ان المشكلة في هذا الاجراء هي أنه يتضمن ايجاد $n(2n-1)2 \sim n^2$ خطا و بعد ذلك اجراء $(n)(n(n-1))/2 \sim n^3$ مقارنة لكل نقطة مع جميع الخطوط. ان هذا الأمر غير ممكن حسابيا في جميع التطبيقات باستثناء أتفهها (السخيف منها).

يمكن النظر إلى المسألة بطريقة مختلفة باستعمال الأسلوب الذي طرح من قبل هاف Hough 1962 ويشار اليه بشكل شائع "تحويل هاف". لنأخذ بالحسبان نقطة (x_i, y_i) والمعادلة العامة لخط مستقيم مائل بشكل معترض، $y_i=ax_i+b$. هناك عدد لامتناه من الخطوط التي تمر عبر النقطة (x_i, y_i)، ولكن جميعها تحقق المعادلة $y_i=ax_i+b$ من أجل قيم a و b متغيرة. ولكن، إذا كتبنا هذه المعادلة بالشكل التالي $b=-ax_i+y_i$ وتأملنا المستوي ab (يسمى أيضا حيز المعلمات)، نجد أن لدينا معادلة خط وحيد لزوج ثابت (x_i, y_i). وأكثر من ذلك، سيكون لنقطة ثانية (x_j, y_j) أيضا خطا مرافقا لها في حيز المعلمات، وهذا الخط سيتقاطع مع الخط المرافق للنقطة (x_i, y_i) في (a,b)، حيث a هي الميل و b هي تقاطع الخط الذي يحتوي (x_i, y_i) و (x_j, y_j) كليهما في المستوي xy. في الحقيقة، كل النقاط الواقعة على هذا الخط سيكون لها خطوط في حيز المعلمات، تتقاطع عند (a,b). هذه المفاهيم موضحة في الشكل (30.3).

* نموذجياً، لقد حددت هوية النقاط التي هي موضع بحث كنقاط فريدة، بطريقة ما، مثل كونها نقاط حواف ولها شدة زادت على عتبة محددة.



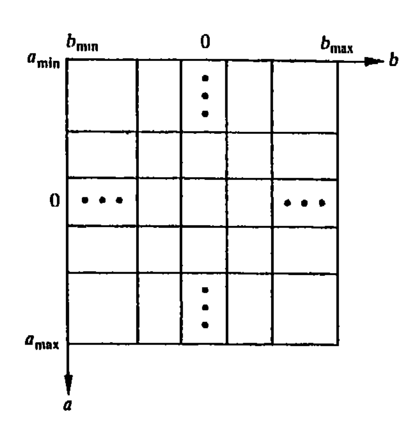
الشكل 29.3 مثال للاتجاهات الممكنة للمتجهات المميزة و نتائج الدوران المقابلة.



الشكل 30.3 (a) مستوي xy. (b) حيز المعلمات.

ان ما يجعل تحويل هاف جذابا حسابيا، يأتي من تقسيم حيز المعلمات فرعيا الى مايسمى خلايا – المركم accomulator – cells، كما هو موضح في الشكل 31.3 ، حيث ان (a_{max}, a_{min}) هو المدى المتوقع لقيم الميل و (b_{max}, b_{min}) هو المدى المتوقع لقيم التقاطع. ان الخلية الموجودة عند الاحداثيين (i, j) ، بقيمة مركم $A(i, j)$ تقابل المربع المترافق مع احداثيي حيز المعلمات (a_i, b_j). في البداية، تعطى هذه الخلايا قيمة الصفر. بعدئذ، من أجل كل نقطة (x_k, y_k) في مستوي الصورة، نجعل المعلمة a تساوي كل قيمة من قيم التقسيمات الفرعية المسموح بها على المحور a ونحل بالنسبة لـ b المقابلة مستعملين المعادلة $b=-xk_a+y_k$. بعدئذ تدور قيم b الناتجة الى أقرب قيمة مسموح بها على المحور b. اذا أعطى خيار لـ ap نتيجة ما bq ، نجعل $A(p,q)=A(p,q)+1$. في نهاية هذا الاجراء، تقابل قيمة ما لـ M في $A(i, j)$ نقطة في مستوي xy متوضعة على الخط $y = a_i x + b_j$

تتحدد دقة تسامت هذه النقاط بعدد التقسيمات الفرعية في المستوي ab. يلاحظ أنه اذا قسمنا المحور a فرعيا الى K تزايدا، نحصل على K قيمة لـ b تقابل K قيمة ممكنة لـ a. لأنه يوجد n نقطة صورة، يتضمن هذا الاجراء nK عملية حساب. وهكذا



الشكل 31.3 تكمية مستوي المعلمات لاستعماله في تحويل هاف.

فالاجراء الذي ناقشناه للتو خطي مع n، والجداء nK لايقترب من عدد العمليات الحسابية التي نوقشت في بداية هذا القسم إلا إذا اقتربت K من n أو زادت عليها.

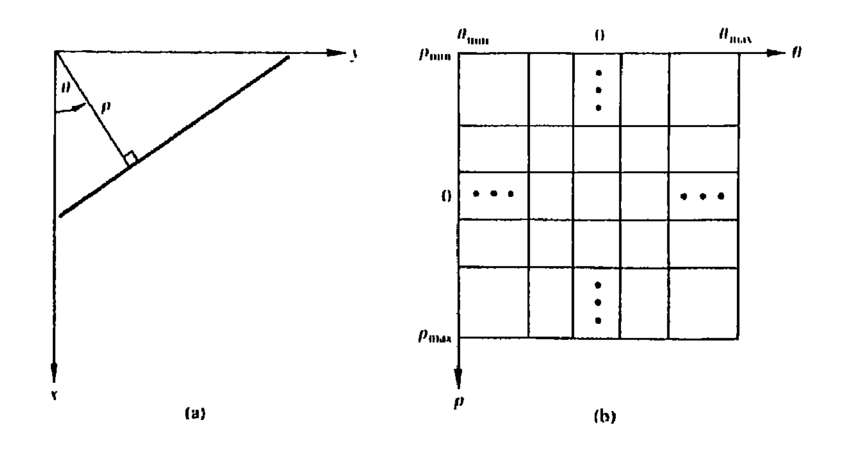
هناك مشكلة في استعمال المعادلة y=ax+b لتمثيل خط ما وهي أن الميل والتقاطع كليهما يقتربان من اللانهاية مع اقتراب الخط من الوضع العمودي. توجد طريقة لتذليل هذه الصعوبة وهي استعمال تمثيل عادي للخط، يعطي بالعلاقة التالية

$$x \cos \theta + y \sin \theta = \rho \qquad (1-7.3)$$

ان معنى المعلمات المستعملة في المعادلة (7.3 - 1) موضح في الشكل 32.3 (a) .

ان استعمال هذا التمثيل في تشكيل جدول مركمات مماثل للطريقة التي نوقشت أعلاه لتمثيل التقاطع – الميل. ولكن، بدلا من الخطوط المستقيمة لدينا الآن منحنيات جيبية كمحلات هندسية في مستوى. كما من قبل، فان M نقطة متسامتة تقع على خط $x \cos\theta_j + y \sin\theta_j = \rho_i$ سيعطي M منحنيا جيبيا تتقاطع في حيز المعلمات. عندما نستعمل طريقة زيادة θ والحل من أجل ρ المقابل، سيعطي الاجراء M مدخلا في المراكم $A(i, j)$

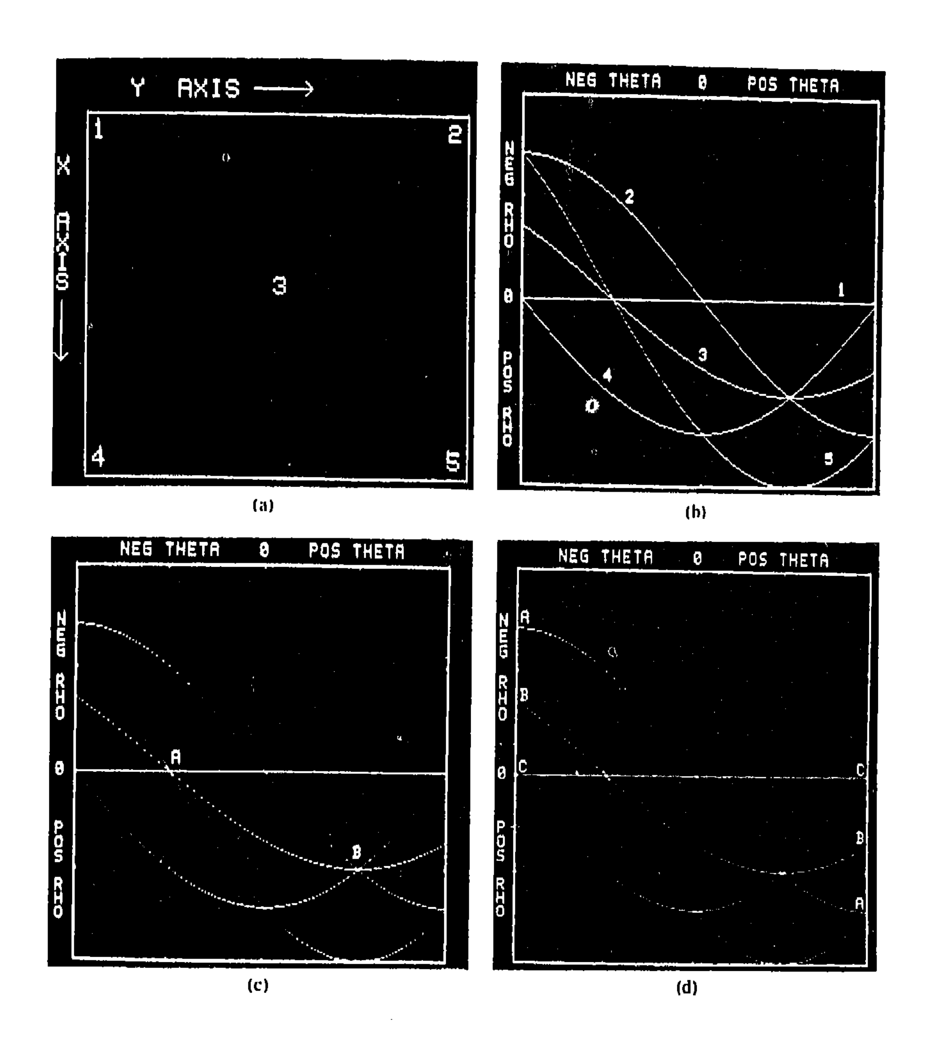
مصاحبة بالخلية المحددة بـ (ρ_i, θ_j). ان التقسيم الفرعي لحيز المعلمات موضح في الشكل 32.3 (b). ان مدى الزاوية هو ±90° ، مقاسة بالنسبة للمحور x . وهكذا، بالرجوع الى الشكل 32.3(a) ، فان للخط الأفقي $\theta=0$ و ρ يساوي التقاطع الموجب مع x. بشكل مشابه، للخط العمودي $\theta=90°$ و ρ يساوي التقاطع الموجب مع المحور y، أو $\theta=-90°$ و ρ يساوي التقاطع السالب مع المحور y.



الشكل 32.3(a) تمثيل عادي لخط (b) تكمية المستوي $\rho\theta$ في خلايا.

مثال: يبين الشكل 33.3 توضيحا لتحويل هاف مبنياً على المعادلة (7.3 – 1). الجزء (a) من هذا الشكل يبين صورة مع خمسة نقاط معلمة (مرقمة). ان رسم كل نقطة من هذه النقاط في المستوي $\rho\theta$ مبين في الشكل 33.3 الشكل 33.3(b) .

ان مدى قيم θ هو ±90° ومدى محور ρ هو $\pm\sqrt{2}D$ ، حيث D هي المسافة بين الزوايا في الصورة. خلافا للتحويل المبني على استعمال التقاطع – الميل، فان لكل من هذه المنحنيات شكل جيبي مختلف (الخط الأفقي الناتج عن رسم النقطة 1 هو حالة خاصة



الشكل 33.3 توضيح تحويل هاف (باذن من D. R. Cate, Texas Instruments, Inc .)

لمنحن جيبي مطاله صفر). يلاحظ أنه نظرا لأن نقطة عند كل نهاية للصورة قد رسمت mapped، فإن تحويل هاف لأية نقطة أخرى في الصورة سيقع بين الحدود المبينة في الشكل 33.3(b).

ان خاصية كشف التسامت لتحويل هاف موضحة في الشكل 33.3(c). النقطة A تشير إلى تقاطع المنحنيات المقابلة للنقاط 1 و 3 و 5 في مستوي الصورة xy. ان موضع النقطة A يدل على أن هذه النقاط الثلاثة تقع على خط مستقيم يمر عبر المبدأ ($\rho = 0$) وموجه بزاوية $-45°$. بشكل مشابه، تدل المنحنيات المتقاطعة عند النقطة B في حيز المعلمات على أن النقاط 2 و 3 و 4 تقع على خط مستقيم موجه بزاوية $45°$ ، ويبعد عن المبدأ نصف المسافة القطرية من مبدأ الصورة إلى الزاوية المقابلة. أخيراً، يشير الشكل 33.3(b) إلى حقيقة أن تحويل هاف يبدي علاقة تجاور انعكاسية عند الحواف اليسارية واليمينية لحيز المعلمات. هذه الخاصية المبينة بالنقاط A و B و C في الشكل 33.3(d) هي بسبب الطريقة التي تغير فيها ρ و θ اشارتيهما عند حدود $\pm 90°$.

بالرغم من أننا ركزنا عنايتنا حتى الآن على الخطوط المستقيمة، فإن تحويل هاف قابل للتطبيق على أية دالة من الشكل g(x,c)=0 ، حيث ان x هو متجه احداثيات، و c هو متجه معاملات. فعلى سبيل المثال، النقاط التي تقع على دائرة

$$(x - c_1)^2 + (y - c_2)^2 = c_3^2 \qquad (2-7.3)$$

يمكن أن تكشف باستعمال الطريقة التي نوقشت أعلاه. الفرق الأساسي هو أن لدينا الآن ثلاث معلمات (c_1 و c_2 و c_3) ، مما يعطي حيز معلمات ثلاثي – الأبعاد بخلايا تشبه المكعب ومراكمات من الشكل A(i,j,k). الاجراء هو أن نزيد c_1 و c_2 ونحل من أجل c_3 التي تحقق المعادلة (2–7.3)، وبعد ذلك نجدد المراكم المقابل للخلية المصاحبة للثلاثي (c_1 و c_2 و c_3). من الواضح أن تعقيد تحويل هاف يعتمد بشكل كبير على عدد الاحداثيات والمعاملات في تمثيل دالي (تابعي) معين. هذه المفاهيم التي هي امتداد للمادة المعروضة أعلاه، عولجت بالتفصيل من قبل Ballard 1981.

8.3 ملاحظات ختامية

لقد كان الهدف الرئيس من هذا الفصل عرض أساس نظري لتحويلات الصورة وخصائصها. فضمن هذا الاطار، تم تطوير وتوضيح النقاط الأساسية الضرورية لفهم أساسي لهذه المفاهيم.

إن التأكيد الذي وضع على تحويل فوريه يعكس مدى تطبيقه الواسع في مسائل معالجة الصورة. ان المادة المتعلقة بتحويل فوريه السريع لها أهمية خاصة بسبب مضامينها الحسابية. ان خصائص قابلية الفصل والمركزة centralization والطي لتحويل فوريه ستستعمل أيضاً بشكل مكثف في الفصول القادمة.

لقد لعبت نظرية التحويل دوراً مركزياً في تطوير معالجة الصورة كفرع أساسي من فروع المعرفة، كما سيتضح في المناقشات اللاحقة. في الفصول القادمة، سنهتم ببعض استعمالات تحويل فوريه من أجل تحسين الصورة واستعادتها. هذا وسنؤجل مناقشات أخرى تتعلق بتحويلات والش – هادامارد و التجيب المتقطع وهوتيللينغ، حتى الفصل السادس حيث ستستخدم في ترميز الصورة. لقد أصبح تحويل هاف رائجاً بشكل متزايد في السنوات القليلة الماضية كأداة تستعمل من أجل معالجة الصورة والرؤية بواسطة الحاسوب computer vision وفهم المناظر scene understanding. سيستعمل هذا التحويل في الفصل السابع ضمن تقنيات التجزيء التي تعتمد على الحدود boundery oriented.

المراجع

ان معالجتنا لتحويل فوريه هي معالجة ذات طبيعة تمهيدية. إن الكتب التقليدية لـ Tetchmarsh [1948] و Papoulis [1962] تقدم معالجة نظرية شاملة لتحويل فوريه المستمر وخصائصه. سيجد القارىء قليلا من الصعوبة في ايجاد مراجع اضافية في هذا المجال. ان أغلب كتب الاتصالات والدارات الهندسية تقدم تطويرات وايضاحات متنوعة لتحويل فوريه. ان كتب Van Valkenburg [1955] و Carlson [1968] و Thomas [1969] هي كتب نموذجية في هذا المجال.

ان اشتقاق تحويل فورييه المتقطع من شكله المستمر مغطى بشكل مكثف في المنشورات. يوجد ثلاثة مراجع جيدة في هذا الموضوع هي Blackman and Tukey [1958] و Cooley, Lewis and Welch [1967] و Brigham [1974]. المرجعان الأول والأخير ملائمان خصيصا من أجل قراءة تمهيدية.

ان تشكيل تحويل فورييه السريع غالبا ما ينسب لـ Cooley and Tukey [1965].

ولكن FFT له تاريخ ممتع يستحق الذكر هنا. استجابة لمقالة Cooley and Tukey أعلن Rudnick [1966] أنه كان يستخدم تقنية مشابهة يتناسب فيها عدد العمليات مع $N \log_2 N$ أيضا وهي مبنية على طريقة نشرت من قبل Danielson and Lanczos [1942] ورجع هذان الكاتبان (الباحثان) بدورهما الى Runge [1903, 1905] على أنه المصدر لتقنيتهما. المقالتان الأخيرتان مع نصوص المحاضرات لـ Konig [1939] تحتوي على المزايا الحسابية الجوهرية لخوارزميات FFT الحالية. لقد تم أيضا نشر تقنيات مشابهة من قبل Yates [1937] و Stumpff [1939] و Good [1958] و Thomas [1963]. هناك مقالة لـ Cooley, Lewis and Welsh [1967a] تعرض موجزا تاريخيا و مقارنة شيقة للنتائج التي سبقت مقالة cooley – Tukey [1965].

ان خوارزمية FFT التي عرضت في هذا الفصل ليست بأية حال تشكيلا فريدا، فعلى سبيل المثال، ما يسمى خوارزمية Sande – Tukey (Gentelman and Sande 1966) مبنية على تفكيك بديل لمعلومات الدخل. يحتوي كتاب Brigham [1974] على مناقشة شاملة لهذه الخوارزمية بالاضافة الى العديد من التشكيلات الأخرى لـ FFT، بما فيها الاجراءات من أجل الأسس المختلفة عن 2. بالرغم من أن عنايتنا قد تركزت حصرا على التقنيات الرقمية، يجب أن يعي القارىء أن تحويلات فورييه ثنائية – الأبعاد يمكن الحصول عليها بطرق بصرية أيضا. ان كتب Papoulis [1968] و Goodman [1968] و Hech and Zajac [1975] تمسح الأوجه النظرية والتطبيقية للبصريات والتحويلات البصرية بسوية تمهيدية. يمكن ايجاد مطالعات اضافية في التشكيل المصفوفي لتحويلات الصورة في كتاب Andrews [1970] ، الذي يطور أيضا مفهوم تفكيك المصفوفة ويناقش تحويلات صورة أخرى بالاضافة الى تلك التي غطيت في هذا

الفصل. ان مقالات Good [1958] و Gentelman [1968] و Kahaner [1970] هي أيضا موضع اهتمام في هذا المجال.

ان المقالة الأصلية في تحويل والش (Walsh [1923]) جديرة بالقراءة من وجهة نظر تاريخية. توجد مراجع اضافية تتعلق في هذا التحويل هي Fine [1949, 1950] و Hammond and Johnson [1962] و Henderson [1964] و Shanks [1969] و Andrews [1970].

يمكن ايجاد مواد أخرى للقراءة في موضوع تحويل هادامارد في مقالة هادامارد الأصلية عام 1893 ، وفي Williamsón [1944] و Whelchel [1968] و Andrews [1970]. هناك مقالتان قصيرتان تبحثان في البحث عن مصفوفات هادامارد المبنية على غير القوى الصحيحة لـ 2 ، هما Baumert [1962] و Golomb [1963]. ان مفهوم التتابع يبدو أنه قد قدم من قبل Harmuth [1968]. هناك مرجعان عن تحويل التجيب المتقطع هما Ahmed et al [1974] و Ahmed and Rao [1975]. المرجع الأخير يحتوي أيضا على مناقشة مكثفة لتحويلات متعامدة أخرى.

كان هوتيـللينغ 1933 أول من استنتج ونشر التحويل الذي يحول المتحولات المتقطعة الى معاملات غير مترابطة. لقد سمي هذه التقنية طريقة المركبات الرئيسة the method of principal components. تعطي مقالته تبصرا هاماً في الطريقة وهي جديرة بالقراءة.تحويل هوتيللينغ كان قد أعيد اكتشافه من قبل Karmer and Mathews [1956] و Huang and [Schultheiss [1963]. انظر Lawley and Maxwell [1963] من أجل مناقشة عامة لهذا الموضوع.

ان التحويل المشابه لتحويل معطيات مستمرة الى مجموعة من المعاملات غير المترابطة كان قد اكتشف من قبل Karhunen [1947] و Loeve [1948] ويسمى نشر كارونـين – لوفي Karhunen – Loeve expansion. من أجل منـاقشـة ممتـازة انظر Selin [1965]. ان النتيجة التي تفيد بأن نشر كارونين – لوفي يخفض إلى حد أدنى الـ mean – square trancation error كانت أول ما نشرت من قبل Koschman [1954] وأعيد اكتشافها من قبل Brown [1960].

تحويل هاف كان قد اقترح لأول مرة من قبل هاف 1962 ، في براءة اختراع أمريكية وفيما بعد جعل في متناول الناس من قبل Dauda and Hart [1972]. ان تعميم تحويل هاف لكشف أشكال اختيارية طرح من قبل Ballard [1981]. لقد وجد تحويل هاف امكانية التطبيق في مجالات مثل معالجة الصور الطبية ,Kimme et al. [1975] و Wechsler and Slansky [1977] ، وفهم المناظر Gorman and Clowes [1976] و (Duda and Luk [1977]، و تتبع الأهداف Falconer [1977] و تفحص الأشياء Dyer [1983] و التعرف على الأحرف الأبجدية Kushnir et al. [1985]. لقد تم بحث طرق لتخفيض التعقيد الحسابي من قبل Merlin and Farber 1975 و Davis [1982].

مسائل

1.3 a) بدءا بالمعادلة (1.3 - 9) بين أن تحويل فوريه للدالة الجيبية ثنائية-الأبعاد

function $n(x, y) = A \sin(u_0 x + v_0 y)$ is $N(u, v) = -jA/2[\delta(u - u_0/2\pi, v - v_0/2\pi) - \delta(u + u_0/2\pi, v + v_0/2\pi)]$.

b) اوجد طيف $N(u, v)$

2.3 الدالةالحقيقية $f(x)$ يمكن أن تفكك إلى مجموع دالة فردية و دالة زوجية.

a) بين أن $f_{even}(x) = \frac{1}{2}[f(x) + f(-x)]$ and $f_{odd}(x) = \frac{1}{2}[f(x) - f(-x)]$.

b) بين أن $\mathfrak{F}[f_{even}(x)] = \text{Re}\{\mathfrak{F}[f(x)]\}$ and $\mathfrak{F}[f_{odd}(x)] = j\text{Im}\{\mathfrak{F}[f(x)]\}$.

3.3 بين أن تحويل فوريه لدالة الترابط الذاتي لـ $f(x)$ هو طيف القدرة للطيف (الكثافة الطيفية) $|F(u)|^2$

4.3 بين صحة المعادلتين (3.3 - a7) و (3.3 - b7).

5.3 اوجد تحويل فوريه لـ (a) $df(x)/dx$, و (b) $[\partial f(x, y)/\partial x + \partial f(x, y)/\partial y]$ و (c) $[\partial^2 f(x, y)/\partial x^2 + \partial^2 f(x, y)/\partial y^2]$. افترض أن x و y متحولين مستمرين.

6.3 بين أن تحويل فورييه المتقطع و معكوسة دالتان دوريتان. للتبسيط، افترض دالات أحادية – البعد.

7.3 بين أن تحويل فورييه لطي دالتين هو جداء تحويلي فورييه التابعين لهما. للتبسيط، افترض دوال لمتحول واحد.

8.3 كما أشرنا في القسم 2.4.3 ، فإن حساب FFT لـ N نقطة يتطلب $N \log_2 N$ عملية جمع و $1/2N\log_2N$ عملية ضرب. كم هو عدد عمليات الجمع والضرب المطلوبة لحساب FFT ثنائي – الأبعاد لصورة أبعادها N×N ؟

9.3 بالرجوع الى المناقشة الواردة في القسم 1.4.3 بين أن

(a $W_{2M}^{2ux} = W_M^{ux}$.

(b $W_M^{u+M} = W_M^u$.

(c $W_{2M}^{u+M} = -W_{2M}^u$.

10.3 ان العديد من برامج الحاسوب المتوفرة لحساب FFT تقتصر على معطيات دخل حقيقية أحادية – البعد. (a) بين كيف يمكن تحويل خوارزمية كهذه لحساب FFT لمعطيات عقدية أحادية – البعد. (b) ماذا سيكون الاجراء لاستعمال خوارزمية كهذه لحساب FFT ثنائي – الأبعاد لصورة عناصرها أعداد حقيقية؟

11.3 بالرجوع الى الجدول 2.3 كيف سترتب صفيفا من 16 نقطة للاستعمال مع خوارزمية FFT ذات المضاعفة المتتالية؟

12.3 بين أن المعادلتين (5.3 – 15) و (5.3 – 17) تشكلان زوج تحويل (أي، أن كل منهما عكس الأخرى).

13.3 لمجموعة من الصور بقياس 64×64 ، افترض أن مصفوفة الـ covariance المعطاة في المعادلة (6.3 – 11) تنقلب الى مصفوفة الواحدية identity matrix. ماذا سيكون متوسط تربيع الأخطاء mean square error بين الصور الأصلية والصور التي أعيد بناؤها باستخدام المعادلة (6.3 – 13) و بنصف المتجهات المميزة فقط؟

14.3 a) اشرح لماذا يكون تحويل هاف للنقطة 1 (في الشكل 33.3(b) خط مستقيم؟

b) هل هذه هي النقطة الوحيدة التي تعطي هذه النتيجة؟

c) اشرح علاقة التجاور الانعكاسي الموضحة في الشكل 33.3(d).

15.3 a) طور اجراء عاما للحصول على تمثيل عادي لخط أعطيت معادلة الميل – التقاطع التابعة له $y=ax+b$.

b) أوجد التمثيل الطبيعي للخط $y=-2x+1$.

الفصل الرابع

تحسين الصورة

> ***هناك اختلاف كلي بين أن نرى الظلمة من***
> ***خلال الضوء أو نرى اللمعان من خلال الظلال***
> ***.David Lindsay***

إن الهدف الرئيس من تقنيات التحسين هو معالجة صورة معينة بحيث تكون النتيجة أكثر ملاءمة من الصورة الأصلية لتطبيق محدد. ان كلمة «محدد» مهمة لأنها تؤكد منذ البداية على أن التقنيات المناقشة في هذا الفصل تعتمد الى حد كبير جدا على المسألة التي نعالج الصورة من أجلها. وهكذا، فان طريقة مفيدة جدا لتحسين صور الأشعة السينية ليست بالضرورة أفضل أسلوب لتحسين صور المريخ المرسلة بواسطة مجس فضائي.

يمكن تقسيم الأساليب المناقشة في هذا الفصل الى صنفين categories رئيسين: طرق المجال- الترددي وطرق المجال - الحيزي. ان الأساليب التي يتضمنها الصنف الأول مبنية على تعديل تحويل فوريه للصورة المطلوب معالجتها. المجال الحيزي، من جهة أخرى، يعود الى مستوي الصورة نفسه، وأساليب هذا الصنف تعتمد على معالجة مباشرة لعناصر الصورة.

ان المنهاج الأساسي للمواد المطورة في هذا الفصل، معروض في القسم 1.4 . يبحث القسم 2.4 في تحسين الصورة باستخدام تقنيات تعديل الهيستوغرام histogram modification. يحتوي القسمان 3.4 و 4.4 عددا من الأساليب التي يستخدم بعضها لتنعيم smoothing الصورة ويستخدم بعضها الآخر لزيادة تباينها. يلي هذه المناقشة في القسم 5.4 تقنية تحسين مبنية على نموذج انعكاسية - الانارة الذي عرض في القسم 2.2.

في القسم 6.4 نطور تقنية لتوليد نوافذ حيزية صغيرة من دالة مرشاح محددة في المجال الترددي. أخيرا، القسم 7.4 يتضمن مدخلا الى أساسيات الألوان، بالاضافة الى عدة تطبيقات لمفاهيم الألوان الصنعية psaudo – colors في تحسين الصورة.

1.4 خلفية Background

ان طرق تحسين–الصورة المعروضة في هذا الفصل مبنية اما على تقنيات المجال – الحيزي أو على تقنيات المجال – الترددي. ان الغرض من هذا الفصل هو تطوير أفكار أولية تقع ضمن هذين الأسلوبين وتتعلق بهما.

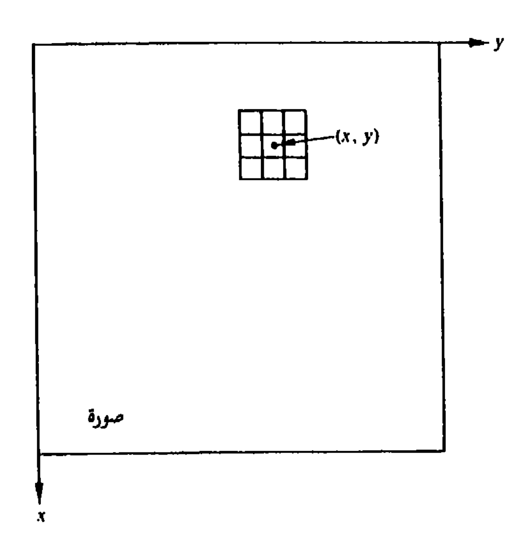
1.1.4 طرق المجال – الحيزي

ان المصطلح "المجال الحيزي" يرجع الى تجمعات العناصر التي تشكل صورة ما، وطرق المجال – الحيزي هي اجراءات تعمل مباشرة على هذه العناصر. يمكن التعبير عن دوال معالجة–الصورة في المجال الحيزي بالصيغة التالية

$$g(x, y) = T[f(x, y)], \qquad (1-1.4)$$

حيث ان $f(x, y)$ هي صورة الدخل و $g(x, y)$ هي الصورة المعالجة و T هو عامل مؤثر يؤثر على f، ومعرف في جوار ما لـ(x, y). ومن الممكن أيضا أن نجعل T يؤثر على مجموعة من صور الدخل كما في حال اجراء جمع عناصر K صورة عنصرا فعنصرا من أجل تخفيض الضجيج، كما هو مناقش في القسم 4.3.4 .

ان الأسلوب الرئيس المستخدم لتعريف جوار ما حول (x, y) هو استعمال منطقة صورة فرعية مربعة أو مستطيلة مركزها (x, y) كما هو مبين في الشكل 1.4 . يحرك مركز الصورة الفرعية من عنصر لآخر بدءا من، لنقل، الزاوية العليا اليسرى، ويطبق المؤثر في كل موضع (x, y) لاعطاء النتيجة g عند ذلك الموضع. بالرغم من أن أشكال جوار أخرى، مثل دائرة، تستعمل أحيانا فان المصفوفات المربعة هي الأكثر استعمالا بسبب سهولة تنفيذها.



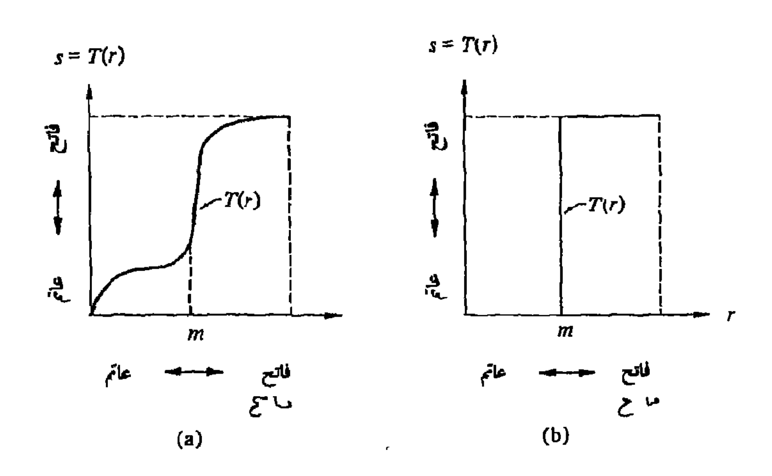
الشكل 1.4 جوار 3×3 حول نقطة (x,y) في صورة.

ان أبسط شكل لـ T هو عندما تكون أبعاد الجوار 1×1 . في هذه الحالة، تعتمد g على قيمة f عند (x, y) فقط وتصبح T دالة – تحويل سوية – رمادية gray level transformation function (و تدعى أيضـا "دالة نقل" mapping function) من الشكل التالي

$$s = T(r), \qquad (2-1.4)$$

حيث نستعمل لتبسيط الرموز، r و s كمتحولين يشيران الى السوية الرمادية لـ$f(x, y)$ و $g(x, y)$ عند النقطة (x, y). كتوضيح، اذا كان لـ T(r) الشكل المبين في الشكل 2.4(a)، فإن أثر هذا التحويل هو انتـاج صـورة ذات تبـاين أعلى من تباين الصورة الأصلية وذلك بتعتيم السويات الأقل من سوية ما m و زيادة لمعان السويات الأعلى من m في طيف العنصر الأصـلي. في هذه التقنيــة، المعـروفة بـ"مد التبـاين" contrast stretching، تضغط سويات r الأخفض من m بواسطة دالة التحويل الى مدى ضيق من s باتجاه النهاية المعتمة من الطيف. ان الأثر المعاكس يحدث من أجل قيم r الأعلى من m. في حالة التحديد المبينة في الشكل 2.4(b) ، تنتج T(r) صورة ذات سويتين

(أي ثنائية). كما سنبين في الأقسام التالية، يمكن باستعمال تحويلات السوية–الرمادية تشكيل بعض أساليب المعالجة التي مع أنها بسيطة، فهي فعالة.



الشكل 2.4 دالتي تحويل سوية – رمادية من أجل تحسين التباين.

ان الجوارات الأكبر تسمح باستعمال دوال معالجة متنوعة تذهب إلى أبعد من مجرد تحسين الصورة، كما سنرى في الفصول التالية. بغض النظر عن التطبيق المحدد، فان الأسلوب العام هو أن ندع قيمة f إلى الجوار المحدد لـ (x, y) يحدد قيمة g عند هذين الاحداثيين. ان أحد الأساليب الرئيسة في هذا التشكيل يبنى على ما يسمى "النوافذ" (يسمى أيضـا مراشيح أو طبعات أو أقنعة). النافذة هي أسـاسـا، مصفوفة صغيرة ثنائية–الأبعاد (مثلا 3×3) كتلك المبينة في الشكل 1.4، والتي تختار معاملاتها لكشف خاصة محددة في الصورة. وكمدخل الى هذا المفهوم. افترض أن لدينا صورة ذات شدة ثابتـة وتحتوي نقاطا معزولة بشكل متباعد وشدتها تختلف عن شدة الخلفية المحيطة. يمكن كشف هذه النقاط باستعمال النافذة المبينة في الشكل 3.4 . ان اجراء الكشف هو كالتالي: يحرك مركز النافذة (المرقم بـ 8) على الصورة، كما أشرنا في الشكل 1.4 . عند موضع كل عنصر في الصورة، نضرب كل عنصر محتوى ضمن مساحة النافذة

بمعامل النافذة المقابل، أي: العنصر الموجود في مركز النافذة يضرب بـ 8 في حين أن جيرانه الثمانية تضرب بـ 1 - . بعد ذلك تجمع نتائج عمليات الجداء التسعة هذه. اذا كانت لجميع العناصر الواقعة ضمن مساحة النافذة نفس القيمة (خلفية ثابتة)، فسيكون المجموع صفرا، و من جهة أخرى، اذا كان مركز النافذة واقعا على احدى النقاط المعزولة فسيكون المجموع مختلفا عن الصفر. اذا كانت النقطة المعزولة في موقع غير مركز النافذة سيكون المجموع مختلفا عن الصفر أيضا، ولكن مطال الاستجابة سيكون أضعف. هذه الاستجابات الأضعف يمكن حذفها بمقارنة المجموع مع عتبة محددة.

−1	−1	−1
−1	8	−1
−1	−1	−1

الشكل 3.4 نافذة لكشف نقاط معزولة تختلف عن خلفية ثابتة.

كما هو مبين في الشكل 4.4 ، اذا جعلنا $w_1,...,w_9$ تمثل معاملات النافذة وأخذنا بعين الاعتبار الجيران الثمانية لـ (x, y) ، يمكن أن نعمم المناقشة السابقة بانجاز العملية التالية

$$\begin{aligned} T[f(x, y)] = {} & w_1 f(x-1, y-1) + w_2 f(x-1, y) \\ & + w_3 f(x-1, y+1) + w_4 f(x, y-1) \\ & + w_5 f(x, y) + w_6 f(x, y+1) + w_7 f(x+1, y-1) \\ & + w_8 f(x+1, y) + w_9 f(x+1, y+1) \end{aligned} \qquad (3-1.4)$$

على جوار لـ (x, y) أبعاده 3×3 . ان النوافذ الأكبر تشكل بطريقة مشابهة. يلاحظ في المعادلة (1.4 – 3) أن تغيير المعاملات يغير وظيفة النافذة. مثلاً، اذا اخترنا $w_i=1/9$، من أجل $i=1,2,...,9$، وجعلنا $g(x, y)=T[f(x, y)]$، ستكون قيم g عند (x, y) هي متوسط السويات الرمادية للعنصر الواقع في النقطة (x, y) وجيرانه الثمانية، و كما أشرنا أعلاه، للنوافذ عدد من الاستعمالات بالاضافة الى تحسين الصورة، بعض هذه الاستعمالات يتضمن استعادة الصورة و تجزيء الأشكال، وحساب هيكل منطقة ثنائية.

w_1 $(x-1, y-1)$	w_2 $(x-1, y)$	w_3 $(x-1, y+1)$
w_4 $(x, y-1)$	w_5 (x, y)	w_6 $(x, y+1)$
w_7 $(x+1, y-1)$	w_8 $(x+1, y)$	w_9 $(x+1, y+1)$

الشكل 4.4 نافذة عامة أبعادها 3×3 تبين معاملات ومواقع عناصر صورة مقابلة.

2.1.4 طرق المجال – الترددي

إن أســاس تقنيات المجال– الترددي هو نظرية الطي. لتكن $g(x, y)$ صورة شكلت بطي صورة $f(x, y)$ و مؤثر $h(x, y)$ غير تابع للموضع position invariant *، أي

$$g(x, y) = h(x, y) * f(x, y) \qquad (4-1.4)$$

* إن المؤثر الثابت بالنسبة للموضع position invariant هو مؤثر تعتمد نتيجته على قيمة f(x,y) في نقطة محددة من الصورة وليس على موضع النقطة. ان الثبات بالنسبة للموضع متطلب ضمني في تعريف تكاملات الطي المعطاة في المعادلتين (3.3 – 23) و (3.3 – 30).

عندئذ، ومن نظرية الطي (القسم 8.3.3)، فإن علاقة المجال – الترددي التالية صحيحة

$$G(u, v) = H(u, v)F(u, v) \qquad (5-1.4)$$

حيث ان G و H و F هي تحويلات فورييه لـ g و h و f، على التوالي. ان التحويل $H(u, v)$ يدعى عادة دالة التحويل transfer function للعملية.

سنبين لاحقا في هذا الفصل أن العديد من مسائل تحسين الصورة يمكن أن يعبر عنها بصيغة المعادلة (1.4 – 5). في تطبيق تحسين – صورة نموذجي، تعطى $f(x, y)$ و يتم بعد حساب $F(u, v)$ اختيار $H(u, v)$ بحيث تبرز الصورة المرغوبة و المعطاة بالعلاقة التالية

$$g(x, y) = \mathscr{F}^{-1}\{H(u, v)F(u, v)\} \qquad (6-1.4)$$

خاصــة ما للصــورة $f(x, y)$. فعلى سبيــل المثال، يمكن أن تبرز الحواف في $f(x, y)$ باستعمال دالة $H(u, v)$ تؤكد على الترددات العالية لتحويل فورييه $F(u, v)$.

وجدير بالملاحظة أن المعادلة (1.4 – 4) تصف عملية حيزية شبيهة باستعمال النوافذ الذي ناقشناه في القسم السابق. في الحقيقة، ان طبيعة الطي المتقطع المعطاة بالمعادلة (3.3 – 35) هي في الأساس تمثيل للميكانيكية المتضمنة في تنفيذ عملية ازاحة – النافذة التي شرحت في الشكل 1.4 . لهذا السبب، تسمى النوافذ الحيزية التي نوقشت في القسم السابق غالبا نوافذ الطي. ولكن النقطة المركزية التي يجب أن تبقى في الذهن هي أن نظرية الطي تتطلب أن يكون $H(u, v)$ و $h(x, y)$ من نفس القياس. وهكذا، إذا كان $H(u, v)$ ، على سبيــل المثـال، 512×512 ، فعندئذ تعطي المعـادلة (1.4 – 4) نتيجة حيزية مكافئة، فقط، اذا كان لـ $h(x, y)$ نفس القياس. كما أشرنا في القسم 8.3.3 ، يتم الطي المتقطع باستخدام مصفوفات كبيرة بشكل أكثر كفاءة في المجال الترددي عن طريق استخدام تحويل فورييه السريع FFT. في القسم 6.4 نطور طريقـة للحصـول على نوافذ طي حيزية صغيرة تقرب $H(u, v)$ معين، بمعيار تربيع الأخطــاء الأصغري least – square – error، و بذلك يمكن أن تستخدم للمعـالجة

الحيزية. أخيرا، نبين هنا كما أشرنا في القسم 8.3.3 ، أن الطي المتقطع يتميز بخطأ التغليف إلا إذا افترضنا أن الدوال دورية بأدوار مختارة طبقا للمعادلتين (3.3-33) و (3.3-34). في صورة ما، يظهر خطأ التغليف نفسه كتشوه حول الحواف. لكن في الواقع العملي، غالبا لايثير هذا الخطأ اعتراضا حتى عندما لاتمدد الصور باستخدام الاجراء الذي أعطي في القسم 8.3.3 . لقد تم الحصول على الصور التي سنعرضها لاحقا في هذا الفصل، على سبيل المثال، بالحساب المباشر لـ FFT على الصور المعطاة بدون تمديد.

على الرغم من أنه ربما يكون قد أصبح واضحا، لنؤكد قبل مغادرة هذا القسم على أنه لاتوجد نظرية عامة لتحسين الصورة. عندما تعالج صورة ما من أجل التفسير البصري، فان الناظر هو الحكم النهائي على مقدار جودة أداء طريقة المعالجة. ان التقويم البصري لنوعية الصورة عملية شخصية الى حد كبير. وهذا ما يجعل التعريف "صورة جيدة" معيار محير لتقويم أداء خوارزمية ما. عندما تكون المسألة مسألة معالجة صور من أجل الادراك بواسطة الآلة، تكون مهمة التقويم أسهل نوعا ما. اذا كان أحدنا، على سبيل المثال، يتعامل مع تطبيق التعرف على الأحرف الأبجدية، فان أفضل طريقة لمعالجة الصورة هي تلك التي تعطي أفضل نتائج تعرف من قبل الآلة. ولكن تجدر الملاحظة أنه في الحالات التي يمكن فيها فرض معيار واضح للأداء في المسألة، فان المرء يبقى عادة مواجها بقدر معين من التجربة والخطأ قبل أن يكون قادرا على الاستقرار على أسلوب معالجة صورة محدد.

2.4 تحسين الصورة باستخدام تقنيات تعديل الهيستوغرام

Image Enhancement by Histogram Modification Techniques

يزودنا هيستوغرامٌ histogram لمحتوى السويات-الرمادية بوصف اجمالي لصورة ما. ان الطرق المناقشة في هذا القسم تنجز التحسين بتعديل هيستوغرام صورة معينة، بطريقة محددة. انّ نوع ودرجة التحسين اللذين نحصل عليهما يعتمدان على طبيعة الهيستوغرام الذي نتعامل معه.

1.2.4 أساسيات

ليكن المتحول r يمثل السوية الرمادية للعناصر الموجودة في الصورة والتي نريد تحسينها. وللتبسيط، سنفترض في المناقشة التالية أن قيم العناصر قد قيّست بحيث تقع جميعها في المدى

$$0 \leqslant r \leqslant 1, \qquad (1-2.4)$$

حيث ان r=0 تمثل الأسود و r=1 تمثل الأبيض على السلم الرمادي. من أجل أية r في البون [0,1] ، سنركز عنايتنا على التحويلات التي لها الشكل التالي

$$s = T(r) \qquad (2-2.4)$$

والتي تنتج سوية s لكل قيمة عنصر r في الصورة الأصلية. يفترض أن دالة التحويل المعطاة بالمعادلة (2.4−2) تحقق الشرطين التاليين

(a) T(r) وحيدة القيمة وتتزايد على وتيرة واحدة monotonically في البون $0 \leqslant r \leqslant 1$،

(b) $0 \leqslant T(r) \leqslant 1$ for $0 \leqslant r \leqslant 1$

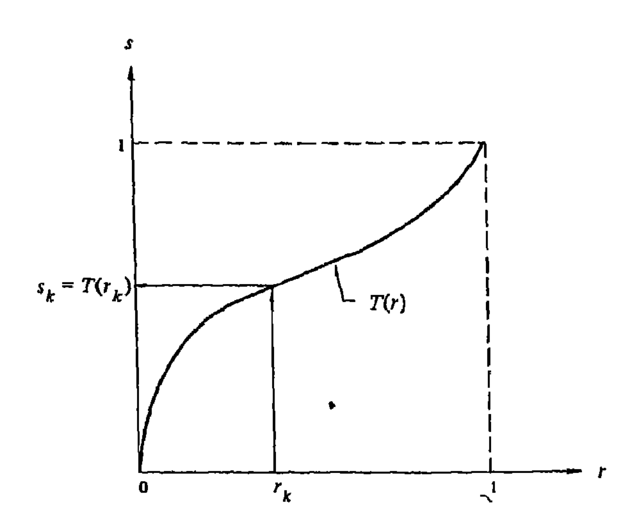
يحفظ الشرط (a) الترتيب من الأسود الى الأبيض على السلم الرمادي، في حين يضمن الشرط (b) رسما mapping منسجما مع المدى المسموح به لقيم عناصر الصورة. الشكل 5.4 يوضح دالة تحويل تحقق هذين الشرطين.

سنعبر عن التحويل العكسي من s رجوعا الى r بالشكل التالي

$$r = T^{-1}(s) \qquad 0 < s < 1 \qquad (3-2.4)$$

حيث نفترض أن $T^{-1}(s)$ يحقق أيضا الشرطين (a) و (b) بالنسبة للمتحول s.

ان السويات الرمادية في صورة ما هي كميات عشوائية في البون [0,1] . فبافتراض أنها متحولات مستمرة، يمكن أن توصف السويات الرمادية الأصلية والمحولة، بدالتي كثافة احتمالها $p_r(r)$ و $p_s(s)$ ، على التوالي. يمكن أن يقال الكثير حول



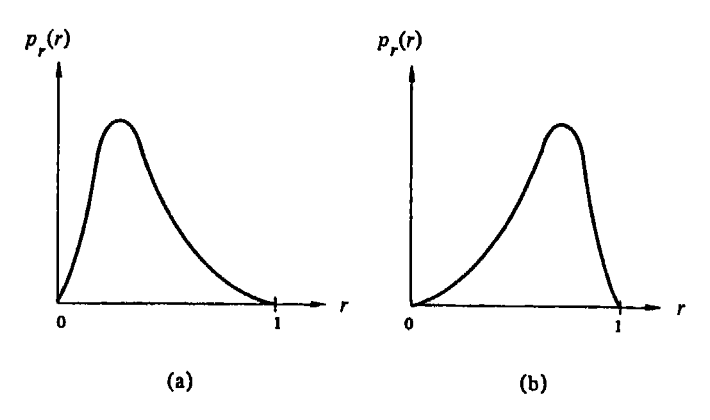
الشكل 5.4 دالة تحويل سويات – رمادية

الخصائص العامة لصورة ما، من دالة الكثافة لسوياتها الرمادية. على سبيل المثال، ان صورة لسوياتها الرمادية دالة كثافة كتلك المبينة في 6.4(a) ، لها خصائص معتمة، نوعا ما، لأن معظم سوياتها تتركز في المنطقة العاتمة من السلم الرمادي. ومن جهة أخرى، فان صورة لسوياتها الرمادية دالة كثافة كتلك المبينة في الشكل 6.4(b) ، ستسود فيها مناطق مضيئة (فاتحة) لأن غالبية عناصرها رمادية فاتحة.

وحسب نظرية الاحتمالات الأولية، اذا كانت $p_r(r)$ و T(r) معروفتان و $T^{-1}(s)$ تحقق الشرط (a) ، فان دالة كثافة الاحتمال للسويات الرماديةالمحولة تعطى بالعلاقة التالية

$$p_s(s) = \left[p_r(r) \frac{dr}{ds} \right]_{r=T^{-1}(s)} \qquad (4-2.4)$$

ان تقنيات التحسين التالية تقوم على تعديل مظهر صورة ما بالتحكم بدالة كثافة احتمال سوياتها الرمادية عن طريق دالة التحويل T(r).



الشكل 6.4 دالة كثافة احتمال السويات – الرمادية لـ (a) صورة "عاتمة"، و (b) صورة "فاتحة".

2.2.4 تسوية الهيستوغرام Histogram Equalization

لنأخذ دالة التحويل التالية

$$s = T(r) = \int_0^r p_r(w)\,\mathrm{d}w \qquad 0 < r < 1 \qquad (5-2.4)$$

حيث ان w متحول تكامل زائف. ان أقصى الطرف الأيمن من المعادلة (2.4 – 5) يعرف بـدالة التـوزيع التراكمي Comulative Distribution Function (CDF) لـ r. ان الشرطين اللذين بيناهما في القسم السابق محققان بدالة التحويل هذه، لأن الـ CDF تتزايد على وتيرة واحدة من 0 الى 1 كدالة لـ r.

من المعادلة (2.4 – 5)، ان مشتق s بالنسبة لـ r يعطى بالشكل التالي

$$\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}r} = p_r(r) \qquad (6-2.4)$$

ان تعويض dr/ds في المعادلة (2.4-4) يعطي

$$p_s(s) = \left[p_r(r) \frac{1}{p_r(r)} \right]_{r=T^{-1}(s)} \qquad (7-2.4)$$

$$= [1]_{r=T^{-1}(s)}$$

$$= 1 \qquad 0 < s < 1$$

الذي هو كثافة منتظمة في بون التعريف للمتحول المحول s. يلاحظ أن هذه النتيجة مستقلة عن دالة التحويل العكسي. ان هذا مهم لأنه ليس من السهل دائما الحصول على $T^{-1}(s)$ تحليليا.

ان الاشتقاقات الرياضية السابقة تشير الى أن استعمال دالة تحويل تساوي التوزيع التراكمي لـ r ينتج صورة ذات سويات رمادية منتظمة الكثافة، وبمفهوم التحسين، فان هذا يعني زيادة في المدى الديناميكي لعناصر الصورة، والذي، كما سيظهر أدناه، يمكن أن يكون له أثر مهم على مظهر الصورة.

مثال: قبل أن نتابع مناقشة المتحولات المتقطعة، لنتأمل توضيحا بسيطا للمعادلتين (2.4-4) و (2.4-5). لنفترض أن السويات r لها دالة كثافة الاحتمال المبين في الشكل 7.4(a). في هذه الحالة تعطى $p_r(r)$ كمايلي:

$$p_r(r) = \begin{cases} -2r + 2 & 0 < r < 1 \\ 0 & \text{elsewhere} \end{cases}$$

ان تعويض هذه العبارة الرياضية في المعادلة (2.4-5) يعطي دالة التحويل التالية

$$s = T(r) = \int_0^r (-2w + 2)\, dw$$

$$= -r^2 + 2r$$

على الرغم من أننا نحتاج $T(r)$ فقط لتسوية الهيستوغرام، سنتنور بأن نثبت أن الكثافة الناتجة $p_s(s)$ هي في الحقيقة منتظمة لأن هذا يتطلب الحصول على $T^{-1}(s)$. في الواقع العملي، هذه الخطوة غير مطلوبة لأن المعادلة (7-2.4) مستقلة عن دالة التحويل العكسي. ان الحل من أجل r بدلالة s يعطي

$$r = T^{-1}(s) = 1 \pm \sqrt{1-s}$$

ولأن r تقع في البون [0,1] فان الحل التالي فقط صحيح:

$$r = T^{-1}(s) = 1 - \sqrt{1-s}$$

يحصل على دالة كثافة الاحتمال لـ s بتعويض النتائج التي وردت أعلاه في المعادلة (4-2.4):

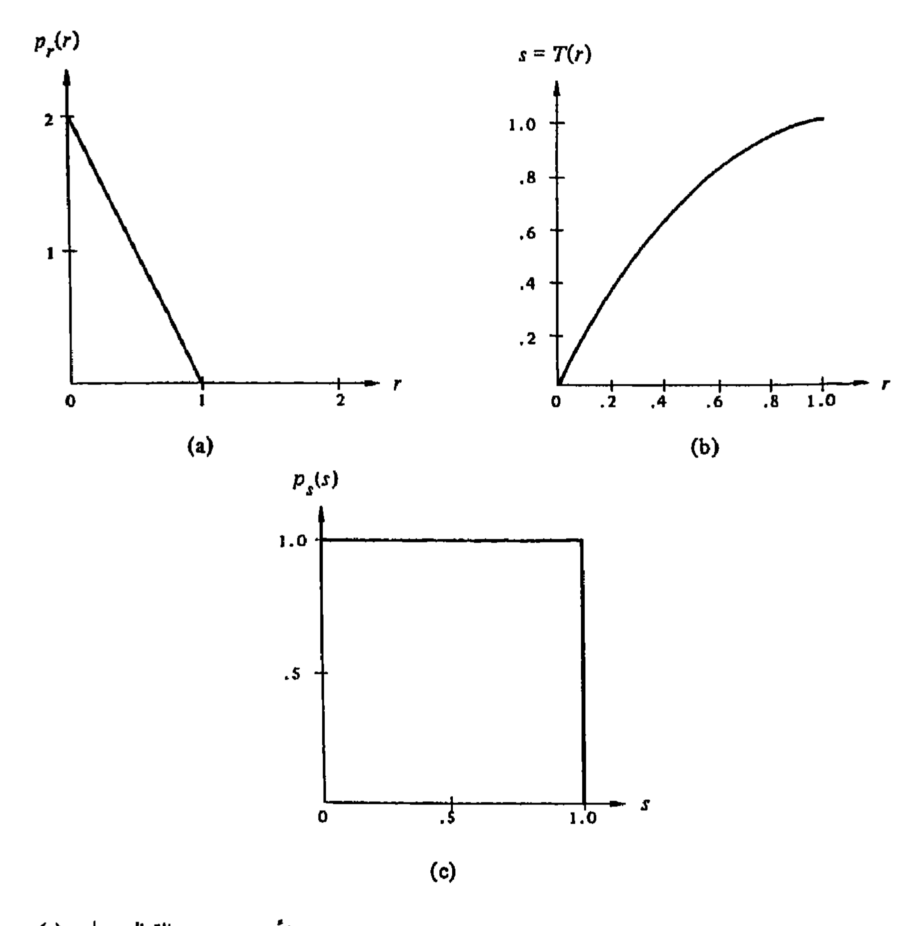
$$\begin{aligned} p_s(s) &= \left[p_r(r) \frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}s} \right]_{r=T^{-1}(s)} \\ &= \left[(-2r+2) \frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}s} \right]_{r=1-\sqrt{1-s}} \\ &= \left[(-2\sqrt{1-s}) \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}s} (\sqrt{1-s}) \right] \\ &= 1 \qquad 0 \leq s \leq 1 \end{aligned}$$

التي هي كثافة منتظمة في البون المرغوب.

ان دالة التحويل $T(r)$ هذه مبينة في الشكل 7.4(b) و $p_s(s)$ مبينة في الشكل 7.4(c).

لكي تكون المفاهيم التي طورناها أعلاه مفيدة في معالجة الصورة الرقمية. يجب أن تصاغ بالشكل المتقطع. من أجل السويات الرمادية التي تأخذ قيما متقطعة، نتعامل مع احتمالات تعطى بالعلاقة التالية

$$p_r(r_k) = \frac{n_k}{n} \qquad \begin{array}{l} 0 \leq r_k \leq 1 \\ k = 0, 1, \ldots, L-1 \end{array} \tag{8-2.4}$$



الشكل 7.4 توضيح طريقة تحويل الكثافة المنتظمة. (a) دالة كثافة الاحتمال الأصلي. (b) دالة التحويل. (c) الكثافة المنتظمة الناتجة.

حيث ان L هي عدد السويات و $p_r(r_k)$ هي احتمال السوية الرمادية رقم k و n_k هي عدد المرات التي تظهر فيها هذه السوية في الصورة و n هي العدد الاجمالي للعناصر في الصورة. ان الرسم البياني لـ $p_r(r_k)$ مقابل r_k يدعى عادة الهيستوغرام histogram، والتقنيـــة المستخـدمـة للحصــول على هيستوغرام منتظـم تدعى تسـوية الهيستوغرام histogram equalization أو histogram linearization.

ان الشكل المتقطع للمعادلة (5 – 2.4) يعطى بالعلاقة التالية

$$s_k = T(r_k) = \sum_{j=0}^{k} \frac{n_j}{n}$$

$$= \sum_{j=0}^{k} p_r(r_j) \qquad 0 < r_k < 1 \quad k = 0, 1, \ldots, L-1 \tag{9-2.4}$$

ويشار الى التحويل العكسي كمايلي

$$r_k = T^{-1}(s_k) \qquad 0 < s_k \lessgtr 1$$

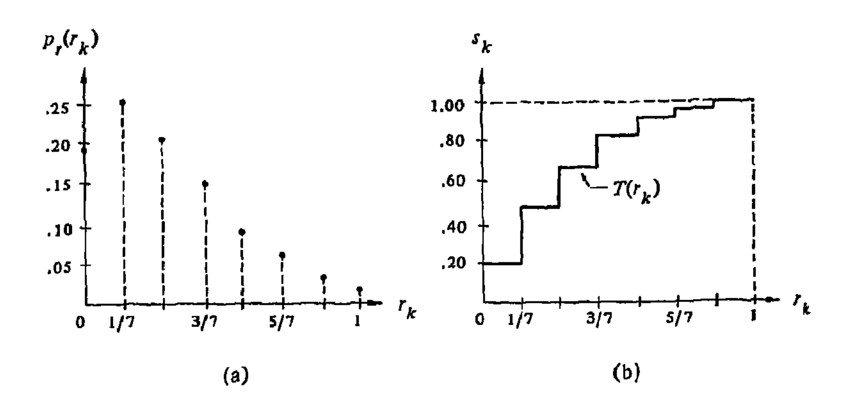
حيث يفترض أن كلا من $T(r_k)$ و $T^{-1}(s_k)$ تحقق الشرطين (a) و (b) المحددين في القسم السابق. يلاحظ أن دالة التحويل $T(r_k)$ يمكن أن تحسب مباشرة من الصورة التي نعالجها باستعمال المعادلة (2.4 – 9).

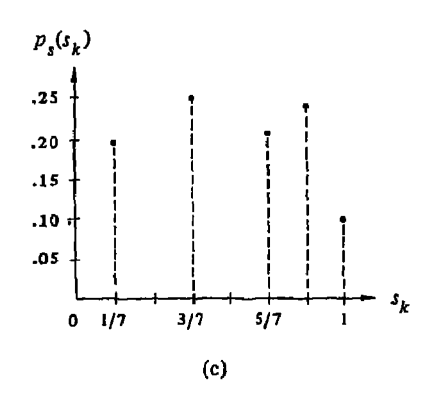
ان التحويل العكسي $T^{-1}(s_k)$ يلعب دورا مركزيا في الطريقة المناقشة في القسم التالي على الرغم من أنه لايدخل في تسوية الهيستوغرام.

مثال: افترض أن صورة أبعادها 64×64 وفيها 8 سويات رمادية، لها توزيع السويات – الرمادية المبين في الجدول 1.4 . ان هيستوغرام هذه السويات مبين في الشكل 8.4(a).

الجدول 1.4

r_k	n_k	$p_r(r_k) = n_k/n$
$r_0 = 0$	790	0.19
$r_1 = 1/7$	1023	0.25
$r_2 = 2/7$	850	0.21
$r_3 = 3/7$	656	0.16
$r_4 = 4/7$	329	0.08
$r_5 = 5/7$	245	0.06
$r_6 = 6/7$	122	0.03
$r_7 = 1$	81	0.02





الشكل 8.4 توضيح طريقة تسوية– الهيستوغرام. (a) الهيستوغرام الأصلي. (b) دالة التحويل. (c) الهيستوغرام المسوى.

يحصل على دالة التحويل باستعمال المعادلة (2.4–9). على سبيل المثال،

$$s_0 = T(r_0) = \sum_{j=0}^{0} p_r(r_j)$$

$$= p_r(r_0)$$

$$= 0.19$$

بشكل مشابه

$$s_1 = T(r_1) = \sum_{j=0}^{1} p_r(r_j)$$

$$= p_r(r_0) + p_r(r_1)$$

$$= 0.44$$

و

$$s_2 = 0.65 \qquad s_5 = 0.95$$

$$s_3 = 0.81 \qquad s_6 = 0.98$$

$$s_4 = 0.89 \qquad s_7 = 1.00$$

إن لدالة التحويل الشكل المبين في الرسم التوضيحي 8.4(b).

نظرا لأنه يسمح في هذه الحالة لثمان سويات رمادية فقط، يجب أن تنسب كل قيمة من القيم المحولة لأقرب سوية صحيحة. وهكذا، لدينا

$$s_0 \cong 1/7 \qquad s_4 \cong 6/7$$

$$s_1 \cong 3/7 \qquad s_5 \cong 1$$

$$s_2 \cong 5/7 \qquad s_6 \cong 1$$

$$s_3 \cong 6/7 \qquad s_7 \cong 1$$

يلاحظ أنه يوجد خمس سويات هيستوغرام – مسوى رمادية مميزة فقط. و باعادة تعريف التعابير الرياضية لتأخذ هذا الأمر بالحسبان، تنتج السويات التالية

$$s_0 = 1/7 \qquad s_3 = 6/7$$

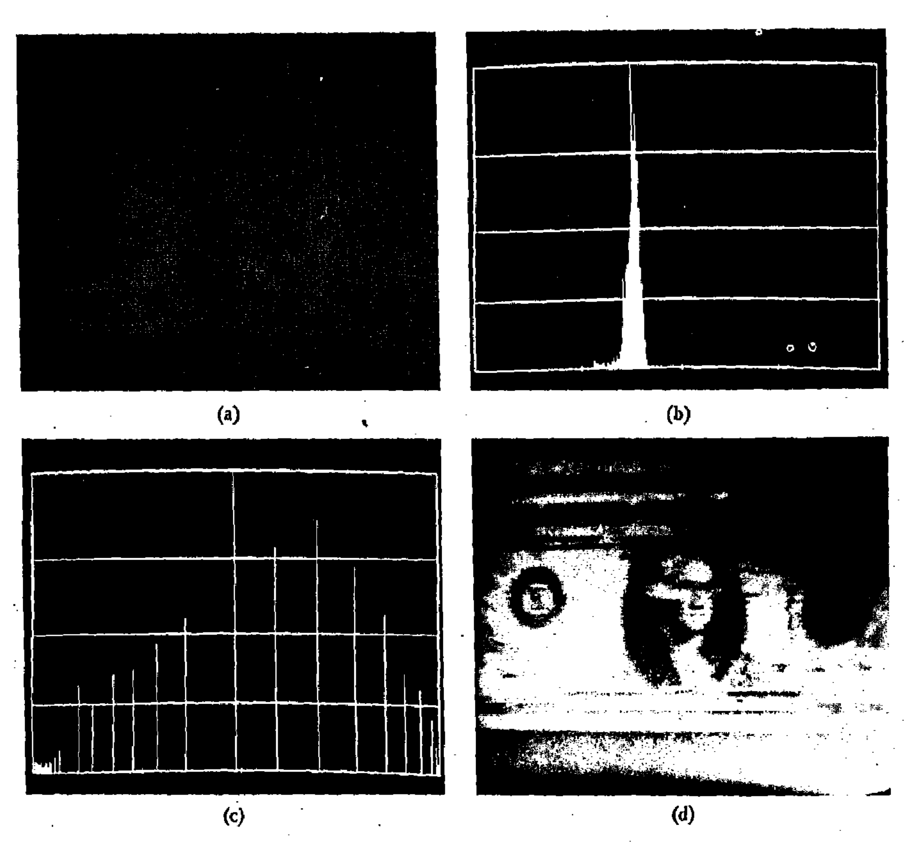
$$s_1 = 3/7 \qquad s_4 = 1$$

$$s_2 = 5/7$$

ولأن $r_0=0$ كانت قد حولت (mapped) الى $s_0=1/7$ ، يوجد 790 عنصرا محولا بهذه القيمة الجديدة. ويوجد أيضا 1023 عنصرا بالقيمة $s_1=3/7$ و 850 عنصرا بالقيمة

$s_2=5/7$. ولكن، لأن كلاً من السويتين r_3 و r_4 كانت قد حولت الى $s_3=6/7$ ، يوجد 556+329=985 عنصرا بهذه القيمة الجديدة. بشكل مشابه، يوجد 245+122+81=448 عنصرا بالقيمة $s_4=1$. ان تقسيم هذه الأعداد على 4096 يعطي الهيستوغرام المبين في الشكل 8.4(c). و لأن الهيستوغرام تقريب لدالة كثافة الاحتمال، يندر الحصول على نتائج مسطحة تماما عند التعامل مع السويات المتقطعة.

مثال: كتوضيح عملي لتسوية الهيستوغرام، تأمل الصورة المبينة في الشكل 9.4(a) و التي تحتوي صورة دولار أمريكي، الذي بالكاد يرى بسبب الظلال الكثيفة. ان مدى القيم الضيق المشغول بعناصر هذه الصورة، واضح من الهيستوغرام المبين في الشكل



الشكل 9.4 توضيح أسلوب تسوية الهيستوغرام. (a) صورة أصلية. (b) هيستوغرام أصلي. (c) هيستوغرام مسوى. (d) صورة محسنة

9.4(b). الهيستوغرام المسوى مبين في الشكل 9.4(c) و الصورة المعالجة في الشكل 9.4(d).

في حين أن الهيستوغرام المسوى، وكما توقعنا، ليس مستوياً تماماً على المدى الكامل للسويات الرمادية، فقد تم الحصول على تحسين هام بالمقارنة مع الصورة الأصلية عن طريق أثر النشر spread effect لتقنية تسوية الهيستوغرام. ان النتيجة النهائية ليست صورة مثالية ولكن يجب ألا يغيب عن ذهننا أن نوعية الصورة الأصلية رديئة.

3.2.4 التوصيف المباشر للهيستوغرام Direct Histogram Specification

مع أن الطريقة التي نوقشت في القسم السابق مفيدة جدا، فهي ليست ملائمة من أجل تطبيقات تحسين الصور التفاعلي interacti ve image enhancement لأن امكانات هذه الطريقة محدودة بتوليد نتيجة واحدة فقط، تقريب لهيستوغرام منتظم.

من المرغوب أحيانا أن نكون قادرين، تفاعليا، على تحديد هيستوغرامات خاصة قادرة على تسليط الضوء على أمداء سويات رمادية معينة في صورة ما. لكي نرى كيف يمكن أن نحقق هذا، دعنا نرجع للحظة الى السويات الرمادية المستمرة، ولتكن $p_r(r)$ و $p_z(z)$ دالتي كثافة الاحتمال الأصلي والمرغوب، على التوالي. لنفترض أن صورة معينة قد سوي هيستوغرامها أولا باستعمال المعادلة (2.4 - 5)، أي

$$s = T(r) = \int_0^r p_r(w)\, dw \tag{2.4-10}$$

إذا كانت الصورة المرغوبة متوفرة، فإن سوياتها الرمادية يمكن أن تسوى باستعمال دالة التحويل التالية.

$$v = G(z) = \int_0^z p_z(w)\, dw \tag{2.4-11}$$

ان العمـليـة العكسية، $z=G^{-1}(v)$ ، ستعيد عندئذ السويات المرغوبة. وهذا، طبعاً، تشكيل افتراضي لأن سويات z هي بالضبط مانجرب الحصول عليه. ولكن، يلاحظ أن $p_v(v)$ و $p_s(s)$ ستكونان كثافتين منتظمتين متماثلتين لأن النتيجة النهائية للمعادلة (5-2.4) مستقـلة عن الكثـافة داخل التكـامل. وهكذا، اذا استعمـلنا السويات s المنتظمـة التي حصـلنا عليها من الصورة الأصـلية، بدلا من v في العملية العكسية، سيكون للسويات الناتجة $z=G^{-1}(s)$ ، دالة الكثافة المرغوبة. بافتراض أن $G^{-1}(s)$ وحيد القيمة، يمكن تلخيص الاجراء كمايلي:

1 - سوِ سويات الصورة الأصلية مستعملا المعادلة (5-2.4).
2 - حدد دالة الكثافه المرغوبة واحصل على دالة التحويل $G(z)$ مستعملا المعادلة (11-2.4).
3 - طبق دالة التحويل العكسي $z=G^{-1}(s)$ ، على السويات التي حصلت عليها في الخطوة 1.

هذا الاجراء يعطي النسخة المعالجة للصورة الأصلية، حيث ان السويات الرمادية الجديدة مميزة بالكثافة المجددة $p_z(z)$.

مع أن طريقة تحديد الهيستوغرام تستخدم دالتي تحويل $T(r)$ متبوعةً بـ $G^{-1}(s)$ فهي مسألة بسيطة أن ندمج كلا من خطوتي التحسين في دالة واحدة تعطي السويات المرغوبة بدءا من عناصر الصورة الأصلية. لدينا من المناقشة المذكورة أعلاه أن

$$z = G^{-1}(s) \qquad (12-2.4)$$

ان تعويض المعادلة (5-2.4) في المعادلة (12-2.4) يعطي دالة التحويل المدموج

$$z = G^{-1}[T(r)] \qquad (13-2.4)$$

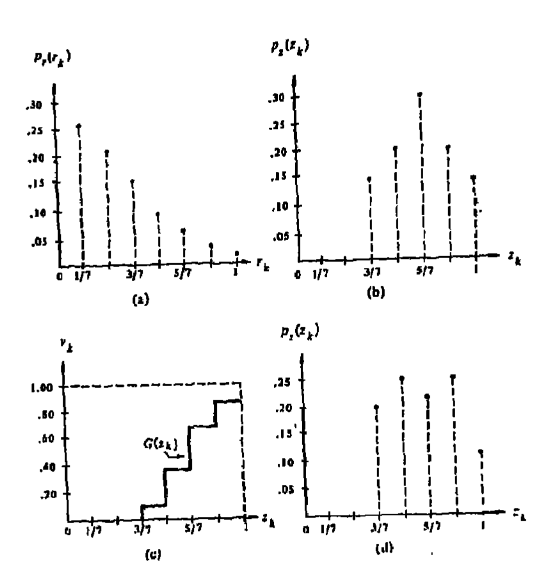
الذي يربط r بـ z. يلاحظ أنه عندما تكون $G^{-1}[T(r)]=T(r)$ ، تختصر هذه الصيغة إلى تسوية الهيستوغرام.

ان المعنى المتضـمن في المعادلة (2.4 - 13) هو ، ببساطة، لاحاجة لأن تكون الصورة قد سوى هيستوغرامها صـراحة. كل ماهو مطلوب أن تحدد T(r) وتدمج مع دالة التحويل العكسي G^{-1}. ان المشكلة الحقيقية في استعمال الطريقة السابقة من أجل المتحولات المستمرة تكمن في الحصـول على الدالة العكسيـة تحليليا. في الحالة المتقطعـة يمكن التغـلب على هذه المشكـلة مستفيـدين من حقيقة أن عدد السويات الرمادية المميزة صغير نسبيا عادة، ويصـبح بالتالي حساب وتخزين تحويل **mapping** لكل قيمة عنصـر ممكنة، أمرا معقولا. ان تشكيل تقنية تحديد - الهيستوغرام يشابه المعادلتين (2.4 - 8) و (2.4 - 9)، كما هو موضـح في المثال التالي.

مثال: تأمل قيم الصورة التي فيها 8 - سويات رمادية وأبعادها 64×64 التي استعملت في المثال الثاني في القسم 2.2.4 . ان هيستوغرام هذه الصــورة مبين ثانية في الشكل 10.4(a) لتسهيـل الرجوع إليـه. يرغـب في تحويل هذا الهيستوغرام بحيث يصــبح له الشكل المبين في الرسم التوضـيحي 10.4(b). ان قيم الهيستوغرام المحدد مسجلة في الجدول 2.4

الجدول 2.4

z_k	$p_z(z_k)$
$z_0 = 0$	0.00
$z_1 = 1/7$	0.00
$z_2 = 2/7$	0.00
$z_3 = 3/7$	0.15
$z_4 = 4/7$	0.20
$z_5 = 5/7$	0.30
$z_6 = 6/7$	0.20
$z_7 = 1$	0.15



الشكل 10.4 توضيح طريقة توصيف–الهيستوغرام. (a) هيستوغرام أصلي. (b) هيستوغرام موصّف. (c) دالة تحويل. (d) الهيستوغرام الناتج.

ان الخطوة الاولى في الاجراء هي الحصول على تحويلات mappings تسوية–الهيستوغرام. هذا ماكان قد تم في القسم 2.2.4 والنتائج مبينة في الجدول 3.4. بعد ذلك نحسب دالة التحويل باستعمال المعادلة (2.4–9):

$$v_k = G(z_k) = \sum_{j=0}^{k} p_z(z_j)$$

وهذا يعطي القيم التالية

$$v_0 = G(z_0) = 0.00 \qquad v_4 = G(z_4) = 0.35$$
$$v_1 = G(z_1) = 0.00 \qquad v_5 = G(z_5) = 0.65$$
$$v_2 = G(z_2) = 0.00 \qquad v_6 = G(z_6) = 0.85$$
$$v_3 = G(z_3) = 0.15 \qquad v_7 = G(z_7) = 1.00$$

الجدول 3.4

$r_j \rightarrow s_k$	n_k	$p_s(s_k)$
$r_0 \rightarrow s_0 = 1/7$	790	0.19
$r_1 \rightarrow s_1 = 3/7$	1023	0.25
$r_2 \rightarrow s_2 = 5/7$	850	0.21
$r_3, r_4 \rightarrow s_3 = 6/7$	985	0.24
$r_5, r_6, r_7 \rightarrow s_4 = 1$	448	0.11

ان دالة التحويل مبينة في الشكل 10.4(c).

للحصـول على قيم z نطبق معكوس التحويل G الذي حصـلنا عليه أعلاه على السويات s_k المسواة بطريقة تسوية-الهيستوغرام. ولأننا نتعامل مع قيم منفصلة، يجب عـادة أن نجري تقـريبـا في التحـويـل mapping العكســي. مثــلا، ان أقرب نظـير لـ $s_0 = 1/7 = 0.14$ هو $G(z_3) = 0.15$ أو باستعمـال التحويل العكسي $G^{-1}(0.15) = z_3$. وهكذا فان s_0 حولت الى السـوية z_3. ان استعمال هذا الاجراء يعطي التحويلات التالية:

$$s_0 = 1/7 \rightarrow z_3 = 3/7$$

$$s_1 = 3/7 \rightarrow z_4 = 4/7$$

$$s_2 = 5/7 \rightarrow z_5 = 5/7$$

$$s_3 = 6/7 \rightarrow z_6 = 6/7$$

$$s_4 = 1 \quad \rightarrow z_7 = 1$$

كما أشرنا في المعادلة (2.4-13). يمكن دمج هذه النتائج مع نتائج تسوية الهيستوغرام لاعطاء التحويلات mappings المباشرة التالية:

$$r_0 = 0 \rightarrow z_3 = 3/7 \qquad r_4 = 4/7 \rightarrow z_6 = 6/7$$

$$r_1 = 1/7 \rightarrow z_4 = 4/7 \qquad r_5 = 5/7 \rightarrow z_7 = 1$$

$$r_2 = 2/7 \rightarrow z_5 = 5/7 \qquad r_6 = 6/7 \rightarrow z_7 = 1$$

$$r_3 = 3/7 \rightarrow z_6 = 6/7 \qquad r_7 = 1 \rightarrow z_7 = 1$$

ان اعادة توزيع عناصر الصــورة وفقا لهذه التحويلات والتقسيم على n=4096 يعطي الهيستوغرام المبين في الشكل 10.4(d). القيم مدونة في الجدول 4.4.

الجدول 4.4

z_k	n_k	$p_z(z_k)$
$z_0 = 0$	0	0.00
$z_1 = 1/7$	0	0.00
$z_2 = 2/7$	0	0.00
$z_3 = 3/7$	790	0.19
$z_4 = 4/7$	1023	0.25
$z_5 = 5/7$	850	0.21
$z_6 = 6/7$	985	0.24
$z_7 = 1$	448	0.11

لاحظ أن الهيستوغرام الناتج ليس مشابها تماما للشكل المرغوب، على الرغم من أن كلا من القيم المحددة كانت قد ملئت. كما في حالة تسوية الهيستوغرام، نتج الخطأ لأن التحويل مضمون أن يعطي نتائج دقيقة في الحالة المستمرة فقط. ومع نقصـان عدد السويات يميل الخطأ بين الهيستوغرامات المحددة والناتجة الى الزيادة. ولكن، كما سنرى

أدناه، يمكن الحصــول على نتائج تحسين مفيدة جدا حتى بالتقريب الى الهيستوغرام المرغوب.

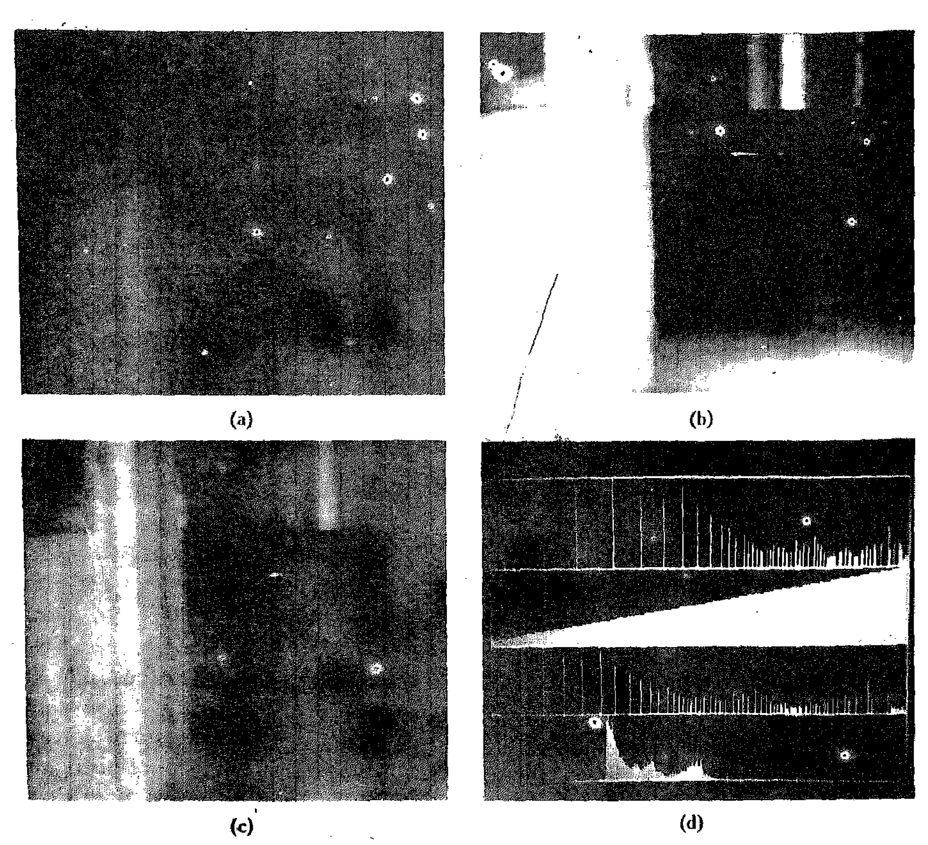
في الواقع العملي، التحويل العكسي من s الى z ليس غالبا وحيد-القيمة. ينشأ هذا الوضــع عندما توجد سويات غير مملوءة في الهيستوغرام المحدد (مما يبقي دالة التوزيع التراكمي CDF ثابتة على طول الفواصل غير المملوءة)، أو في عملية تدوير $G^{-1}(s)$ الى السوية الأقرب المسموح بها، كما فعلنا في المثال المشروح أعلاه. بشكل عام، ان أبسط حل لهذه المشكـلة هو أن ننسب السويات بطريقة تجعلها تماثل سويات الهيستوغرام المعطى قدر الامكان.

ان الصـعوبة الرئيسة في تطبيق طريقة تحديد الهيستوغرام على تحسين الصــورة تكمن في أن نكون قادرين على بنـاء هيستوغرام ذي معنى. نورد فيما يلي حلين لهذه المشكلة: الأول أن نحدد دالة كثافة احتمال معينة، أي (غوصـــي Gausian أو ريليه Rayleigh أو log – normal إلخ...)، وبعدئذ نشكل هيستوغراما برقمنة الدالة المعطاة. الحل الثاني يتألف من تحديد شكل الهيستوغرام بواسطة جهاز رسم (مثل الشـاشـة التفـاعليـة أو لوحة رســم) يغذي خرجه المعـالج الذي يقوم بتنفيذ خوارزميـة تحديد الهيستوغرام.

مثال: كتوضيح عملي لأسلوب التحديد المباشر للهيستوغرام، تأمل الشكل 11.4(a) الذي يبـين غرفة شبـه مظـلمـة منظورا اليها من جهة الباب. الشكل 11.4(b) يبين الصـورة التي سوي هيستوغرامها، والشكل 11.4(c) هو نتيجة طريقة التوصيف المباشر للهيستوغرام التفاعلية.

الهيستـوغرامـات مبينـة في الشكـل 11.4(d) الذي يحتوي، من الأعلى إلى الأسفـل، الهيستوغرام الأصـلي فالمسوى فالمحدد فالناتج.

لاحظ أن تسوية الهيستوغرام قد انتجت صـورة كان تباينها عاليا نوعا ما، في حين أن النتيجة المبينة في الشكل 11.4(c) لها مظهر أكثر توازنا.



الشكل 11.4 توضيح طريقة التوصيف المباشر للهيستوغرام . (a) صورة أصلية. (b) صورة سوي هيستوغرامها. (c) صورة حسنت بتوصيف الهيستوغرام. (d) الهيستوغرامات.

ان طريقة التوصيف المباشر للهيستوغرام يمكن أن تعطي نتائج أفضل من طريقة تسوية الهيستوغرام، و ذلك بسبب مرونتها.

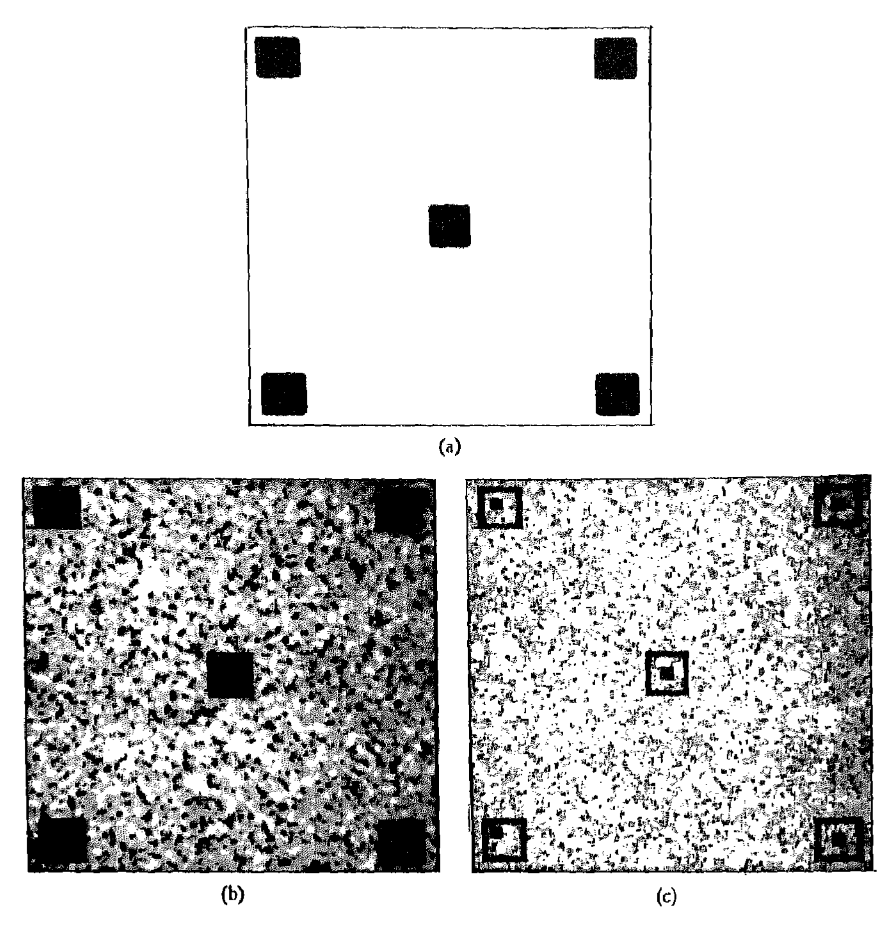
4.2.4 التحسين الموضعي Local Enhancement

ان الطرائق التي نوقشت في القسمين السابقين هي طرائق اجمالية global، بمعنى أن عناصر الصورة تعدل بواسطة دالة تحويل مبنية على توزيع السويات الرمادية في الصورة بأكملها. في حين أن هذا الأسلوب الاجمالي ملائم من أجل تحسين اجمالي،

من الضروري غالبا تحسين التفاصيل ضمن مناطق صغيرة. ولأن عدد العناصر في هذه المناطق يمكن أن يكون له تأثير مهمل على حساب تحويل شامل، فان استعمال هذا النوع من التحويل لايضمن بالضرورة التحسين الموضعي المرغوب. الحل هو أن نستنبط دوال تحويل مبنية على توزيع السويات-الرمادية، أو خصائص أخرى، في جوار كل عنصر صورة في الصورة المعطاة.

ان تقنيات معالجة – الهيستوغرام التي طورت في القسمين السابقين قابلة للتكيف مع التحسين الموضعي. الاجراء هو أن نعرف جوارا أبعاده n×m ونحرك مركز هذه المساحة من عنصر صورة لآخر. في كل موضع، نحسب الهيستوغرام للـ n×m نقطة في الجوار ونحصل اما على دالة تحويل تسوية الهيستوغرام أو على دالة تحويل توصيف الهيستوغرام . هذه الدالة تستعمل في النهاية لتحويل map سوية عنصر الصورة الواقع في مركز الجوار. يحرك مركز المنطقة عندئذ الى موقع عنصر صورة مجاور ويعاد الاجراء. نظرا لأن عمودا واحد أو صفا واحدا فقط من الجوار يتغير خلال نقل المنطقة من عنصر لآخر، يمكن أن يحدَّث update الهيستوغرام الذي حصلنا عليه من الموقع السابق بالمعطيات الجديدة التي تظهر عند كل خطوة حركة. ان لهذا الأسلوب مزايا واضحة على طريقة الحساب المتكرر للهيستوغرام لجميع الـ n×m عنصر كل مرة تحرك فيها المنطقة بمقدار عنصر واحد. يوجد أسلوب آخر يستخدم غالبا لتخفيض زمن الحساب وهو استخدام مناطق غير متراكبة، ولكن هذا سينتج أثر رقعة الداما checker board effect غير المرغوب فيه.

مثال: الشكل 12.4 يبين توضيحا لتسوية الهيستوغرام الموضعي مع تحريك الجوار من عنصر الى عنصر. الجزء (a) من هذا الشكل يبين صورة قد غبشت قليلا لتخفيض محتواها من الضجيج (انظر القسم 1.3.4). الشكل 12.4(b) يبين نتيجة تسوية الهيستوغرام الاجمالي global. كما هي الحالة غالبا عندما تطبق هذه التقنية لتنعيم مناطق مشوبة بالضجيج، يبين الشكل 12.4(b) تحسينا هاما للضجيج، مع ازدياد بسيط في التباين. لكن لاحظ أنه لايوجد أية تفاصيل بنيوية أظهرت بهذه الطريقة. من جهة



الشكل 12.4 (a) صـورة أصـلية. (b) نتيجة تسوية الهيستوغرام الإجمالي. (c) نتيجة تسوية الهيستوغرام الموضـعي باستعمال جوار أبعاده 7×7 حول كل عنصـر (عن Fu, Gonzalez and Lee 1987).

أخرى، أظهر تحسين الهيستوغرام الموضعي باستعمال جوار قياسه 7×7 وجود المربعات الصغيرة داخل المربعات الأكبر العاتمة. لقد كانت المربعات الصغيرة قريبة جدا في سويتها الرمادية وصغيرة جدا بحيث لاتؤثر على تسوية الهيستوغرام الكلي بشكل هام. ومهم أن نلاحظ أيضا بنية الضجيج الأدق في الشكل 1.2.4(c) ، نتيجة للمعالجة الموضعية في جوارات صغيرة نسبيا.

قبل الانتقال من هذا القسم نشير الى أنه يمكن أن نبني تحسينا موضعيا على خصائص أخرى لشدات العناصر في جوار ما، بدلا من استعمال الهيستوغرامات. ان وسطي mean الشدة و تفاوتها variance (أو انحرافها المعياري standard deviation) هما خاصتان من هذه الخصائص التي تستعمل كثيرا بسبب صلتها الوثيقة مع مظهر الصورة. أي، الوسطي هو قياس لمتوسط اللمعان والتفاوت هو مقياس للتباين.

يوجد تحويل موضعي نموذجي مبني على هذه المفاهيم يحيل maps شدة صورة دخل $f(x, y)$ الى صورة جديدة $g(x, y)$ باجراء التحويل التالي عند موقع كل عنصر (x, y):

$$g(x, y) = A(x, y) \cdot [f(x, y) - m(x, y)] + m(x, y), \qquad (14-2.4)$$

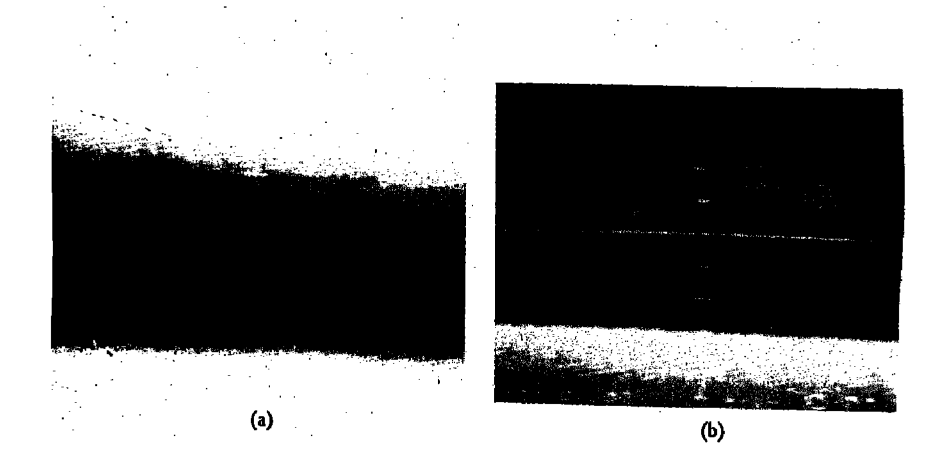
حيث

$$A(x, y) = k\frac{M}{\sigma(x, y)} \qquad 0 < k < 1. \qquad (15-2.4)$$

$m(x, y)$ و $\sigma(x, y)$ هما الوسطي و الانحراف المعياري للسوية الرمادية محسوبان في جوار مركزه في (x, y) و M هي الوسطي الاجمالي لـ $f(x, y)$ و k هو ثابت في المدى المشار إليه أعلاه.

من المهم أن نلاحظ أن A و m و σ هي كميات متحولة تعتمد على جوار لـ (x, y) محدد مسبقا. ان تطبيق عامل الربح الموضعي $A(x, y)$ على الفرق بين $f(x, y)$ و الوسطي الموضعي local mean يضخم التغيرات الموضعية. ولأن $A(x, y)$ تتناسب عكسا مع الانحراف المعياري للشدة، فان المناطق ذات التباين المنخفض تتلقى ربحا أكبر. لقد أعيدت اضافة الوسطي الى المعادلة (14-2.4) لاستعادة متوسط سوية شدة الصورة في المنطقة الموضعية. في الواقع العملي، يرغب غالبا باضافة جزء من الوسطي الموضعي وحصر تغيرات $A(x, y)$ بين الحدين (A_{max}, A_{min}) لموازنة انحرافات الشدة الكبيرة في المناطق المعزولة.

مثال: لقد تم تنفيذ أسلوب التحسين السابق بالكيان الصلب hardware من قبل نارينـدرا وفيتش Narendra and Fetch 1981 وكانت له المقدرة على معالجة الصور في الزمن الحقيقي (أي 30 اطار صورة/ثانية). الشكل 13.4 يبين مثالا لمقدرة هذه التقنية باستعمال منطقة موضعية من مرتبة 15×15 عنصر صورة.



(a) (b)

الشكل 13.4 صورة قبل وبعد التحسين الموضعي

(عن Narendra and Fetch 1981)

3.4 تنعيم الصورة Image Smoothing

تستعمل عمليات التنعيم في الأصل لاضعاف الآثار الزائفة التي يمكن أن تكون موجودة في الصورة الرقمية كنتيجة لنظام اعتيان رديء أو قناة اتصال رديئة. نهتم في هذا القسم بتقنيات التنعيم في كلا المجالين الحيزي والترددي.

1.3.4 توسيط الجوار Neighborhood Averaging

ان توسيط الجوار تقنية مجال – حيزي مباشرة لتنعيم الصورة. فاذا كان لدينا صورة $f(x, y)$ أبعادها N×N، فان اجراء التوسيط هو توليد صورة منعمة $g(x, y)$ يتم الحصول على سويتها الرمادية عند كل نقطة (x, y) بأخذ متوسط قيم السويات الرمادية لعناصر f المحتواة في جوار لـ (x, y) محدد مسبقا. بكلمات أخرى، يتم الحصول على الصورة المنعمة باستعمال العلاقة

$$g(x, y) = \frac{1}{M} \sum_{(n, m) \in S} f(n, m) \qquad (1-3.4)$$

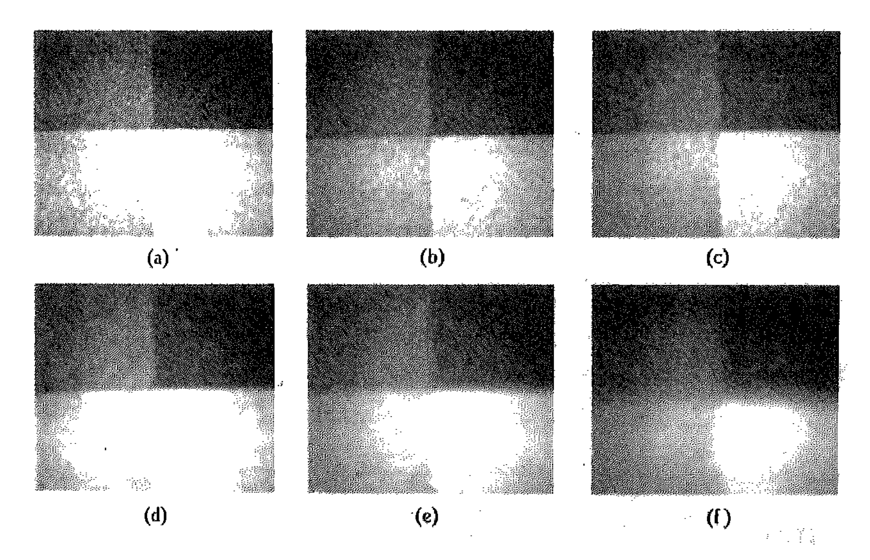
من أجل $x, y = 0,1,2,\ldots,N-1$ ان S هي مجموعة احداثيات النقاط الموجودة في جوار النقطة (x, y) ، بما فيها (x, y) نفسها، و M هي العدد الاجمالي للنقاط في الجوار. اذا استعمل جوار أبعاده 3×3 ، نلاحظ بمقارنة المعادلتين (3.4 – 1) و (1.4 – 3) أن المعادلة الأولى حالة خاصة من المعادلة الثانية فيها $w_i = 1/9$. طبعا، لسنا مقيدين بالجوارات المربعة في المعادلة (3.4 – 1)، ولكن حتى الآن هذه هي الجوارات الأكثر استعمالا بسبب سهولة تنفيذها.

مثال: الشكل 14.4 يوضـــح أثر التنعيم الناتج عن توسيط الجوار. الشكل 14.4(a) صـورة بسيطة فيها أربع سويات رمادية أفسدت بالضـجيج. الأشكال 14.4(b) حتى (f)هي نتائج معالجة الصـورة المشوبة بالضـجيج بجوارات قياسها n×n ، و n تساوي 3 و 5 و 9 و 15 و 31 ، على التوالي. يلاحظ أن درجة التغبيش تتناسب بشكل مطرد مع قياس الجوار المستعمل.

من أجل جوار معين، يمكن تخفيض أثر التغبيش الناتج عن توسيط الجوار و ذلك باجراء تعتيب thresholding، أي، بدلاً من استعمال المعادلة (3.4-1)، نشكل g(x,y) وفق المعيار التالي:

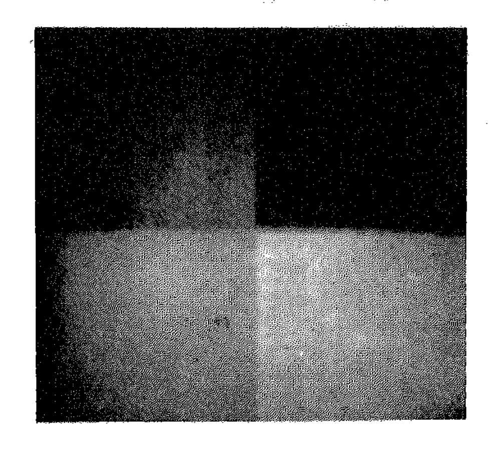
$$g(x,y)=\begin{cases}\frac{1}{M}\sum_{(m,n)\in S}f(m,n) & \text{if } \left|f(x,y)-\frac{1}{M}\sum_{(m,n)\in S}f(m,n)\right|>T\\ f(x,y) & \text{otherwise}\end{cases}\qquad(2-3.4)$$

حيث ان T هي عتبة محددة غير سالبة. ان الدافع لهذا الأسلوب هو تخفيض التغبيش بترك مناطق الصـورة ذات الاختلافات الكبيرة (مقارنة مع T) في السوية الرمادية بدون تغيير. عموما، نتوقع أن تقابل هذه الاختلافات الحواف، ولذلك فان استعمال المعادلة (3.4-2) سيخفض درجة تغبيش الحواف. أما المناطق الأخرى من الصـورة فتعالج كما شرحنا في السابق.



الشكل 14.4 مثال لتوسيط الجوار. (a) صورة مشوبة بالضجيج. (b) حتى (f)، صورة معالجة باستعمال المعادلة (3.4 – 1) بجوار قياسه n × n و n تأخذ القيم التالية 3 و 5 و 9 و 15 و 31، على التوالي.

مثال: الشكل 15.4 يبين نتيجة معالجة صورة الشكل 14.4(a) بالمعادلة (3.4 – 2). لقد استعمل في هذه الحالة جوار قياسه 9×9 و عتبة T=10. نلاحظ بمقارنة هذه النتيجة مع الشكل 14.4(d) أن الحدود بين المربعات الأربعة أكثر حدة في الشكل 15.4، على الرغم من أن تنعيما مكافئا قد تم الحصول عليه باستعمال عتبة.



الشكل 15.4 صورة منعمة تم الحصول عليها بمعالجة الشكل 14.4(d) بالمعادلة (3.4 – 2) باستعمال جوار 9×9 و عتبة T=10. قارن مع الشكل 14.4(d).

2.3.4 الترشيح الأوسطي Median Filtering

إن إحدى الصعوبات الرئيسة للطريقة التي نوقشت في القسم السابق هي أنها تغبش الحواف والتفاصيل الحادة الأخرى. على الرغم من أنه يمكن التغلب على هذه المشكلة باستعمال عتبة، فان اختيار هذه العتبة يعتمد الى حد كبير على التجربة والخطأ. ان استعمال المراشيح الأوسطية median filters هو أحد الأساليب البديلة التي نستبدل فيها السوية الرمادية لكل عنصر صورة بالقيمة الأوسطية للسويات الرمادية في جوار ذلك العنصر، بدلا من المتوسط. ان هذه الطريقة فعالة خصيصا عندما يتألف نمط الضجيج من مركبات قوية ذات نتوءات مدببة وحيث تكون الخواص التي يجب أن نحافظ عليها هي حدة الحواف.

تذكر أن أوسطي مجموعة قيم m يكون في وسطها، أي ان نصف هذه القيم أصغر من m والنصف الآخر أكبر من m، و لكي نجري الترشيح الأوسطي في جوار عنصر، نقوم أولا بفرز قيم العنصر وجيرانه، ونحدد أوسطيها و ننسب هذه القيمة الى العنصر. فعلى سبيل المثال، الأوسط في جوار أبعاده 3×3 هو خامس أكبر قيمة، وفي جوار أبعاده 5×5 ، هو القيمة الثالثة عشرة الأكبر، وهكذا. عندما تتساوى عدة قيم في نفس الجوار، نجمع جميع القيم المتساوية كمايلي: افترض أن جوارا أبعاده 3×3 فيه القيم التالية

(10 , 20 , 20 , 20 , 15 , 20 , 20 , 25 , 100). تفرز هذه القيم كمايلي:

(10, 15 , 20 , 20 , 20 , 20 , 20 , 25 , 100) ، مما يعطي حدا أوسطا مقداره 20. ان القليل من التفكير يظهر أن الوظيفة الرئيسة للترشيح الأوسطي هي اجبار النقاط التي لها شدات مميزة جدا، أن تكون أكثر شبها بجيرانها، وهكذا نحذف فعليا الشدات الحادة (الناتئة) التي تظهر معزولة في منطقة نافذة المرشاح.

مثال: الشكل 16.4(a) يبين صورة أصلية، والشكل 1604(b) يبين نفس الصورة ولكن 20٪ من العناصر قد أفسدت بضجيج "نبضي". ان نتيجة توسيط الجوار ضمن منطقة أبعادها 5×5 مبينة في الشكل 16.4(c) ونتيجة مرشاح أوسطي أبعاده 5×5 مبينة في الشكل 16.4(c). ان تفوق المرشاح الأوسطي على توسيط الجوار لايحتاج الى

شرح. ان النقاط اللامعة الباقية في الشكل 16.4(d) نتجت عن التركيز الكبير للضجيج عند تلك النقاط ممايؤدي إلى انحياز حساب الأوسط. ان المرور على الصورة مرتين أو ثلاثة بمرشاح أوسطي سيؤدي الى حذف هذه النقاط.



الشكل 16.4(a) صورة أصلية. (b) الصورة وقد أفسدت بضجيج نبضي. (c) نتيجة توسيط الجوار ضمن نافذة 5×5 . (d) نتيجة الترشيح الأوسطي ضمن نافذة 5×5

(باذن من Martin Connor, Texas Instruments Inc., Lewisville, Txt).

3.3.4 ترشيح التمرير المنخفض Lawpass Filtering

ان الحواف والانتقالات الحادة الأخرى (مثل الضجيج) في السويات الرمادية لصورة ما تشارك بشكل كبير في محتوى التردد العالي لتحويل فورييه لها. وينتج بالتالي أن التغبيش يمكن الحصول عليه عن طريق المجال الترددي بتخميد مدى محدد من مركبات التردد العالي في تحويل صورة ما.

من المعادلة (1.4-5) لدينا العلاقة

$$G(u, v) = H(u, v)F(u, v) \qquad (3-3.4)$$

حيث ان $F(u, v)$ هو تحويل الصورة التي نريد تنعيمها. المشكلة هي اختيار دالة $H(u, v)$ نعطي $G(u, v)$ بتخميد مركبات التردد العالي لـ$F(u, v)$. التحويل العكسي لـ $G(u, v)$ سيعطي عندئذ الصورة المنعمة المرغوبة$g(x, y)$. ولأن مركبات التردد العالي قد رشحت والمعلومات في مدى التردد المنخفض قد مررت بدون تخميد، فان هذه الطريقة تعرف بشكل شائع بترشيح التمرير المنخفض lawpass filtering. يشار الى الدالة $H(u, v)$ في هذا السياق بدالة تحويل المرشاح filter transfer function. سنناقش عدة أساليب لترشيح التمرير المنخفض في الفقرات التالية. في جميع الحالات، المراشيح هي دوال تؤثر على المركبات الحقيقية والتخيلية لتحويل فورييه للصورة بنفس الطريقة تماما. يشار الى هذا النوع من المراشيح بـ المراشيح عديمة انزياح الطور zero – phase – shift – filters لأنها لا تغير طور التحويل.

المرشاح المثالي Ideal Filter

إن مرشاح التمرير المنخفض المثالي ثنائي-الأبعاد (ILPF) هو مرشاح تحقق دالة تحويله العلاقة

$$H(u, v) = \begin{cases} 1 & \text{if } D(u, v) < D_0 \\ 0 & \text{if } D(u, v) > D_0 \end{cases} \qquad (4-3.4)$$

حيث ان D_0 كمية محددة غير سالبة و $D(u, v)$ هي المسافة من النقطة (u, v) الى مبدأ المستوي الترددي، أي

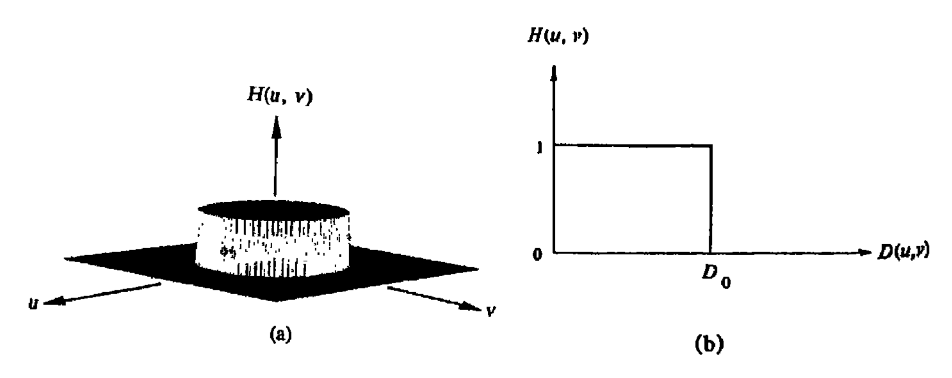
$$D(u, v) = \{u^2 + v^2\}^{1/2} \qquad (5-3.4)$$

الشكل 17.4(a) يبين رسما منظوريا ثلاثي– الأبعاد لـ $H(u, v)$ مقابل u و v. ان الاسم "مثالي" يأتي من حقيقة أن جميع الترددات داخل دائرة نصف قطرها D_0 تمرر بدون تخميد، في حين أن جميع الترددات خارج هذه الدائرة تخمد تماما.

ان مراشيح التمرير المنخفض المدروسة في هذا الفصل متناظرة نصف قطريا حول المبدأ. يكفي لهذا النوع من المراشيح تحديد مقطع عرضي يمتد كدالة للمسافة من المبدأ على طول خط نصف قطري، كما هو مبين في الشكل 17.4(b). بعدئذ، يمكن توليد دالة لتحويل المرشاح بتدوير المقطع العرضي 360 درجة حول المبدأ. ويجب أن يلاحظ أيضا أن مواصفات specification المراشيح المتناظرة نصف قطريا المركزة على مربع تردد أبعاده N×N مبنية على افتراض أن مبدأ تحويل فورييه قد مُركز على المربع، كما ناقشنا في القسم 2.3.3.

من أجل مرشاح التمرير المنخفض المثالي، تدعى غالبا نقطة الانتقال بين $H(u, v) = 1$ و $H(u, v) = 0$ تردد–القطع cut – off frequency . في حالة الشكل 17.4(b)، على سبيل المثال، تردد القطع هو D_0. مع دوران المقطع العرضي حول المبدأ، ترسم النقطة D_0 دائرة ونحصل على المحل الهندسي لترددات القطع التي تقع جميعها على مسافة D_0 من المبدأ. كما سنرى أدناه، ان مفهوم تردد– القطع مفيد جدا في تحديد خواص مرشاح معين ويخدم أيضا كقاعدة عامة لمقارنة سلوك أنواع مختلفة من المراشيح.

لايمكن عمليا تحقيق ترددات القطع الحادة لمرشاح التمرير المنخفض المثالي بواسطة العناصر الألكترونية، على الرغم من أنه يمكن بالطبع محاكاتها في الحاسوب. سنناقش أثر استعمال هذه المراشيح غير الفيزيائية على الصورة الرقمية بعد هذا المثال.



الشكل 17.4(a) رسم منظوري لدالة تحويل مرشاح ترددات منخفضة. (b) مقطع عرضي للمرشاح.

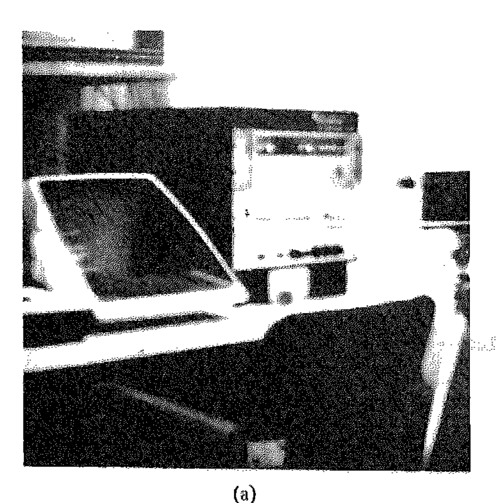
مثال: ستستعمل الصورة التي أبعادها 256×256 والمبينة في الشكل 18.4(a) لتوضيح جميع مراشيح التمرير المنخفض المناقشة في هذا القسم. ستتم مقارنة أداء هذه المراشيح باستخدام نفس المحلات الهندسية لترددالقطع. إن إحدى الطرق لتأسيس مجموعة من المحلات الهندسية المعيارية هي الدوائر التي تحصر كميات متنوعة من قدرة الاشارة الكلية P_T. يتم الحصول على هذه الكمية بجمع القدرة عند كل نقطة (u,v) من أجل u,v=.,1,2,...,N − 1، أي

$$P_T = \sum_{u=0}^{N-1} \sum_{v=0}^{N-1} P(u, v),$$

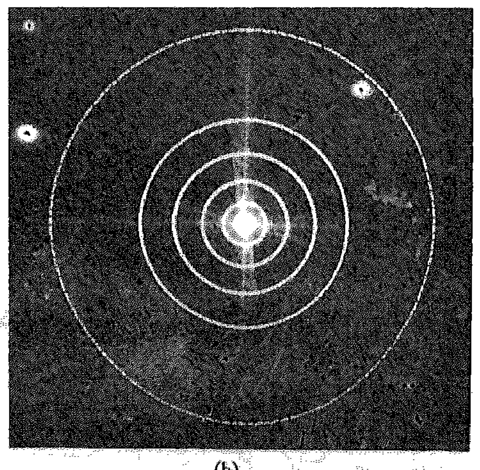
حيث ان $P(u, v)$ تعطى بالمعادلة (1.3 − 13). بافتراض أن التحويل قد تمت مركزته، فان دائرة بنصف قطر r ومبدؤها في مركز مربع التردد تحصر β بالمائة من القدرة أي

$$\beta = 100\left[\sum_u \sum_v P(u, v)/P_T\right]$$

والجمع يجرى على قيم (u, v) التي تقع داخل الدائرة أو على حدودها.



(a)

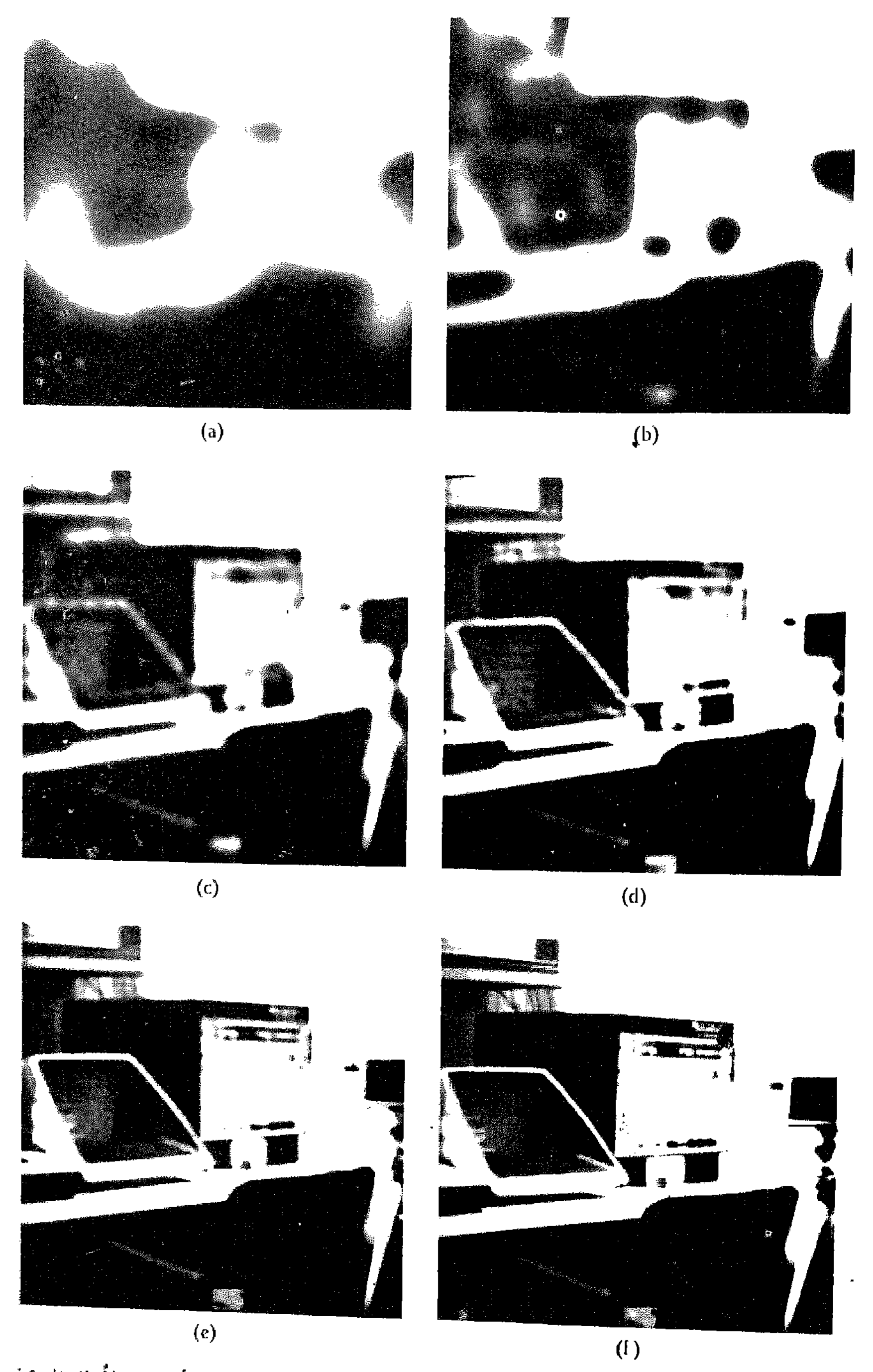


(b)

الشكل 18.4(a) صورة أبعادها 256×256 ، و (b) طيف فورييه لها. إن الدوائر المتراكبة (الموضعة فوق بعضها) والتي أنصاف أقطارها تساوي 5 و 11 و 22 و 36 و 53 و 98 تحصر على التوالي، 90 و 95 و 98 و 99 و 99.9 بالمائة من قدرة الصورة.

الشكل 18.4(b) يبين تحويل فورييه للشكل 18.4(a). ان الدوائر المتراكبة والتي أنصاف أقطارها 5 و 11 و 22 و 36 و 53 و 98 ، تحصر β بالمئة من القدرة من أجل β تساوي 90 و 95 و 98 و 99 و 99.5 و 99.9 ، على التوالي. يلاحظ أن طيف القدرة يتناقص نوعا ما بسرعة، و أن 90% من الطاقة الكلية محصورة بدائرة ذات نصف قطر صغير نسبيا يساوي 5. ولأننا نتعامل مع صورة أبعادها 256×256 وتحويل فورييه لها قد تمت مركزته، فان دائرة نصف قطرها (128)(√2) ستحصر 100% من الطاقة.

ان نتائج تطبيق مرشاح تمرير منخفض بترددات قطع عند أنصاف الأقطار المذكورة أعلاه، مبينة في الشكل 19.4. الجزء (a) من هذا الشكل عديم الفائدة من أجل جميع التطبيقات العملية. ان التغبيش الحاد في هذه الصورة دلالة واضحة عل أن معظم معلومات الحواف في الصورة محتواة ضمن العشرة بالمائة من الطاقة المزالة بواسطة المرشاح. بزيادة نصف قطر المرشاح، تنقص، طبعا، درجة التغبيش. ولكن من المهم أن نلاحظ أن جميع الصور المرشحة تتصف بذبذبات طفيلية متخامدة "ringing" كثيرة. هذه الظاهرة المشروحة أدناه بادية للعيان حتى في الشكل 19.4(f) حيث ان 0.1% فقط من الطاقة قد أزيل.



الشكل 19.4 نتائج تطبيق مراشيح التمرير المنخفض على الشكل 18.4(a). لقد استعملت أنصاف الأقطار المبينة في الشكل 18.4(b).

يمكن أن تشرح خاصتا الذبذبات الطفيلية المتخامدة والتغبيش لمرشاح التمرير المنخفض المثالي ILPF ببســاطة با للجوء الى نظرية الطي. نظرا لأن تحويلي فورييه للصــورة الأصلية والمغبشة يرتبطان ببعضـهما في المجال الترددي بالعلاقة

$$G(u, v) = H(u, v)F(u, v)$$

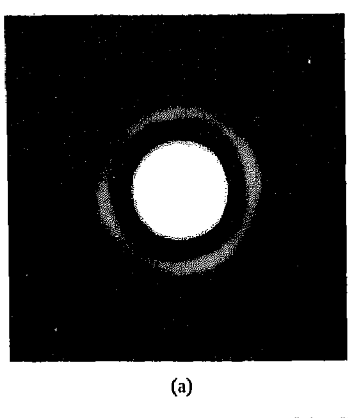
ينتج من هذه النظرية أن العلاقة التالية تصح في المجال الحيزي

$$g(x, y) = h(x, y)*f(x, y)$$

حيث ان $h(x, y)$ هي تحويل فورييه العكسي لدالة تحويل المرشاح $H(u, v)$. ان المفتاح لفهم التغبيش كعملية طي في المجال الحيزي يكمن في طبيعة $h(x, y)$ ان لـ $h(x, y)$ من أجل مرشاح مثالي ILPF الشكل العام المبين في الشكل* 20.4(a). افترض أن $f(x, y)$ صورة بسيطة مكونة من عنصري صورة لامعين على خلفية سوداء، كما هو مبين في الشكل 20.4(b). يمكن أن ننظر الى النقطتين اللامعتين كتقريب لنبضتين تعتمد شدتهما على لمعان هاتين النقطتين. عندئذ، طي $h(x, y)$ و $f(x, y)$ هو ببساطة عملية نسخ "copying" لـ $h(x, y)$ عند موضع كل نبضة، كما هو مبين في الشكل 20.4(c) ، كما شرحنا في القسم 8.3.3. تشرح نتيجة هذه العملية المبينة في الشكل 20.4(c) ، كيف تغبش النقطتان الأصليتان كنتيجة لطي $f(x, y)$ مع دالة التغبيش $h(x, y)$. توسع هذه المفاهيم الى صور أكثر تعقيدا وذلك باعتبار كل عنصر صورة نبضة تتناسب شدتها مع السوية الرمادية لعنصر الصورة.

يعتمد شكل $h(x, y)$ على نصف قطر دالة المرشاح في المجال الترددي. ويمكن بحساب التحويل العكسي لـ $H(u, v)$ من أجل مرشاح تمرير منخفض مثالي تبيان أن أنصاف أقطار الحلقات المتحدة المركز في $h(x, y)$ تتناسب عكسا مع قيمة D_0 في المعادلة (4-3.4). وهكذا يُنتج الترشيح الحاد في المجال الترددي (أي، اختيار D_0 صغيرة) عدداً صغيراً نسبياً من الحلقات الواسعة في المنطقة التي أبعادها N×N من

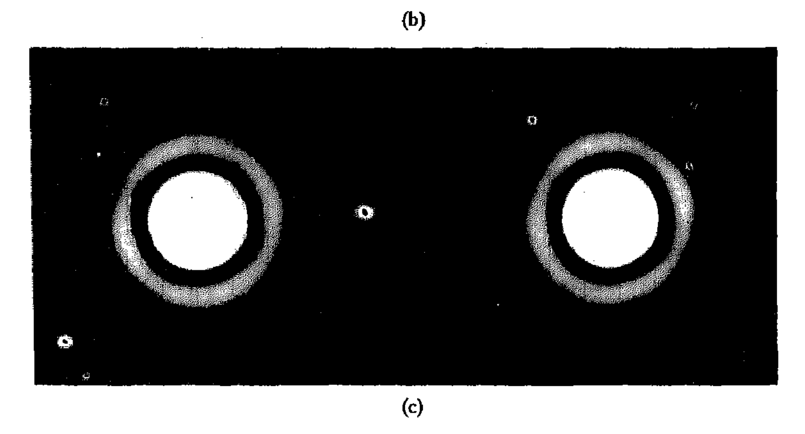
* يمكن أن يتحقق القارىء من هذا بأخذ تحويل فورييه العكسي للمعادلة (4-3.4).



(a)



(b)



(c)

الشكل 20.4 توضيح عملية التغبيش في المجال الحيزي. (a) دالة التغبيش h(x,y) لمرشاح تمرير منخفض مثالي.
(b)صورة بسيطة مكونة من نقطتين لامعتين. (c) طي h(x,y) و f(x,y).

$h(x, y)$، وبالتالي، تغبيشا واضحا في $g(x, y)$ ومع زيادة D_0 فإن عدد الحلقات في منطقة معينة يزداد، منتجا حلقات أقل تباعداً وبالتالي تغبيشا أقل. يمكن أن يلاحظ هذا الأثر بمقارنة الأشكال 19.4(d) و (e). إذا كانت D_0 خارج مجال الـ N×N لتعريف $F(u, v)$، فان $h(x, y)$ يصبح لها قيمة الوحدة unity في المنطقة الحيزية N×N التابعة لها ويكون طي $h(x, y)$ و $f(x, y)$ ببساطة $f(x, y)$. هذا الوضع يقابل بالطبع، عدم الترشيح اطلاقا. ان الأثر الحيزي للمراشيح المناقشة أدناه يمكن أن يشرح بطريقة مشابهة لتلك التي شرحنا بها المرشاح المثالي.

مرشاح بتروورث Betterworth Filter

تعرف دالة التحويل لمرشاح الترددات المنخفضة نوع بتروورث (BLPF) من الدرجة n و بمحل هندسي لترددات القطع على مسافة D_0 من المبدأ بالعلاقة التالية

(6−3.4)

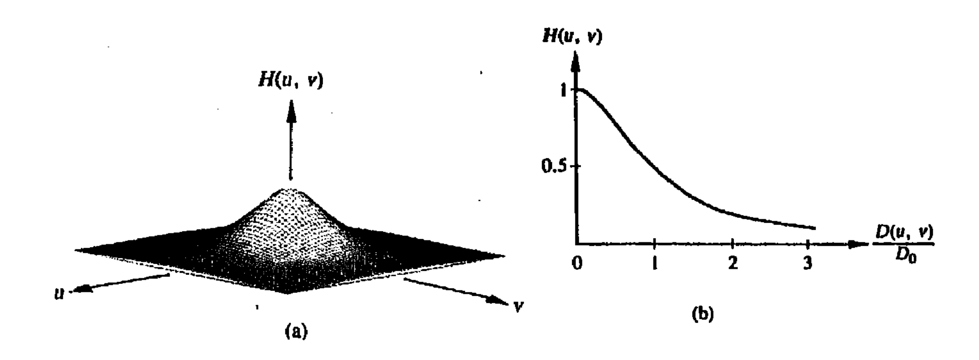
$$H(u, v) = \frac{1}{1 + \left[D(u, v)/D_0 \right]^{2n}}$$

حيث ان $D(u, v)$ تعطى بالمعادلة (5−3.4). يبين الشكل 21.4 رسما منظوريا ومقطعا عرضيا لدالة BLPF.

على خلاف ILPF، ليس لدالة تحويل مرشاح الترددات المنخفضة نوع بتروورث BLPF انقطاع حاد يشكل حدا فاصلا بين ترددات التمرير والقطع. من المعتاد من أجل مراشيح ذات توابع تحويل تدريجية smooth، أن نعرف محلا هندسيا لترددات القطع عند نقاط ينخفض عندها $H(u, v)$ الى جزء من قيمته العظمى. نجد في حالة المعادلة (6−3.4) أن H(u,v)=0.5 (منخفضا 50% عن قيمته العظمى) عندما تكون $D(u,v)=D_0$. وهناك نقطة أخرى تستعمل بشكل شائع وهي $1/\sqrt{2}$ من القيمة العظمى لـ H(u,v). يعطي التعديل البسيط التالي للمعادلة (6−3.4) القيمة المرغوبة عندما تكون $D(u,v)=D_0$.

$$H(u,v) = \frac{1}{1+[\sqrt{2}-1][D(u,v)/D_0]^{2n}} \quad (7-3.4)$$

$$= \frac{1}{1+0.414[D(u,v)/D_0]^{2n}}$$

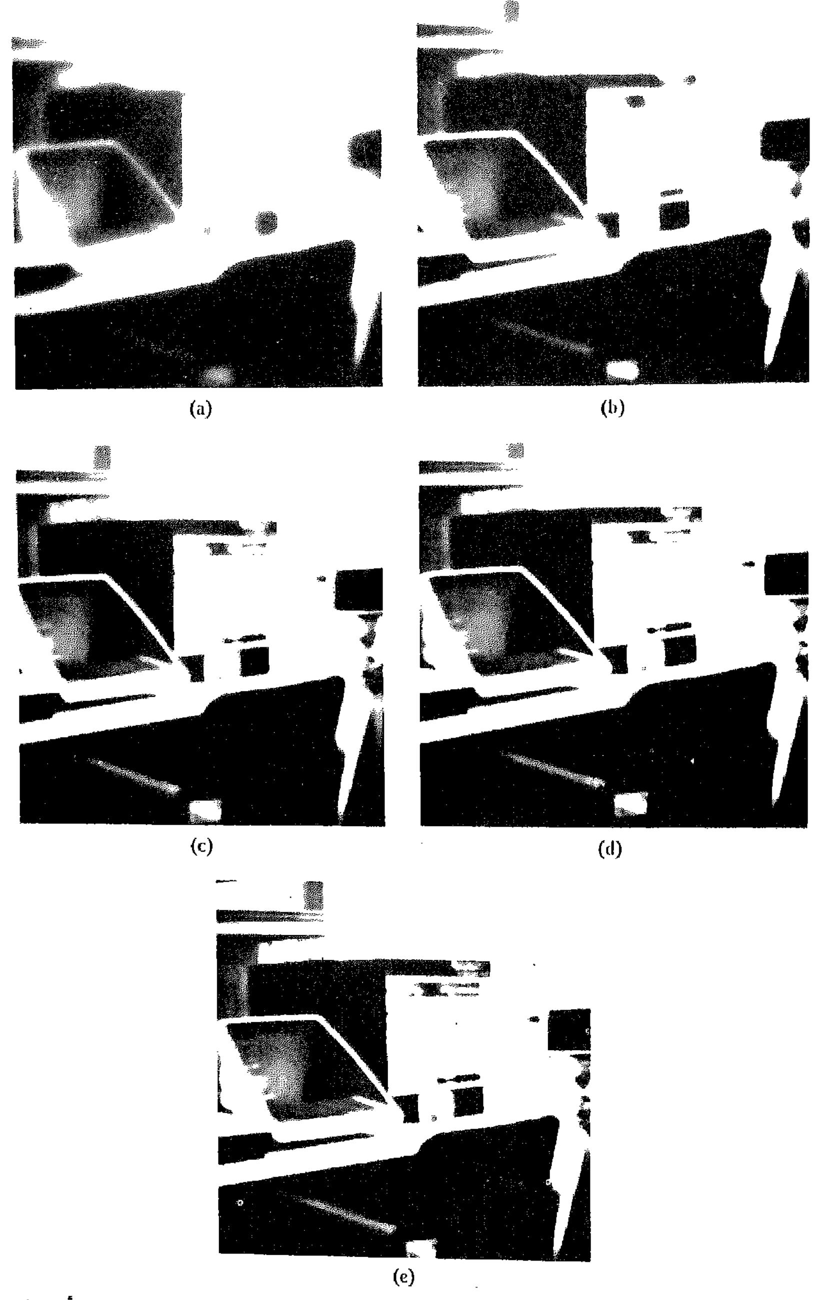


الشكل 21.4 مرشاح الترددات المنخفضة نوع بتروورث.
(b) مقاطع عرضية نصف قطرية من أجل n=1.

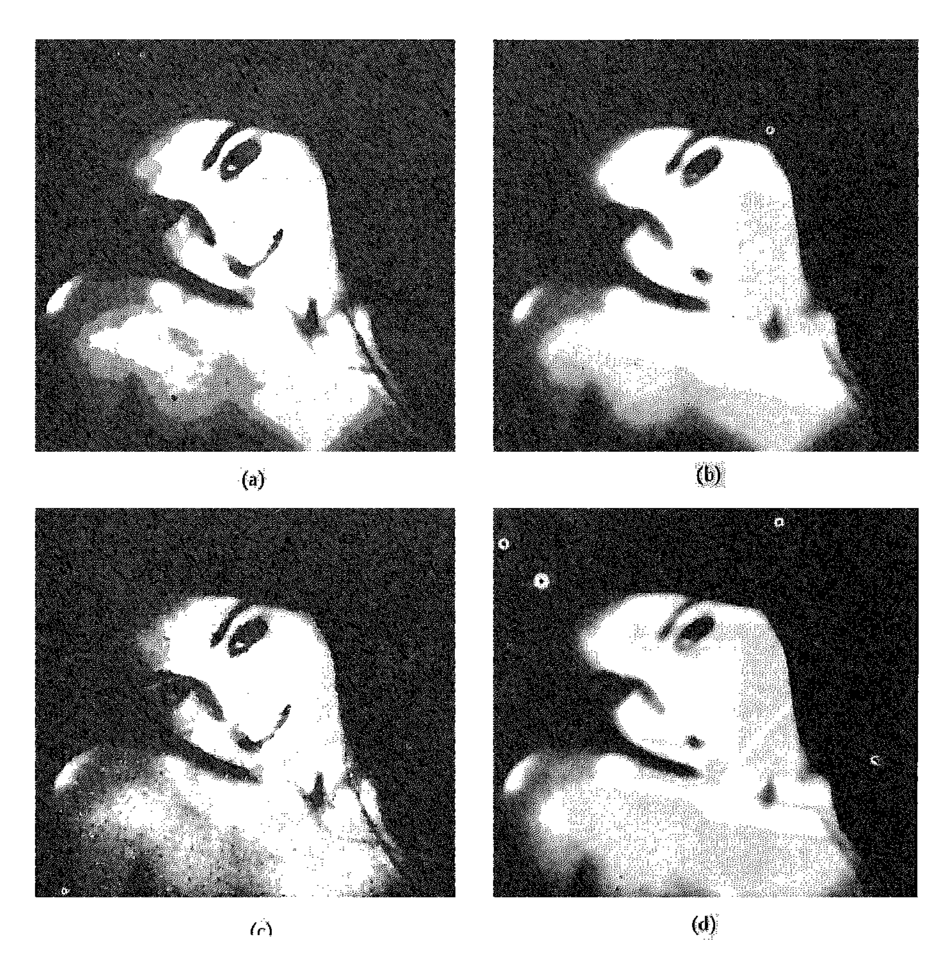
مثال: يبين الشكل 22.4 نتائج تطبيق مراشيح تمرير منخفض نوع بتروورث (المعادلة 3.4 – 7) على الشكل 18.4(a) ، في حالة n=1 و D_0 تساوي أنصاف الأقطار الخمسة الأولى في الشكل 18.4(b). لاحظ أن هذه الأشكال أقل تغبيشا من النتائج المقابلة والتي حصل عليها بتطبيق مرشاح التمرير المنخفض المثالي بشكل واضح. السبب هو أن الذيل "tail" في الـ BLPF يمرر كمية عالية الى حد ما من معلومات التردد العالي حافظا بهذا كمّاً أكبر من محتوى الحواف في الصورة. ومن المهم أيضا أن نلاحظ أنه لاتوجد ذبذبات طفيلية متخامدة no – ringing في أي من الصور المعالجة باستخدام الـ BLPF، وهذه الحقيقة تعزى الى الانتقال التدريجي (الناعم) للمرشاح بين الترددات العالية والمنخفضة.

كما أشرنا في القسم 1.4 ، لقد تم الحصول على جميع نتائج الترشيح المعروضة في هذا القسم بالحساب المباشر لـ FFT بدون توسيع الصور لتجنب خطأ التغليف wraparound. كما هو مبين في الشكل 22.4(e) ، هذا الخطأ ليس ملفتا للانتباه لأن الصورة أساسا بنفس نوعية الصورة الأصلية، على الرغم من حقيقة أن الطي قد تم مع مرشاح عريض. ان سبب هذا هو أن طيف $f(x, y)$ ينخفض بسرعة، و 90% من طاقة الاشارة محتواة في دائرة نصف قطرها 5. لذلك فان مطال $F(u, v)$ صغير نسبيا على جزء كبير من مستوي التردد، وهذه القيم الصغيرة تخمد خطأ التغليف الذي يسببه التراكب في أدوار الطي. ان هذا السلوك نموذجي في الواقع العملي وغالبا ما يسمح لنا باهمال الخطأ الناتج في الطي المتقطع عندما لاتتحقق قيود الدورية المفروضة بالمعادلتين $(3.3-33)$ و $(3.3-34)$.

مثال: ان نتائج ترشيح التمريرالمنخفض التي أوردناها كانت حتى الآن لصور ذات نوعية جيدة لتوضيح ومقارنة أثر المراشيح المناقشة في هذا القسم. الشكل 23.4 يبين تطبيقين عمليين لترشيح التمرير المنخفض لتنعيم الصورة. لقد رقمنت الصورةالمبينة في الشكل 23.4(a)بست عشرة سوية رمادية فقط، ونتيجة لذلك، تظهر فيها كمية هامة من الكفافات contours الزائفة. الشكل 23.4(b) هو نتيجة تنعيم هذه الصور بمرشح بتروورث للتمرير منخفض من الدرجة 1. بشكل مشابه، يبين الشكل 23.4(d) أثر تطبيق مرشاح BLPF على الصورة المشوبة بالضجيج في الشكل 23.4(c). يلاحظ من هذه الأمثلة أن الترشيح المنخفض عملية تجميلية تخفض الآثار الزائفة على حساب حدة تفاصيل الصورة.



الشكل 22.4 نتائج تطبيق مراشيح بتروورث للترددات المنخفضة على الشكل 18.4(b). لقد استعملت أنصاف الأقطار الخمسة الأولى المبينة في الشكل 18.4(b).



الشكل 23.4 مثالان لتنعيم الصـورة باستخدام ترشيح الترددات المنخفضة (انظر النص)

4.3.4 توسيط صـور متعددة Averaging of Multiple Images

خذ بالاعتبار صـورة مشوبة بالضـجيج $g(x, y)$ مشكلة باضـافة ضـجيج $\eta(x, y)$ الى الصـورة الأصـلية $f(x, y)$، أي

$$g(x, y) = f(x, y) + \eta(x, y) \qquad (8-3.4)$$

حيث يفترض أن الضـجيج عند كل زوج من الاحداثيات (x, y) غير مترابط وأن له قيمة متوسطة تساوي الصـفر. ان الهدف من الاجراء التالي هو الحصـول على نتيجة منعمة بجمع مجموعة محددة من الصـور المشوبة بالضـجيج $\{g_i(x, y)\}$.

اذا حقق الضـــجيج الشرطين اللذين وضـــعناهما للتو، تكون مسـألة بسيطة (مثـلا، انظر Papoulis 1965) أن نبين أنه اذا شكلت الصــورة $\bar{g}(x, y)$ بتوسيط M صـورة مختلفة مشوبة بالضجيج،

$$\bar{g}(x, y) = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^{M} g_i(x, y) \tag{9-3.4}$$

ينتج عندئذ أن

$$E\{\bar{g}(x, y)\} = f(x, y) \tag{10-3.4}$$

و

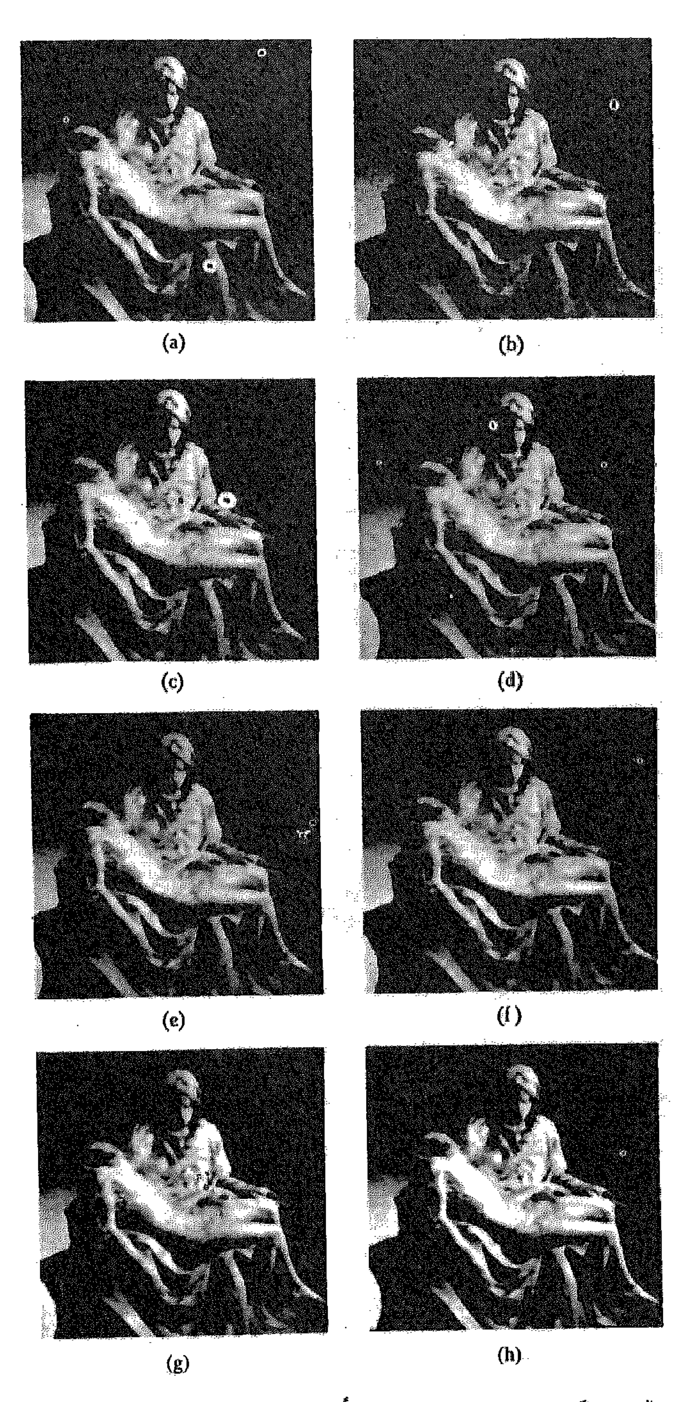
$$\sigma^2_{\bar{g}(x,y)} = \frac{1}{M} \sigma^2_{\eta(x,y)} \tag{11-3.4}$$

حيث ان $E\{\bar{g}(x, y)\}$ هي القــيـــمــــة المتـــوقعـــة لـ $\bar{g}$ و $\sigma^2_{\bar{g}(x,y)}$ و $\sigma^2_{\eta(x,y)}$ هما اختلافات. g variances و η، والجميع عند الاحداثيات (x, y).يعطى الانحراف المعياري عند أية نقطة من الصـورة المتوسطة average image بالعلاقة

$$\sigma_{\bar{g}(x,y)} = \frac{1}{\sqrt{M}} \sigma_{\eta(x,y)} \, . \tag{12-3.4}$$

تدل المعـادلتان (3.4 - 11) و (3.4 - 12) على أن تغير قيم عنصـر الصـــورة يتناقص مع زيادة M. ولأن $E\{g(x,y)\}=f(x, y)$ ، ستقارب $\bar{g}(x, y)$ الصورة $f(x, y)$ مع زيادة عدد الصــور المشوبة بالضــجيج المستعملة في عملية التوسيط. في الواقع العملي، تكمن الصعوبة الرئيسة في استعمال هذه الطريقة في المقدرة على تسجيل الصــور بحيث تتوضــع عناصـر الصـور المتماثلة فوق بعضـها تماما.

مثال: كتوضـيح لطريقة التوسيط، تأمل الصـور المبينة في الشكل 24.4. الجزء (a) من هذا الشكل يبين صـورة أصــلية، والجزء (b) هو نفس الصـورة بعد أن أفسد كل عنصـر بضـجيج غوصـي جمعي additive Gausian noise بوسطي يساوي الصـفر وانحراف معياري يساوي 20 . نظراً لأن القيم السالبة للعنصـر غير مسموح بها فان أية $\bar{g}(x, y)$ سالبة بنتيجة اضـافة الضـجيج قد استبدلت بـ $\bar{g}(x, y)$. بهذا المعنى، يمكن



الشكل 24.4 التنعيم بمراكبة صور متعددة. (a) صورة أصلية. (b) صورة مشوبة بالضجيج، (c) حتى (h) نتائج حصل عليها بتوسيط 2 و 5 و 10 و 25 و 50 و 100 نسخة، على التوالي.

أن يعد الضـــجيج غوصيا بشكل تقريبي فقط. لم يكن التسجيل مشكلة في هذه الحالة لأن جميع الصور المشوبة بالضجيج كانت قد ولدت من نفس المصدر.

تبين الأشكال 24.4(c) حتى (h) نتائج استعمال M تساوي 2 و 5 و 10 و 25 و 50 و 100 ، على التوالي، في عملية التوسيط المعطاة في المعادلة (3.4-9). يوجد فرق صغير ملحوظ بين الصورة الأصلية المشوبة بالضجيج والصورة المكونة من مجموع عينتين. ولكن عندما تصبح M=5 ، يصبح التخفيض في الضجيج واضحا تماما. ان نفس الشيء صحيح عندما تصبح M=10. ، على الرغم من أن بعض المناطق المشوبة بالضجيج ماتزال ماثلة للعيان (قارن، على سبيل المثال، حواف كم الثوب والساق الأقرب الى الجانب الأيمن من الأشكال 24.4(a) و (e). لقد أعطى توسيط 25 نسخة (الشكل 24.4(f)) صورة، على الأغلب، من نفس نوعية ووضوح الصورة الأصلية. ان القليل من الضجيج مايزال ملحوظا في مناطق مثل الكم والساق المذكورتين أعلاه؛ ولكن يصعب التفريق بين الصورتين بالملاحظة العارضة. ان النتائج من أجل M=50. و M=100 هي بنفس نوعية الصورة الأصلية ومن أجل جميع الأغراض.

4.4 زيادة حدة تفاصيل الصورة Image Sharpening

ان تقنيات زيادة حدة التفاصيل مفيدة في الأصل كأدوات لابراز الحواف في الصورة. باتباع نفس الشكل العام الذي اتبعناه في القسم 3.4. سنعرض أدناه طرق زيادة حدة تفاصيل الصورة في كل من المجالين الحيزي والترددي.

1.4.4 زيادة حدة التفاصيل بالتفاضل

Sharpening by Differentiation

لقد نوهنا في القسم 3.4 الى أن توسيط عناصر الصورة ضمن منطقة ما يؤدي الى تغبيش التفاصيل في الصورة المعالجة. ولأن التوسيط شبيه بالتكامل، فمن الطبيعي أن نتوقع أن يكون للتفاضل الأثر المعاكس وبالتالي سيزيد حدة تفاصيل الصورة المعالجة.

ان أكثر طرق التفاضــــل شيوعا في تطبيقات معالجة الصــورة هي التدرج gradient. فاذا كان لدينا دالة $f(x, y)$ يعرف تدرج f عند الاحداثيين (x, y) بالمتجه

$$G[f(x,y)] = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} \\ \frac{\partial f}{\partial y} \end{bmatrix} \qquad (1-4.4)$$

توجد خاصـــتـان هامتـان للتدرج هما: 1- يشـير المتجه $G[f(x, y)]$ باتجاه المعدل الأعظمي لتزايد الدالة $f(x, y)$، و 2- ان مطال $G[f(x,y)]$، مشارا اليه بـ $G[f(x,y)]$ و معطى بالعلاقة التالية

$$G[f(x,y)] = \text{mag}[G] = \left[(\partial f/\partial x)^2 + (\partial f/\partial y)^2\right]^{1/2} \qquad (2-4.4)$$

يساوي المعدل الأعظمي لتزايد $f(x, y)$ بوحدة المسافة في اتجاه G.

ان المعادلة (2-4.4) هي الأساس لعدد من أساليب مفاضـلة الصـورة. يلاحظ أن هذه الصـيغة في شكل دالة اشتقاق ثنائية - الأبعاد وهي دوما موجبة. في الواقع العملي، يشار الى الدالة اللااتجاهية $G[f(x, y)]$ بتدرج f. سيستعمل هذا الاصـطلاح خلال المنـاقشــة التـالية لنتجنب الاشـارة بشكل مستمر الى $G[f(x, y)]$ بـ "مطال التدرج". ولكن يجب أن لايغيب عن ذهن القارىء الفرق الأسـاس بين المعادلتين (1-4.4) و (2-4.4).

من أجل الصـورة الرقمية، تقرب المشتقات في المعادلة (2-4.4) الى الفروق. ويعطى أحد التقريبات النموذجية بالعلاقة

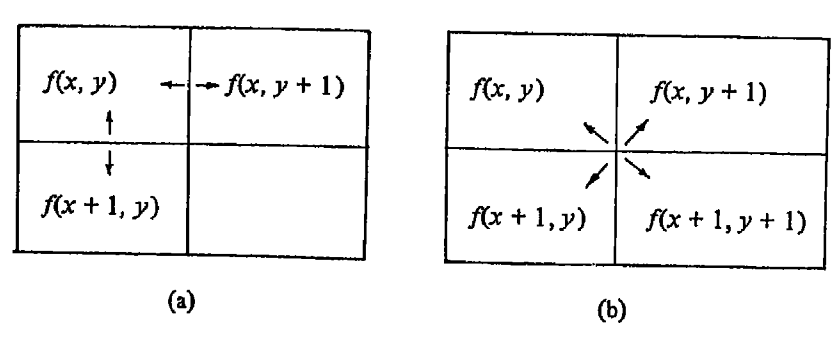
$$G[f(x,y)] \cong \left[[f(x,y) - f(x+1,y)]^2 + [f(x,y) - f(x,y+1)]^2 \right]^{1/2} \qquad (3-4.4)$$

يتم الحصول على نتائج مشابهة باستعمال القيم المطلقة، كمايلي:

$$G[f(x,y)] \cong |f(x,y) - f(x+1,y)| + |f(x,y) - f(x,y+1)| \quad (4-4.4)$$

ان هذا التشكيل مرغوب أكثر من أجل تنفيذ حساب التدرج بواسطة الحاسوب. وهو أسهل أيضا للبرمجة بلغة التجميع assembly language اذا كانت سرعة الحساب مطلب أساسي.

إن العلاقة بين عناصر الصورة في المعادلتين (4.4-3) و (4.4-4) مبينة في الشكل 25.4(a). لاحظ أنه من أجل صورة أبعادها N×N لايمكن أخذ تدرج عناصر الصورة في الصف الأخير (x=N) أو في العمود الأخير (y=N). اذا كانت صورة تدرج قياسها N×N مطلوبة، فان أحد الاجراءات الذي يمكن أن تتبع من أجل هذه المناطق هو تكرار التدرجات التي نحصل عليها في السطر السابق عندما تكون x=N و في العمود السابق عندما تكون y=N.



الشكل 25.4 اجراءان لحساب تدرج متقطع ثنائي-الأبعاد.

ان الترتيب المذكور أعلاه لتقريب التدرج ليس فريدا باي شكل من الأشكال. ان أحد التقريبات الأخرى المفيدة، والذي يدعى أحيانا تدرج روبرت Robert's gradient، يستعمل الفروق المتصالبة المبينة في الشكل 25.4(b). يعطى هذا التقريب

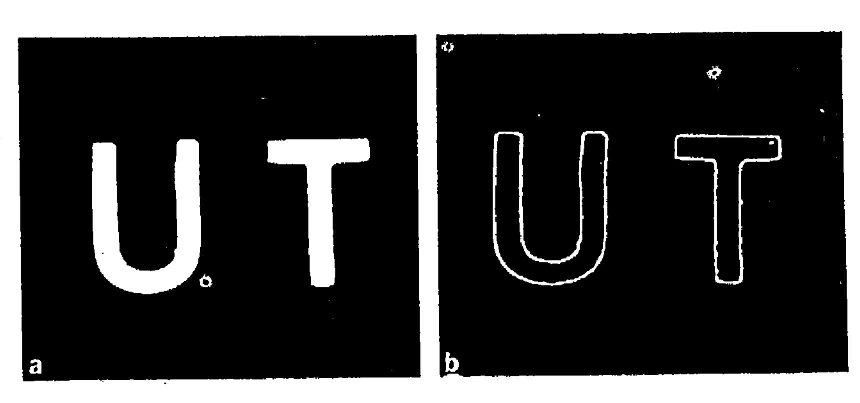
بالعلاقة التالية

$$G[f(x,y)] = \left[\left[f(x,y) - f(x+1,y+1)\right]^2 + \left[f(x+1,y) - f(x,y+1)\right]^2\right]^{1/2} \qquad (5-4.4)$$

أو، باستعمال القيم المطلقة،

$$G[f(x,y)] \approx |f(x,y) - f(x+1,y+1)| + |f(x+1,y) - f(x,y+1)| \qquad (6-4.4)$$

لاحظ أن التدرج يتناسب في جميع التقريبات المعطاة أعلاه مع الفرق في السوية الرمادية بين العناصر المتجاورة. وهكذا، كما توقعنا، يأخذ قيما عالية من أجل الحواف في الصورة، وقيما صغيرة نسبيا في المناطق المتجانسة smooth نسبيا، و لا يأخذ قيمة الصفر الا في المناطق التي لها سوية رمادية ثابتة. ان خصائص التدرج هذه موضحة في الشكل 26.4. الصورة الرقمية المبينة في الشكل 26.4(a) مكونة من سويتين. كما هو مبين في الشكل 26.4(b) ، تخفض عملية التدرج (حيث استعملت المعادلة (4-4.4) جميع المناطق البيضاء الثابتة الى الصفر (الأسود) تاركة النقاط المصاحبة لتغيرات حادة في السوية الرمادية فقط (في هذه الحالة، حدود الحواف والبقعة الصغيرة في القسم اليميني العلوي من الحرف T).



الشكل 26.4(a) صورة ثنائية. (b) نتيجة حساب التدرج.

بعد أن يتم اختيار طريقة لتقريب التدرج، توجد طرق عديدة لاستعمال النتائج، لتوليد صورة التدرج $g(x, y)$.ان أبسط أسلوب هو أن نجعل قيمة g عند الاحداثيين (x, y) تساوي تدرج f عند تلك النقطة أي،

$$g(x, y) = G[f(x, y)] \qquad (7-4.4)$$

ان السيئة الرئيسة لهذه الطريقة هي أن جميع المناطق المتجانسة smooth في $f(x, y)$ تظهر عاتمة في $g(x, y)$ بسبب قيم التدرج الصغيرة نسبيا في هذه المناطق.
ان أحد الحلول لهذه المسألة يكون بتشكيل $g(x, y)$ كمايلي:

$$g(x, y) = \begin{cases} G[f(x, y)] & \text{if } G[f(x, y)] \geqslant T \\ f(x, y) & \text{otherwise} \end{cases} \qquad (8-4.4)$$

حيث ان T عتبة غير سالبة. باختيار T بشكل صحيح، يمكن التأكيد على الحواف الهامة بدون اتلاف خواص الخلفيات المتجانسة smooth. نعطي فيما يلي تغييرا لهذا الأسلوب باعطاء الحواف سوية رمادية محددة:

$$g(x, y) = \begin{cases} L_G & \text{if } G[f(x, y)] \geqslant T \\ f(x, y) & \text{otherwise} \end{cases} \qquad (9-4.4)$$

يرغب أحيانا بدراسة تغير السوية الرمادية للحواف بدون التداخل مع الخلفية. يمكن أن ينجز هذا بتشكيل تدرج الصورة كمايلي:

$$g(x, y) = \begin{cases} G[f(x, y)] & \text{if } G[f(x, y)] \geqslant T \\ L_B & \text{otherwise} \end{cases} \qquad (10-4.4)$$

حيث ان L_B هي سوية محددة للخلفية background.
أخيرا، اذا كان يهمنا موضع الحواف فقط، فان العلاقة التالية

$$g(x, y) = \begin{cases} L_G & \text{if } G[f(x, y)] \geqslant T \\ L_B & \text{otherwise} \end{cases} \qquad (11-4.4)$$

تعطي صــــورة تدرج ثنـائية حيث تبين فيها الحواف والخلفية بأية سويتين رماديتين محددتين.

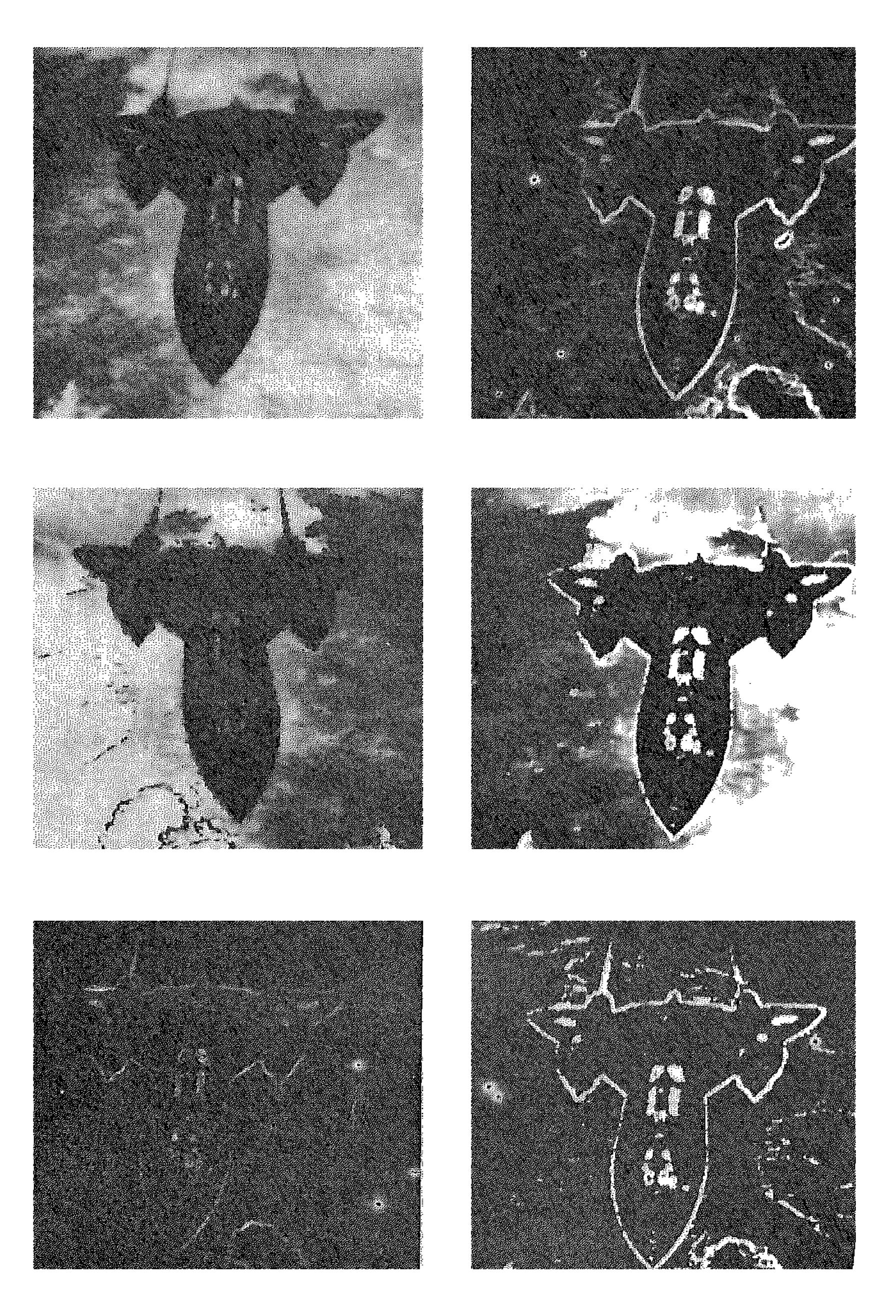
مثال: ان أنواع تحسين الحواف التي يمكن الحصـول عليها باستعمال المعادلة (4.4 – 4) والمعادلات (4.4 – 7) حتى (4.4 – 11)، موضـحة في الشكل 27.4. يبين الجزء (a) من الشكل صـورة أصـلية بتعقيد معتدل. الشكل 27.4(b) هو نتيجة استعمال برنامج التدرج المعطى بالمعادلة (4.4 – 7). لاحظ أن كمية هامة من الأجزاء الصـغيرة ظهرت في الصـورة الناتجة، وأن أقوى الشدات intensites تحدث حول حدود الطائرة. هذه نتيجة متوقعة لأن اتساع التدرج يتناسب مع التغيرات في السويات الرمادية ويجب أن يكون أكثر بروزا في مناطق الصـورةالتي تحتوي على حواف مميزة.

لقد تم الحصـول على الشكل 27.4(c) باستعمال المعادلة (4.4 – 8) مع قيمة العتبة T=25 ، التي هي 10% من قيمة السويةالرمادية العظمى في الصـورة الأصـلية تقريبا. تظهر قيم التدرج ظلالا رمادية عاتمة لأنها أظهرت على خلفية الصورة الفاتحة نسبيا. ان النقاط الهامة التي يجب أن نلاحظها على هذا الشكل هي أن الحواف البارزة فقط قد حددت outlined بنتيجة استخدام العتبة، وأن الخلفية أيضـا لم تمح بشكل كامل.

الشكـل 27.4(d) هو نتيجـة استعمال المعادلة (4.4 – 9) مع العتبة T=25 و L_G=255.حيث ان L_G هي السـوية الأكثر لمعـانا الممكنـة في النظام الذي استعمل لاظهار النتائج. يلاحظ أن الشكلين 27.4(c) و (d) هما نفس الشيء، باستثناء أن نقاط التدرج التي تزيد على العتبة هي أكثر وضـوحا بكثير في الصـورة الثانية.

الشكل 27(e) تم الحصـول عليه باستعمال المعادلة (4.4 – 10) مع نفس قيمة العتبة المذكورة أعلاه وسوية الخلفية L_B=0 ، الذي هو أعتم سوية ممكنة الاظهار. ان الاستعمال الرئيس لهذا الأسلوب الخاص هو تفحص الشدة النسبية لنقاط التدرج التي تزيد عن عتبة محددة. في هذه الحالة، نرى أن معالم outline الطائرة والسحابة قرب أسفل الصـورة بارزين تماما بالسبة للأقسام الأخرى في الصـورة.

أخيرا، تم الحصول على الشكل 27.4(f) باستخدام المعادلة (4.4 – 11) مع قيمة العتبة T=25 و L_G=255 و L_B=0. هذه المعادلة مفيدة في اظهار نقاط التدرج فوق عتبة محددة، فقط.



الشكل 27.4 توضيح لتحسين الحواف بتقنيات التدرج.

2.4.4 ترشيح الترددات العالية Highpass Filtering

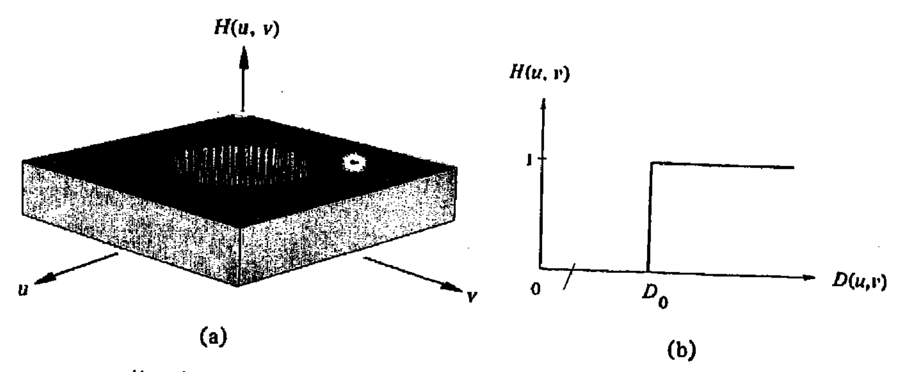
لقد بينا في القسم 3.3.4 أن الصورة يمكن أن تغبش بتخميد مركبات التردد العالي في تحويل فورييه لها. ونظرا لأن الحواف والتغيرات الحادة في السويات الرمادية مصاحبة لمركبات التردد العالي، يمكن الحصول على زيادة حدة تفاصيل الصورة في المجال الترددي بعملية ترشيح التمرير العالي highpass filtering التي تخمد مركبات التردد المنخفض دون ارباك معلومات التردد العالي في تحويل فورييه. نهتم فيما يلي بمراشيح تمرير التردد–العالي المتممة لتلك التي طورت في القسم 3.3.4. كما في السابق، سنهتم بالمراشيح عديمة انزياح – الطور المتناظرة نصف – قطريا و التي يمكن أن تحدد بشكل كامل بمقطع عرضي يمتد كدالة للمسافة من مبدأ تحويل فورييه.

المرشاح المثالي

ان مرشاح الترددات العالية ثنائي – الأبعاد المثالي (IHPF) هو مرشاح تحقق دالة تحويله العلاقة التالية

$$H(u,v)=\begin{cases}0 & \text{if } D(u,v) < D_0\\ 1 & \text{if } D(u,v) > D_0\end{cases} \qquad (12-4.4)$$

حيث ان D_0 هي مسافة القطع مقيسة من مبدأ مستوي التردد، و $D(u, v)$ تعطى بالعلاقة (3.4 – 5). يبين الشكل 28.4 رسما منظوريا ومقطعا عرضيا لدالة تحويل هذا المرشاح. يلاحظ أن هذا المرشاح هو تماما عكس مرشاح التمرير المنخفض المثالي الذي ناقشناه في القسم 3.4.4 لأنه يخمد تماما جميع الترددات الواقعة داخل دائرة نصف قطرها D_0 في حين يمرر بدون تخميد جميع الترددات الواقعة خارج الدائرة. كما في حالة مرشاح الترددات المنخفضة المثالي، الـ IHPF غير قابل للتحقيق فيزيائيا.



الشكل 28.4 رسم منظوري ومقطع عرضي نصف قطري لمرشاح ترددات عالية مثالي.

مرشاح بتروورث

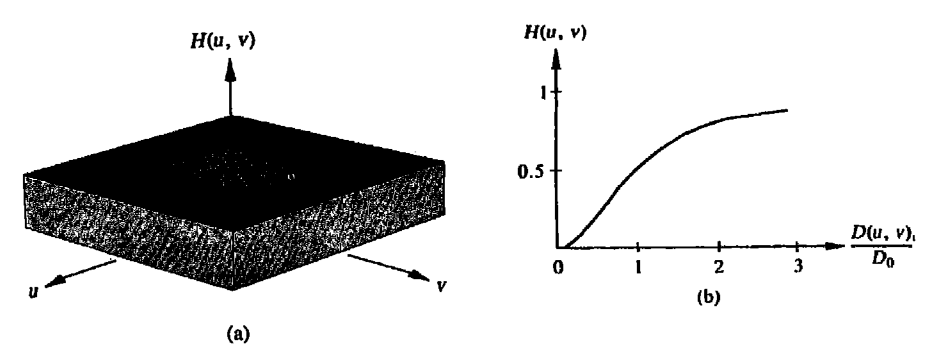
تعرف دالة التحويل لمرشـاح الترددات العـالية نوع بتروورث (BHPF) من الدرجة n وبمحل هندسي لترددات القطع على مسافة D_0 من المبدأ، بالعلاقة

$$H(u, v) = \frac{1}{1 + [D_0 / D(u, v)]^{2n}} \qquad (13-4.4)$$

حيث ان $D(u, v)$ تعطى بالعلاقة (3.4 – 5). يبين الشكل 29.4 رسما منظوريا ومقطعا عرضيا لدالة تحويل الـ BHPF.

لاحظ أن $H(u, v)$ ينخفض الى نصــف قيمتــه العظمى عنـدمـا تكـون $D(u,v) = D_0$. كما في حالة مرشـاح التمرير المنخفض نوع بتروورث، من الشـائع عمليا اختيـار المحل الهندسي لترددات القطع عند النقاط التي ينخفض عندها $H(u, v)$ الى القيمة $1/\sqrt{2}$ من قيمته العظمى. تعدل المعادلة (4.4 – 13) ببساطة لتحقق هذا الشرط باستعمال تغيير المقياس التالي:

$$\begin{aligned} H(u, v) &= \frac{1}{1 + [\sqrt{2} - 1][D_0 / D(u, v)]^{2n}} \\ &= \frac{1}{1 + 0.414[D_0 / D(u, v)]^{2n}} \end{aligned} \qquad (14-4.4)$$



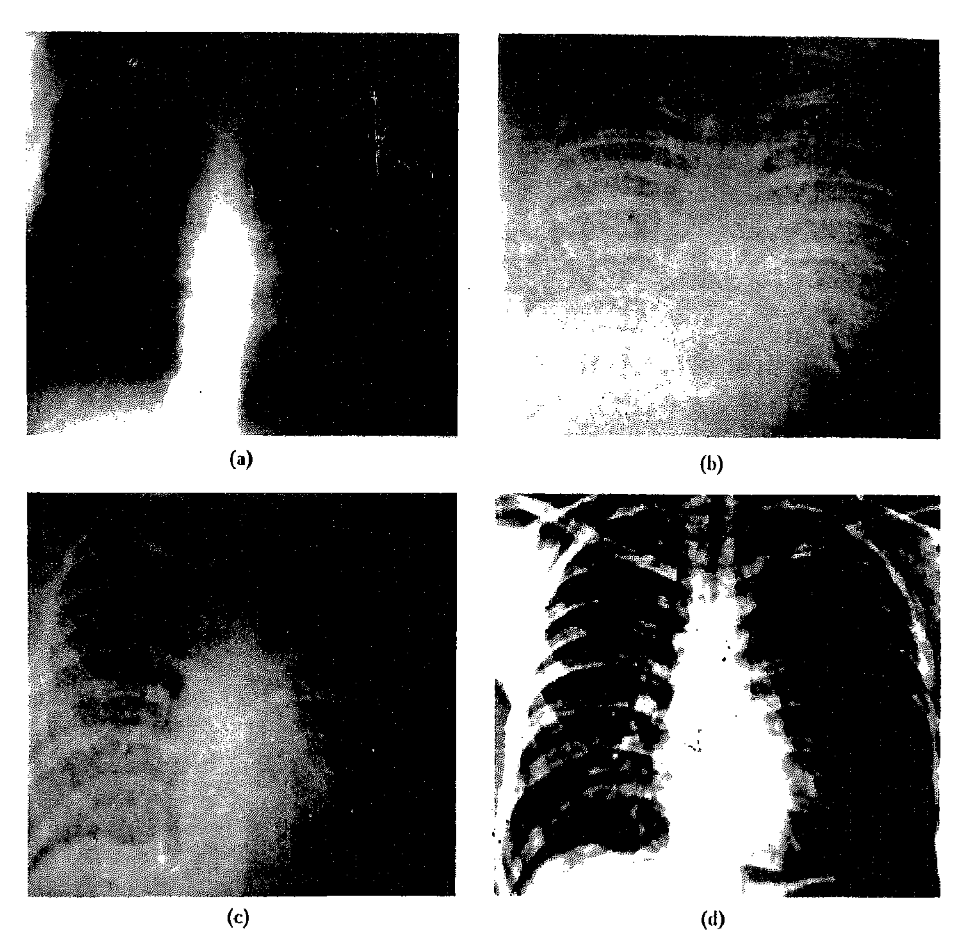
الشكل 29.4 رسم منظوري ومقطع عرضي نصف قطري لمرشاح ترددات عالية نوع بتروورث من الدرجة n=1.

مثال: يبين الشكل 30.4 (a) صورة صدر مأخوذة بالأشعة السينية (أشعة X) وهذه الصور قد أظهرت developed بشكل رديء، ويبين الشكل 30.4 (b) الصورة بعد أن عولجت بمرشاح تمرير عال نوع بتروورث من الدرجة 1. الحواف هي البارزة فقط لأن مركبات التردد المنخفض خمدت بشكل حاد، وهذا مايجعل المناطق ذات السوية الرمادية المختلفة (ولكن ناعمة) تبدو متماثلة جوهريا.

توجد تقنية تستعمل عادة لتخفيف هذه المشكلة، تتكون من اضافة ثابت لدالة تحويل مرشاح التمرير العالي للحفاظ على مركبات التردد المنخفض وهذه الاضافة تضخم طبعا مركبات التردد – العالي الى قيم أعلى منها في الصورة الأصلية. هذه التقنية التي تدعى "التأكيد على التردد العالي" high frequency emphasis موضحة في الشكل 30.4 (c) لاحظ أن للصورة في هذه الحالة تناسق سويات رمادية أفضل بقليل، وبشكل خاص في الجزء الأيسر الأسفل من الصورة.

على الرغم من أن التأكيد على التردد–العالي يحفظ مركبات التردد المنخفض، تميل مركبات terms التردد العالي، الأكبر تناسبيا الى حجب النتيجة، كما هو مبين في الربح البسيط في النوعية من الشكل 30.4 (b) الى الشكل 30.4 (c). ان احدى التقنيات للتعويض عن هذه المشكلة هي اجراء بعض المعالجة بالترشيح اللاحق post – processing، لاعادة توزيع السويات الرمادية. ان تسوية الهيستوغرام ملائمة

بشكل مثالي لهذا الغرض بسبب بساطتها. يبين الشكل 30.4 (d) التحسن الهام الذي يمكن الحصول عليه بتسوية هيستوغرام صورة عولجت بالتأكيد على التردد العالي.



الشكل 30.4 مثال لترشيح التمرير العالي. (a) صورة أصلية. (b) صورة عولجت بمرشاح ترددات عالية نوع بترورث. (c) نتيجة التأكيد علىالترددات العالية. (d) التأكيد على الترددات العالية وتسويةالهيستوغرام (عن Hall et al. 1971)

5.4 تحسين مبني على نموذج صورة

يمكن أن يستعمل نموذج انعكاسية – الانارة الذي قدمناه في القسم 2.2 كأساس لاجراءٍ في المجال – الترددي مفيد في تحسين مظهر صورة ما بضغط مدى اللمعان وتحسين التباين بآن واحد. لدينا من المناقشة المعروضة في القسم 2.2 أنه يمكن التعبير عن صورة $f(x,y)$ بدلالة مركبات اضاءتها وانعكاسيتها بالعلاقة التالية

$$f(x, y) = i(x, y)r(x, y) \qquad (1-5.4)$$

لايمكن استخدام المعادلة (5.4 – 1) للعمل مباشرة على مركبات الاضاءة والانعكاسية الترددية لأن تحويل فورييه لجداء دالتين غير قابل للفصل، بكلمات أخرى،

$$\mathfrak{F}\{f(x, y)\} \neq \mathfrak{F}\{i(x, y)\}\mathfrak{F}\{r(x, y)\}$$

ولكن افترض أننا نجعل

$$\begin{aligned} z(x, y) &= \ln f(x, y) \\ &= \ln i(x, y) + \ln r(x, y) \end{aligned} \qquad (2-5.4)$$

عندئذ ينتج أن

$$\begin{aligned} \mathfrak{F}\{z(x, y)\} &= \mathfrak{F}\{\ln f(x, y)\} \\ &= \mathfrak{F}\{\ln i(x, y)\} + \mathfrak{F}\{\ln r(x, y)\} \end{aligned} \qquad (3-5.4)$$

أو

$$Z(u, v) = I(u, v) + R(u, v) \qquad (4-5.4)$$

حيث ان $I(u, v)$ و $R(u, v)$ هما تحويلي فورييه لـ $[i(x, y)]$ و $[r(x, y)]$ على التوالي.

اذا عالجنا $Z(u, v)$ بواسطة دالة مرشاح $H(u, v)$، ينتج من المعادلة (1.4-2) أن

$$S(u, v) = H(u, v)Z(u, v) = H(u, v)I(u, v) + H(u, v)R(u, v) \quad (5-5.4)$$

حيث ان $S(u, v)$ هو تحويل فوريه للنتيجة. في المجال الحيزي، لدينا العلاقة التالية

$$s(x, y) = \mathcal{F}^{-1}\{S(u, v)\} = \mathcal{F}^{-1}\{H(u, v)I(u, v)\} + \mathcal{F}^{-1}\{H(u, v)R(u, v)\} \quad (6-5.4)$$

بجعل

$$i'(x, y) = \mathcal{F}^{-1}\{H(u, v)I(u, v)\} \quad (7-5.4)$$

و

$$r'(x, y) = \mathcal{F}^{-1}\{H(u, v)R(u, v)\} \quad (8-5.4)$$

يمكن أن نعبر عن المعادلة (5.4-6) بالشكل التالي

$$s(x, y) = i'(x, y) + r'(x, y) \quad (9-5.4)$$

أخيرا، لأن $z(x, y)$ شكلت بأخذ لغاريتم الصورة الأصلية $f(x, y)$، نجري الآن العملية المعاكسة للحصول على الصورة المحسنة المطلوبة $g(x, y)$، أي،

$$g(x, y) = \exp\{s(x, y)\} = \exp\{i'(x, y)\} \cdot \exp\{r'(x, y)\} = i_0(x, y)r_0(x, y) \quad (10-5.4)$$

حيث إن

$$i_0(x, y) = \exp\{i'(x, y)\} \quad (11-5.4)$$

و

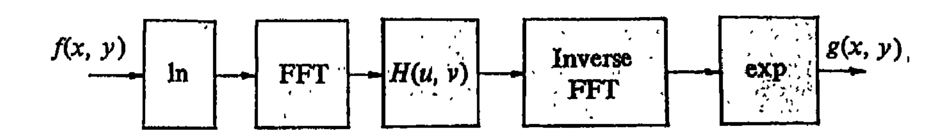
$$r_0(x, y) = \exp\{r'(x, y)\} \quad (12-5.4)$$

هما مركبتي الانارة والانعكاسية لصورة الخرج.

ان أسلوب التحسين الذي يستعمل المفاهيم السابقة ملخص في الشكل 31.4. هذه الطريقة مبنيةٌ على حالة خاصة لصنف من الأنظمة المعروفة بـ "الأنظمة الهومومورفية" (الهومومورفية هي دالة بين نظامين جبريين من نفس النوع الذي يحفظ العمليات الجبرية). ان المفتاح لهذه الطريقة في هذا التطبيق الخاص هو حقيقة أن الفصل مركبتي الاضاءة والانعكاسية يتم بالشكل المبين في المعادلة (5.4-4). يمكن عندئذ لدالة مرشاح هومومورفي homomorphic filter function $H(u, v)$ أن يعمل على هذه المركبات بشكل منفصل، كما أشرنا في المعادلة (5.4-5).

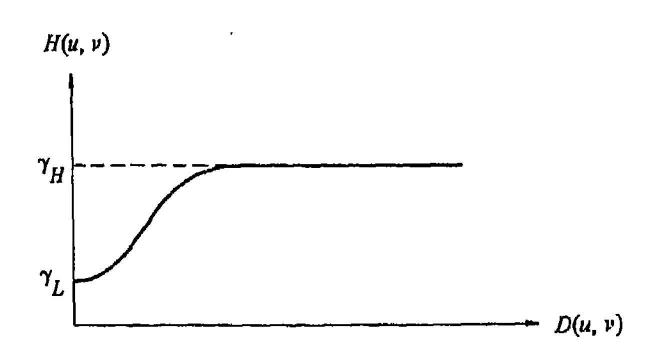
تتميز مركبة الانارة لصورة ما بتغيرات حيزية بطيئة. أما مركبة الانعكاسية، من جهة أخرى، فتميل الى التغير بشكل حاد، خصيصا على ملتقى أشكال مختلفة كثيرا. هذه الخواص تقودنا الى ربط الترددات المنخفضة لتحويل فوريه للوغاريتم صورة ما بالانارة، والترددات العالية بالانعكاسية. يمكن أن يستفاد من هذا الأمر في تحسين الصورة، على الرغم من أنه تقريب أولي.

ان الانارة مسؤولة مباشرة عن المدى الديناميكي الذي تحدده عناصر صورة ما. بشكل مشابه، التباين هو دالة للطبيعة الانعكاسية للأجسام (الأشكال) الموجودة في الصورة. يمكن تحقيق زيادة جيدة في التحكم بهاتين المركبتين باستعمال المرشاح الهومورفي. يتطلب هذا تحديد دالة مرشاح $H(u, v)$ تؤثر على مركبات التردد العالي والمنخفض لتحويل فورييه بطرق مختلفة. يبين الشكل 32.4 مقطعا عرضيا لمثل هذه الدالة. يتم الحصول على تحديد كامل بتدوير المقطع العرضي 360 درجة حول المحور العمودي. اذا اختيرت المعلمتان γ_L و γ_H بحيث ان $\gamma_L < 1$ و $\gamma_H > 1$ ، فان دالة



الشكل 31.4 أسلوب الترشيح الهومومورفي لتحسين الصورة.

المرشـاح المبينة في الشكل 32.4 ستميل الى تنقيص الترددات المنخفضـة وتضـخيم الترددات العالية. ان النتيجة الصـافية هي ضـغط المدى الديناميكي وتحسين التباين في آن واحد.



الشكل 32.4 مقطع عرضي لدالة مرشاح متناظر دائريا للاستعمال في الترشيح الهومورفي. D(u,v) هي المسافة من المبدأ.

مثال: الشكل 33.4 هو مثال نموذجي للنتائج التي يمكن الحصول عليها بدالة المرشاح الهومورفي المبينة في الشكل 32.4. نلاحظ في الصـورة الأصـلية المبينة في الشكل 33.4(a) أن التفـاصـيـل داخل الغرفة محجوبة من قبـل التـألق النـاتج عن الجدران الخارجية. يبين الشكل 33.4(b) نتيجة معالجة هذه الصورة بترشيح هومورفي حيث ان $\gamma_L = 0.5$ و $\gamma_H = 2.0$ في دالة المرشاح المبينة أعلاه. ان تخفيض المدى الديناميكي للّمعـان مع ازدياد في التبـاين أظهرا تفـاصـيـل الأشياء الموجودة داخل الغرفة ووازن سويات الجدار الخارجي.

6.4 توليد نوافذ حيزية من مواصفات المجال الترددي

Generation of Spatial Windows from Frequency Domain Specifications

كما أشرنا في القسم 1.4، السرعة وبساطة التنفيذ خاصـتان هامتان للنوافذ الحيزية من أجل معالجة الصـورة. ومن جهة أخرى، فان دوال ترشيح معينة (مثل ترشيح التمرير

المنخفض) توصف بشكل أكثر ملاءمة في المجال الترددي. نطور في هذا القسم طريقة لتـوليـد نـوافـذ حـيزيـة تقـرّب (بمفـهـوم تـربيـع الأخطــاء الأصــــغـري least – square – error)مرشاح مجال ترددي معين.

كما ناقشنا في القسم 1.4 ، تبنى عملية الترشيح في المجال الترددي على المعادلة التالية

$$G(u, v) = H(u, v)F(u, v), \qquad (1-6.4)$$

حيث ان $F(u, v)$ و $G(u, v)$ هما تحويلي فورييه لصـورتي الدخل والخرج، على التوالي، و $H(u, v)$ هي دالة تحويل المرشاح. نحن نعرف من نظرية الطي (القسم8.3.3) أن المعادلة (1 – 6.4) يمكن أن تنفذ في المجال الحيزي بالعبارة الرياضـية التالية

$$g(x, y) = \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{k=0}^{N-1} h(x-i, y-k)f(i, k) \qquad (2-6.4)$$

حيث تأخذ x و y القيم التالية x=0,1,2,...,N – 1 و y=0,1,2,....,N – 1. من أجل تبسيط التعابير الرياضـية، يفترض أننا نتعامل مع مصـفوفات صـور مربعة. ويفهم ا أيضـا أن الدوال قد وسعت بشكل صـحيح كما ناقشنا في القسم 8.3.3 ، تحت عنوان الطي.

في المعادلة (2 – 6.4)، h هي التمثيل الحيزي للمرشاح (أي تحويل فورييه العكسي لـ $H(u, v)$ و f هي صـورة الدخل و g هي الصـورة المرشحة. نشير أحيانا لـ h بـ "نافذة الطي الحيزي" spatial convolution window. اذا كانت هذه النافذة بقياس N×N ، فان النتيجة المعطاة في المعادلة (2 – 6.4) مماثلة لأخذ تحويل فورييه العكسي لـ $G(u, v)$ في المعادلة (1 – 6.4).

لأن H هي تحويل فورييه لـ h، ينتج من المعادلة (9 – 2.3) أن

$$H(u, v) = \frac{1}{N} \sum_{x=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{N-1} h(x, y) \exp[-j2\pi(ux + vy)/N] \qquad (3-6.4)$$

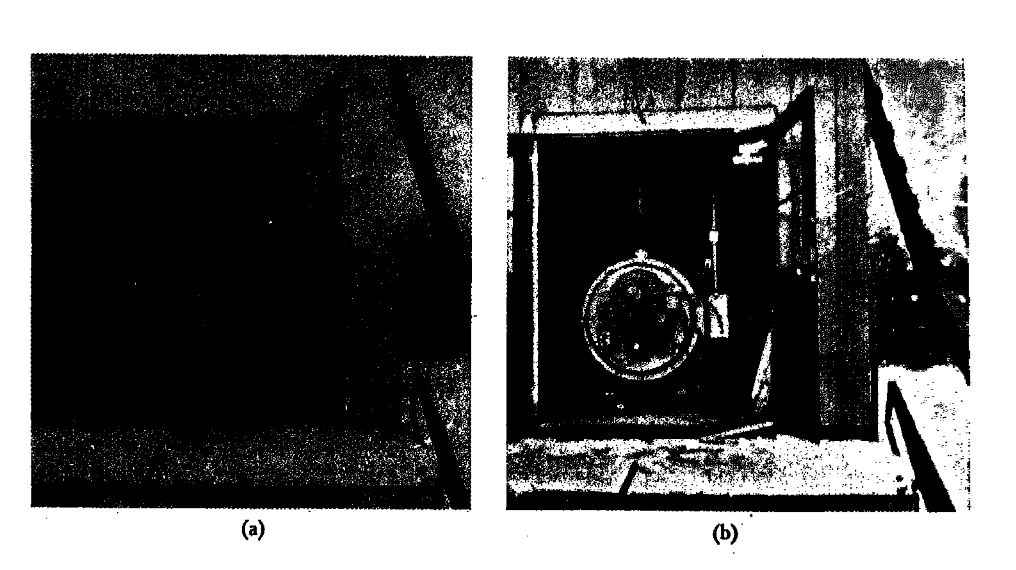
من أجل $u,v=0,1,2,\ldots,N-1$. ولكن افترض أننا نقيد $h(x, y)$ باعطائها القيمة صفر من أجل القيم $x>n$ و $y>n$ مع $n<N$. ان أثر هذا هو انشاء نافذة طي h أبعادها $n\times n$ لها تحويل فورييه التالي

$$\hat{H}(u, v) = \frac{1}{N}\sum_{x=0}^{n-1}\sum_{y=0}^{n-1}\hat{h}(x, y)\exp[-j2\pi(ux+vy)/N] \quad (4-6.4)$$

من أجل $u,v=0,1,2,\ldots,N-1$. ان الهدف في المناقشة التالية هو ايجاد معاملات $\hat{h}(x, y)$ بحيث ان كمية الخطأ

$$e^2 = \sum_{u=0}^{N-1}\sum_{v=0}^{N-1}|\hat{H}(u, v) - H(u, v)|^2 \quad (5-6.4)$$

تخفض إلى الحد الأدنى، حيث ان |.| تشير إلى المطال العقدي.



(a) (b)

الشكل 33.4(a) صورة أصلية. (b) صورة عولجت بالترشيح الهومومورفي للحصول على ضغط المجال الديناميكي وتحسين التباين، في آن واحد. (عن Stockham 1972).

يمكن التعبير عن المعادلة (4 − 6.4) بالصيغة المصفوفية التالية.

$$\hat{\mathbf{H}} = \mathbf{C}\hat{\mathbf{h}}, \qquad (6-6.4)$$

حيث ان $\hat{\mathbf{H}}$ هو متجه عمود من الدرجة N^2 يحتوي حدود $\hat{H}(u, v)$ بترتيب ما، و $\hat{\mathbf{h}}$ هو متجه عمود من الدرجة n^2 يحتوي عناصر $\hat{h}(x, y)$ بترتيب ما، و C هي مصفوفة أبعادها $n^2 \times N^2$ بحدود أسية مواقعها محددة بالترتيب في $\hat{\mathbf{H}}$ و $\hat{\mathbf{h}}$. ان الاجراء التالي هو اجراء بسيط لتوليد العناصر H(i) ، i=0,1,2,...,N1 للمتجه $\hat{\mathbf{H}}$ من $\hat{H}(u, v)$:

$$\hat{H}(u, v) \Rightarrow \hat{\mathbf{H}}(i) \qquad (7-6.4)$$

من أجل i=uN+v و u,v=0,1,2,...,N − 1. يلاحظ أن التنقل بين صفوف $\hat{H}(u, v)$ بجعل u=0, v=0,1,2,...,N − 1 ، و u=1, v=0,1,2,...,N − 1 . وهكذا، يقابل تشكيل الـ N عنصر الأوائل من $\hat{\mathbf{H}}$ من الصف الأول من $\hat{H}(u, v)$ ، والـ N عنصر التالية من الصف الثاني، وهكذا. تشكل عناصر $\hat{\mathbf{h}}$ مشارا اليها بـ $\hat{h}(k)$ ، $k = 0, 1, 2, \ldots, n^2 - 1$ بشكل مشابه بجعل

$$\hat{h}(x, y) \Rightarrow \hat{h}(k) \qquad (8-6.4)$$

من أجل k=xn+y و x,y=0,1,2,...,n − 1. أخيرا، تولد العناصر المقابلة من المصفوفة c، مشارا اليها بـ C(i,k) ، من الحدود الأسية

$$\frac{1}{N}\exp[-j2\pi(ux + vy)/N] \Rightarrow C(i, k) \qquad (9-6.4)$$

من أجل i=uN+v و k=xn+y ، حيث ان u,v=0,1,2,...,N − 1 و x,y=0,1,2,...,N − 1.

باستعمال رموز المصفوفات، يمكن كتابة المعادلة (6 − 5.4) بالشكل التالي

$$\begin{aligned} e^2 &= (\hat{\mathbf{H}} - \mathbf{H})^*(\hat{\mathbf{H}} - \mathbf{H}) \\ &= \|\hat{\mathbf{H}} - \mathbf{H}\|^2 \\ &= \|\mathbf{C}\hat{\mathbf{h}} - \mathbf{H}\|^2, \end{aligned} \qquad (10-6.4)$$

حيث ان * هو منقـول المـترافق transpose و ‖.‖ هي المقدار الأوكليدي العقدي complex Euclidean norm و H متجه شكّل من $H(u, v)$ بالطريقة المذكورة أعلاه. نوجد القيمة الدنيا لـ e^2 بالنسبة لـ $\hat{\mathbf{h}}$ بأخذ المشتق الجزئي ومساواته بمتجه الصـفر:

$$\frac{\partial e^2}{\partial \hat{\mathbf{h}}} = 2\mathbf{C}^*(\mathbf{C}\hat{\mathbf{h}} - \mathbf{H}) = 0 \qquad (11-6.4)$$

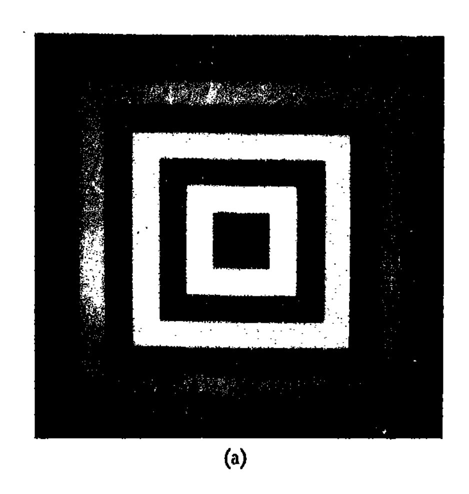
أو

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{h}} &= (\mathbf{C}^*\mathbf{C})^{-1}\mathbf{C}^*\mathbf{H} \\ &= \mathbf{C}^{\#}\mathbf{H} \end{aligned} \qquad (12-6.4)$$

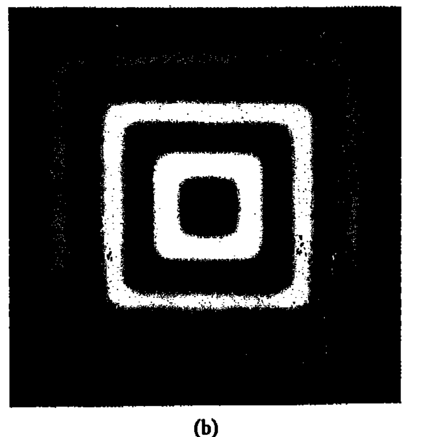
حيث ان المصـــفوفة $\mathbf{C}^{\#} = (\mathbf{C}^*\mathbf{C})^{-1}\mathbf{C}$ تدعى غالبا معكوس مور– بنزوز المعمم Moore – Penrose generalized inverse [Noble 1969].

تعطي المعادلة (12 – 6.4) معاملات الخطأ الأصـغري minimum – error – cooefficients الضـرورية لبناء نافذة طي $\hat{h}(x, y)$ أبعادها n×n من دالة مرشاح $H(u, v)$ موصوف في المجال الترددي وأبعاده N×N. بشكل عام، عناصـر $\hat{h}(x, y)$ هي كميات عقدية. ولكن، يمكن بسهولة تبيان أنه اذا كانت دالة المرشاح في المجال الترددي حقيقية و متناظرة (كالمراشيح المناقشة في هذا الفصـل) ستكون $\hat{h}(x, y)$ عندئذ حقيقية ومتناظرة أيضـا.

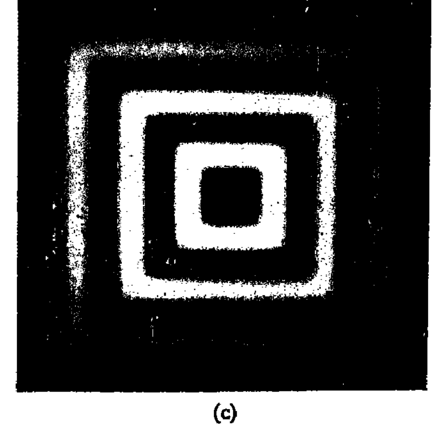
مثال: كتوضـيح للطريقة التي طورناها للتو، تم ترشيح نمط الاختبار المبين في الشكل 34.4(a) باستعمال مرشاح تمرير منخفض من نوع بتروورث لانتاج الصـورة المغبشة المبينـة في الشكـل 34.4(b). لقد تم توليد نافذة طي أبعـادها 9×9 باستعمال المعادلة (12 – 6.4) وطبقت على الصـورة الأصـلية. ان النتيجة المبينة في الشكل 34.3(c) أقل تغبيشا بقليل من تلك التي حصـلنا عليها باستخدام المرشاح الكامل في المجال الترددي. هذا شيء متوقع لأن عملية المجال الحيزي في حال n<N هي تقريب فقط بمفهوم تربيع الأخطاء الأصـغري.



(a)



(b)



(c)

الشكل 34.4(a) صورة أصلية. (b) صورة مغبشة تم الحصول عليها باستخدام مرشاح ترددات منخفضة نوع بتروورث من الدرجة 1 في المجال الترددي. (c) صورة غبشت حيزيا باستخدام نافذة طي أبعادها 9x9 تم الحصول عليها باستعمال المعادلة (6.4-12). (عن Meyer and Gonzalez 1983).

7.4 معالجة الصور بالتلوين Psaudo - color Image processing

لقد ركزنا عنايتنا حتى الآن على تقنيات معالجة الصور أحادية اللون monochrome images. ان استعمال التلوين لاظهار الصور وتحسينها هو مجال ذو امكانية ضخمة وحديث نسبيا، لمعالجة الصورة الرقمية. ان الحافز لاستعمال الألوان

في معـالجة الصـورة نابع من حقيقة أن العين البشرية تستطيع أن تميز آلاف ظلال وشـدات الألوان. ان هذا يتبـاين بشكـل حاد مع أداء العـين الضـعيف نسبيا مع السويات الرمادية حيث، وكما أشرنا في القسم 1.2 ، يمكن اكتشاف دزينة أو دزينتين فقط من الظلال الرمادية في أية نقطة واحدة من الصـورة من قبل الملاحظ المتوسط average observer. لايحتاج القارىء الا الى اطفاء اللون بعد أن يكون قد شاهد جهاز تلفزيون ملون ليتأكد من أداء العين المتفوق عندما تفسر معلومات ملونة مقابل تفسيرها لمعلومات سوداء وبيضـاء.

يجب أن تميز الفكرة الأساسية وراء استعمال التلوين عن التقنيات المعروفة بـ "المعـالجة بالألوان–الزائفة" false – color processsing. ان تقنيات المعالجة بالألوان الزائفة مشابهة للتصـوير الضـوئي بالألوان الحقيقية، باستثناء أنها يمكن أن تتعامل مع نطاقات ضـوئية تقع خارج الطيف المرئي. ان التصـوير بالأشعة تحت الحمراء مثال لهذه التقنيات حيث لايقع الاهتمام على نقاوة الألوان الحقيقية. ولكن فضـلا عن ذلك يقع الاهتمام على المعلومات التي أكثر ماتكون واضـحة في طيف الأشعة تحت الحمراء . في التلوين، الوضـع مختلف أساسا في أن المعالجة تبدأ بالصـورة السوداء والبيضـاء. الهدف عندئذ هو نسب لون لكل عنصـر على أساس شدته. ان المدى لتقنيات نسب الألوان محدود بامكانات نظام الاظهار وبراعة المستخدم فقط. وكما سنرى في هذه المناقشة، حتى بعض التقنيات المباشرة لترميز الألوان يمكن أن تبرز في بعض الأحيان معلومات من الصـعب، غالبا، كشفها وتفسيرها في صـورة سوداء وبيضـاء.

1.7.4 أساسيات الألوان Color Fundamentals

على الرغم من أن العملية المتبعة من قبل دماغ الانسان في ادراك الألوان عملية فيزيائية نفسية لم تفهم بشكل كامل حتى الآن، يمكن أن يعبر عن طبيعة الألوان على أساس اصـطلاحي مدعم بالنتائج النظرية والتجريبية.

في عام 1666 ، اكتشف اسحاق نيوتن Sir Issac Newton أنه عندما تمرّ حزمة من ضوء الشمس عبر موشور زجاجي لا تكون حزمة الضوء المنبثقة منه بيضاء، ولكنها بدلا من ذلك تتكون من طيف مستمر من الألوان يمتد من البنفسجي في احدى النهايات الى الأحمر في النهاية الأخرى. كما هو مبين في اللوحة I، يمكن تقسيم الطيف اللوني الى ست مناطق عريضة: البنفسجي و الأزرق والأخضر والأصفر والبرتقالي والأحمر. عندما يتم اظهار الطيف بألوان كاملة (اللوحة II) لاينتهي أي لون بشكل حاد (فجائي) ولكن فضلا عن ذلك يكون لدينا وضع يمتزج فيه كل لون في اللون التالي تدريجيا smoothly. ان الألوان التي ندركها في شيء (جسم) ما تتحدد أساسا بطبيعة الضوء المنعكس عن هذا الشيء. كما هو موضح في اللوحة I، يتكون الضوء المرئي من نطاق ضيق نسبيا من الترددات في طيف القدرة الكهرومغناطيسي. ان الجسم الذي يعكس الضوء بشكل متوازن نسبيا في جميع أطوال الموجات المرئية يظهر للملاحظ أبيضا. ومن جهة أخرى، سيبدي الجسم الذي يساعد على الانعكاس في مدى محدد من الطيف المرئي بعض الظلال اللونية. على سبيل المثال، الأجسام الخضراء تعكس الضوء بأطوال موجات، تقع في المقام الأول، في المدى (500 ~ 570 nm(10^{-9}m في حين يمتص معظم القدرة عند أطوال الموجات الأخرى.

بسبب بنية العين البشرية، ترى جميع الألوان كتركيبات متغيرة مما يدعى الألوان الثلاثة الأولية: الأحمر (R) والأخضر (G) والأزرق (B). من أجل المعيارية standardization، نسبت الـ CIE (Commission Internationale de l'Eclairage – the International Commission of Illumination). في عام 1931 قيم أطوال الموجات المحددة التالية للألوان الأولية الثلاثة: الأزرق 435.8 nm و الأخضر 546.1 nm والأحمر = 700 nm. ولكن نلاحظ من اللوحة II أنه لايوجد لون وحيد يمكن أن يسمى أحمرا أو أخضرا أو أزرقا. وهكذا، اذا ما استقرينا على أطوال موجات ثلاثة ألوان محددة من أجل المعيارية standardization فنحن بحاجة لأن ندرك أن هذه المركبات الثلاثة الثابتة RGB، مؤثرة بمفردها، لاتستطيع توليد جميع ألوان الطيف. ان هذا مهم لأن استعمال الكلمة "أولي " pimary ، قد أسيء تفسيره بشكل واسع ليعني

أن الأوليات الثلاثة المعيارية تستطيع توليد جميع الألوان المرئية عندما تمزج بنسب شدة متنوعة. هذا ليس صحيحا، الا اذا سمح لطول الموجة أن يتغير.

يمكن أن تجمع الألوان الأولية لتنتج الألوان الثانوية light magneta (أحمر – أزرق) و الأزرق الداكن (أخضر – أزرق) والأصفر (أحمر – أخضر). ان مزج الأوليات الثلاثة أو لونا ثانويا مع لونه الأولي المقابل بالشدات الصحيحة يعطي اللون الأبيض. هذا الشيء مبين في اللوحة III(a) ، التي توضح أيضا الألوان الأولية الثلاثة وتركيباتها لانتاج الألوان الثانوية.

من المهم أن نفرق بين الألوان الأولية للضوء والألوان الأولية للأصبغة أو الـ colorants.في الأخيرة، يعرف اللون الأولي بأنه اللون الذي يطرح أو يمتص لونا أوليا للضوء ويعكس أويرسل اللونين الآخرين. لذلك، فإن الألوان الأولية للأصبغة هي magneta والأزرق الداكن والأصفر في حين أن الألوان الثانوية هي الأحمر والأخضر والأزرق. هذه الألوان مبينة في اللوحة III(b). يلاحظ أن التركيب الصحيح لأوليات الأصبغة الثلاثة، أو لثانوي مع الأولي المقابل له ينتج الأسود.

ان الاستقبال التلفزيوني الملون مثال للطبيعة الجمعية لألوان الضوء. ان الجزء الداخلي لكثير من صمامات التلفزيون الملون مكون من مصفوفة كبيرة من أنماط نقطية مثلثية من فوسفور حساس للألكترونات. عندما تثار هذه الأنماط، كل نقطة من الثلاثي قادرة على انتاج ضوء بأحد من الألوان الأولية. تعدل شدة النقاط الفوسفورية المصدرة للأحمر بمدفع الكتروني داخل الصمام يولد نبضات مقابلة للقدرة الحمراء المرئية من قبل الكاميرا التلفزيونية. تعدل نقاط الفوسفور الخضراء والزرقاء في كل ثلاثي بنفس الطريقة. ان الأثر منظورا اليه على المستقبل التلفزيوني هو أن الألوان الأولية الثلاثة من كل ثلاثي فوسفوري تجمع معا وتستقبل بواسطة المخاريط الحساسة للضوء في العين، وتدرك صورة ملونة كاملة. ان تغيرات ثلاثين صورة متتالية بالثانية بالألوان الثلاثة جميعها تكمل الانطباع بعرض مستمر للصورة على الشاشة.

ان الخواص المستخدمة عموما لتمييز لون من آخر هي اللمعان brightness، النقبة(اللون) hue، والتشبع saturation. اللمعان يشير الى الشدة. النقبة هي صفة

تربط بطول الموجة الغالب dominant في مزيج من موجات الضـوء. وهكذا فان النقبة تمثل اللون الغالب كما يدرك من قبل الناظر. عندما نسمي جسما ما أحمر أو أخضـر أو أصـفر فاننا نحدد نقبته. يشير التشبع الى النقاوة النسبية أو الى كمية الضـوء الأبيض الممتزجة بالنقبة. ان ألوان الطيف الصافية متشبعة كليا. أما الألوان مثل القرنفلي (أحمر و أبيض) ولون الخزامى (بنفسجي و أبيض) فهي أقل تشبعا، ودرجة التشبع تتناسب عكسا مع كمية الضـوء الأبيض المضـافة.

النقبة والتشبع مأخوذان معا يشكلان اللونية chromaticity ولذلك فان لونا ما يمكن أن يميز بلمعـانه ولونيتـه. ان الكميات اللازمة من الأحمر والأخضـر والأزرق لتشكيـل أي لون معـين تسمى قيم الحافز(المثـير) الثـلاثي tristimulus ويشـار اليها، بالترتيب، X و Y و Z. عندئذ يحدد اللون بمعـاملاته اللونيـة الثـلاثة trichromatic cooefficients ، معرفة كما يلي

$$x = \frac{X}{X + Y + Z} \qquad (1-7.4)$$

$$y = \frac{Y}{X + Y + Z} \qquad (2-7.4)$$

و

$$z = \frac{Z}{X + Y + Z}. \qquad (3-7.4)$$

انه لواضـح من هذه المعادلات أن

$$x + y + z = 1. \qquad (4-7.4)$$

اذا أعطي أي طول موجة من الطيف المرئي، فانه يمكن الحصـول على قيم الحافز الثلاثي اللازمة لانتاج اللون المقابل لطول الموجة هذا مباشرة من منحنيات وجداول جمعت من نتائج تجريبية مكثفة (Walsh 1958, Kiver 1965).

ان مخطط اللونية chromaticity diagram (اللوحة IV) هو أسلوب آخر لتحديد الألوان. يبين هذا المخطط تركيب الألوان كدالة لـ x (أحمر) و y (أخضـــر). يتم الحصـــول على قيمة z (الأزرق) المقابلة لأية قيمة لـ x و y من المعادلة (7.4-4) بملاحظة أن $z=1-(xy)$. ان النقطة المعلمة marked "أخضـــر" في اللوحة IV، على سبيل المثال، تحتوي 62% أخضر و 25% أحمر. وينتج بالتالي من المعادلة (7.4-4) أن تركيب الأزرق هو 13% تقريباً.

ان مواضـع ألوان الطيف المختلفة، من البنفسجي عند 380 nm الى الأحمر عند 780 nm، مشـار اليها حول حدود مخطط اللونية الذي له شكل اللسـان. هذه هي الألوان الصـرفة (النقية) المبينة في الطيف في اللوحة II. ان أية نقطة لاتقع فعليا على حدود المخطط ولكن داخله تمثل مزيجا ما من الوان الطيف. ان نقطة الطاقة المتساوية equal energy المبينة في اللوحة IV تقابل أجزاء متساوية من الألوان الأولية الثلاثة. انها تمثل معيار الـ CIE للون الأبيض. يقال عن أية نقطة تقع على حدود مخطط اللونية أنها مشبعة تماما completely saturated. عندما تبتعد النقطة عن الحدود وتقترب من نقطة الطاقة المتسـاوية يضـاف لون أبيض الى اللون بشكل أكثر ويصـبح أقل تشبعا. ان التشبع عند نقطة الطاقة المتساوية يساوي الصـفر.

ان مخطط اللونية مفيد من أجل مزج الألوان لأن جزء خط مستقيم يصـل أي نقطتين في المخطط يحدد جميع تغيرات اللون المختلفة التي يمكن الحصـول عليها بدمج هذين اللونين جمعيا additively. تأمل، على سبيل المثال، خطا مستقيا مرسوما من نقطة الأحمر الى نقطة الأخضـر والمبين في اللوحة IV. اذا كان يوجد ضـوء أحمر أكثر من الضـوء الأخضـر فان النقطة الدقيقة التي تمثل لوناً جديداً ستكون على جزء الخط هذا، ولكنها ستكون اقرب الى النقطة الحمراء منها الى النقطة الخضراء. بشكل مشابه، فان خطا مرسوما من نقطة الطاقة المتساوية الى أية نقطة على حدود المخطط سيحدد جميع ظلال لون الطيف المحدد.

ان توسيع الاجراء المذكور أعلاه الى الألوان الثلاثه هو توسيع مباشر. لتحديد مدى الألوان التي يمكن الحصـول عليها من أي ثلاثة ألوان معينةفي مخطط اللونية، نرسم ببساطة خطوطا واصـلة بين نقاط الألوان الثلاثة. النتيجة هي مثلث، و أي لون داخل

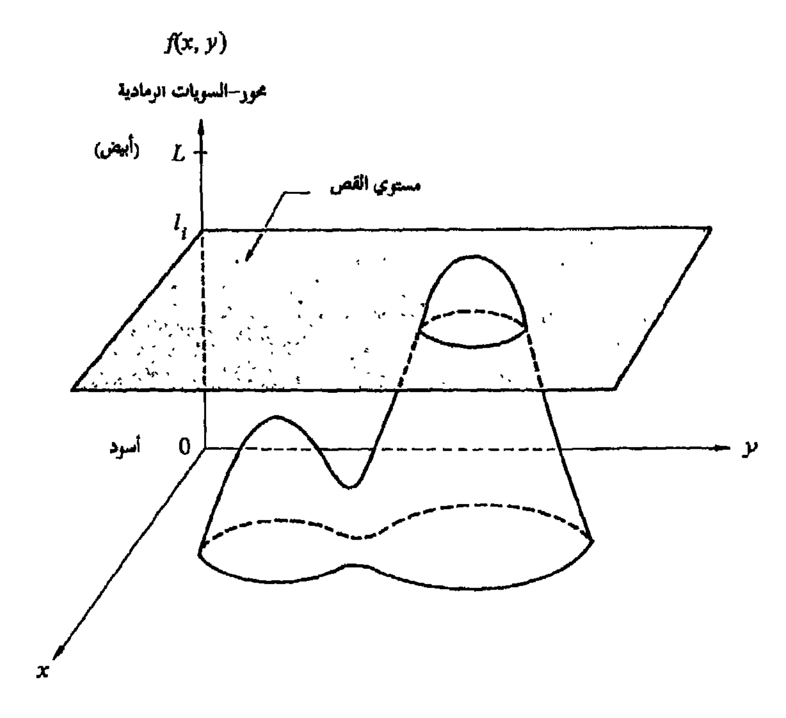
المثلث يمكن انتاجه بتركيبات متنوعة من الألوان الأولية الثلاثة. يلاحظ أن مثلثا تقع رؤوسه الثلاثة عند أي ثلاثة ألوان ثابتة، لايحيط بكامل منطقة اللون في اللوحة IV. هذا ما يدعم تخطيطيا الملاحظة التي أوردنا سابقا وهي أنه لايمكن الحصول على جميع الألوان من ثلاثة ألوان أولية منفردة.

في المناقشة التالية، سنشير الى شدة الألوان الأولية الثلاثة عند احداثيين (x,y) لصورة ما بـ $I_R(x, y)$ و $I_G(x, y)$ و $I_B(x, y)$. وهكذا سيعتبر كل عنصر صورة في صورة ملونة كتركيب جمعي لقيم الشدة الثلاثة هذه عند احداثيي العنصر.

2.7.4 تقسيم الكثافة الى شرائح Density Slicing

ان تقنية تقسيم الكثافة (أو الشدة) إلى شرائح وترميزها بالألوان هو واحد من أبسط الأمثلة على معالجة الصورة بالتلوين. إذا نظرنا إلى الصورة كدالة كثافة ثنائية – الأبعاد (انظر القسم 2.1)، يمكن أن نفسر الطريقة بأنها طريقة توضع فيها مستويات موازية لمستوي احداثيات الصورة، بهذا الشكل، يقطع كل مستو دالة الصورة في منطقة التقاطع. يبين الشكل 35.4 مثالا بسيطا لهذه الطريقة حيث ان مستويا عند $f(x,y)=l_i$ استعمل لقطع دالة الصورة الى مستويين. يأتي مصطلح تقسيم الكثافة الى شرائح density slicing من تسمية السويات الرمادية كثافات، وهذه اللغة الاصطلاحية تتصاحب بشكل شائع مع هذه الطريقة الخاصة.

من الواضح أنه اذا خصص لون مختلف لكل جهة من المستوي المبين في الشكل 35.4 ، فان أي عنصر سويته الرمادية فوق المستوي سيرمز بأحد اللونين، في حين أن أي عنصر تحت المستوي سيرمز باللون الآخر. أما العناصر الواقعة على المستوي نفسه فيمكن أن ينسب لها أحد اللونين بشكل اختياري. ان نتيجة هذه الطريقة ستنتج صورة بلونين يمكن التحكم بمظهرها النسبي بتحريك المستوي القاطع الى الأعلى والى الأسفل على محور السويات الرمادية.



الشكل 35.4 التفسير الهندسي لتقنية تقسيم الكثافة.

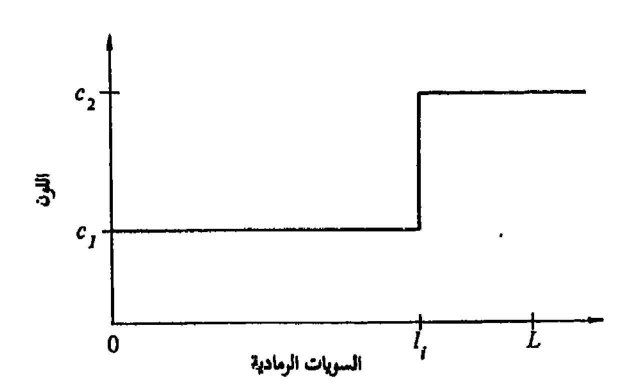
عموما، يمكن أن نلخص التقنية كمايلي. افترض أن M مستويا حددت عند السويات $l_1, l_2, \ldots, l_M$ ، ودع l_0 تمثل الأسود $[f(x,y)=0]$ و l_L تمثل الأبيض $[f(x,y)=L]$.عندئذ، باقتراض أن $L > M > O$ ، تجزء الـ M مستويا السلم الرمادي الى M+1منطقة ويتم نسب الألوان طبقا للعلاقة

$$f(x, y) = c_k \qquad \text{if } f(x, y) \in R_k \qquad (5-7.4)$$

حيث ان c_k هو اللون المرافق للمنطقة R_k المحددة بمستويات التجزيء. من المهم أن نلاحظ أن فكرة المستويات مفيدة في الأصل من أجل التفسير الهندسي لتقنية تقسيم الكثافة الى شرائح. يبين الشكل 36.4 تمثيلا بديلا يعرف نفس عملية الرسم كما في

الشكل 35.4. تبعا لدالة الرسم المبينة في الشكل 36.4 ، ينسب لأية سوية رمادية أحد لونين، حسبما تكون هذه السوية فوق أو تحت القيمة l_1. عندما تستعمل سويات أكثر يأخذ دالة الرسم شكل درج. هذا النوع من الرسم هو حالة خاصة من الأسلوب المناقش في القسم التالي.

مثال: ان أحد الأمثلة لتقسيم الكثافة الى شرائح مبين في اللوحة V. الجزء (a) هو صورة سوداء وبيضاء لشبح لاقط الغدة الدرقية Picker Thyroid Phantom (نمط اختبار اشعاعي) والجزء (b) هو نتيجة تقسيم كثافة هذه الصورة الى ثمان شرائح بألوان مختلفة. يلاحظ أن المناطق التي تبدو ذات كثافة ثابتة في الصورة السوداء والبيضاء هي في الحقيقة متغيرة تماما، كما هو مبين في الألوان المتنوعة في الصورة المقطعة الى شرائح. الفص اليساري، على سبيل المثال، هو رمادي باهت في الصورة السوداء والبيضاء ومن الصعب التعرف على اختلافات في الكثافة. على النقيض من ذلك، فان الصورة الملونة تبين بوضوح ثماني مناطق مختلفة ذوات كثافة ثابتة، منطقة لكل لون من الألوان المستعملة.

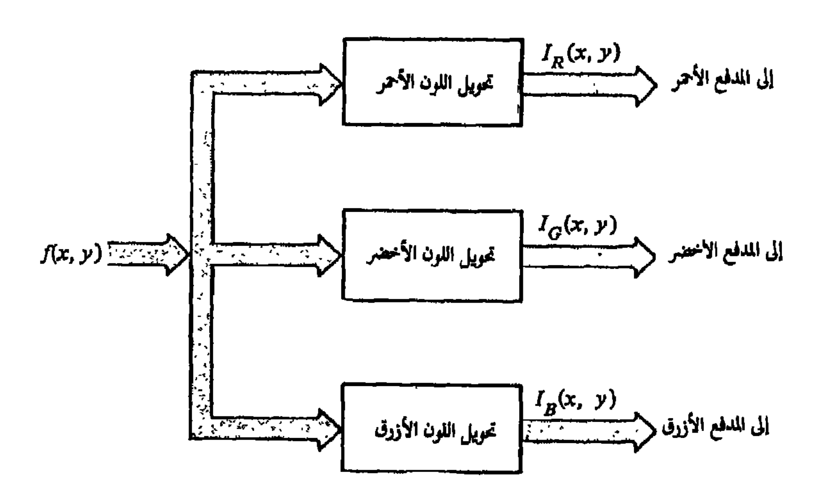


الشكل 36.4 تمثيل بديل لتقسيم الكثافة .

3.7.4 التحويلات من سويات – رمادية – الى – ألوان

Gray – level – to color – transformations

من الممكن تحديد أنواع أخرى من التحويلات الأكثر عمومية و بالتالي الأكثر قدرة على انجاز مدى أوسع من نتائج التحسين بالتلوين من تقنية تقسيم الكثافة الى شرائح البسيطة التي نوقشت في القسم السابق. الشكل 37.4 يبين أسلوبا جذابا بشكل خاص. جوهريا، الفكرة الأساسية في هذا الأسلوب هي اجراء ثلاثة تحويلات مستقلة على السويات الرمادية لأي عنصر دخل. بعدئذ تغذى النتائج الثلاثة بشكل منفصل الى مدافع شاشة التلفزيون الملون الأحمر والأخضر والأزرق. وهذا ما ينتج صورة مركبة يعدل محتواها اللوني بطبيعة دالة التحويل. يجب ألا يغيب عن الذهن أن هذه هي تحويلات على قيم السويات الرمادية للصورة و ليست تابعة للموضع.



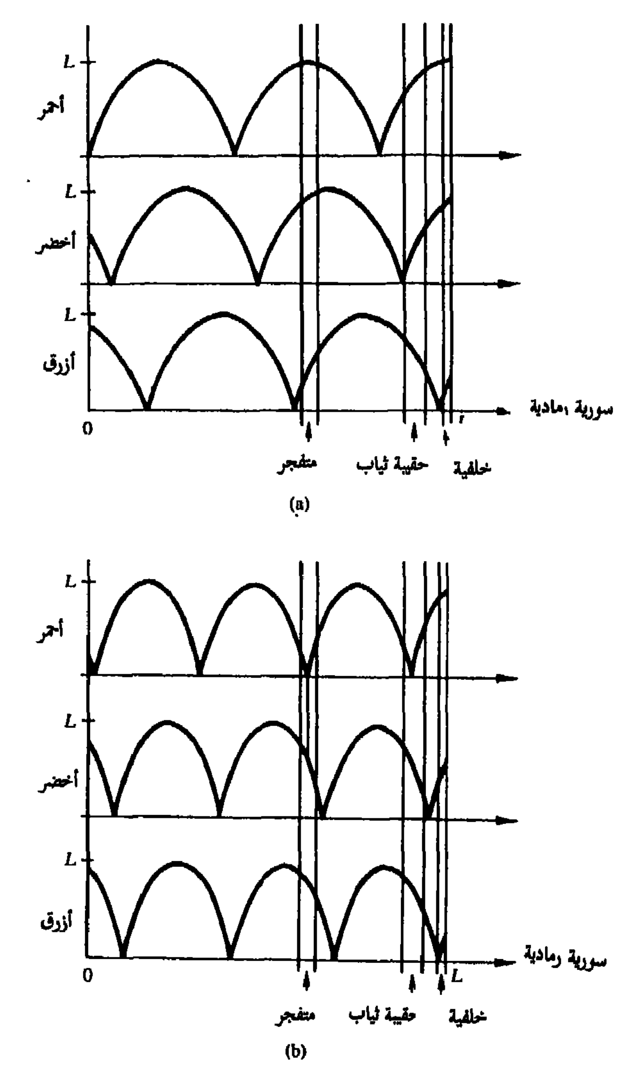
الشكل 37.4 مخطط وظيفي لمعالجة الصورة بالتلوين.

كما أشرنا في القسم السابق، الطريقة المبينة في الشكل 36.4 هي حالة خاصة من التقنية التي وصفت للتو. يتم توليد الألوان في الشكل 36.4 بدوال تحويل خطية لكل جزء من السويات الرمادية. من جهة أخرى، يمكن أن نبني الطريقة المناقشة في هذا القسم على دوال غير خطية متجانسة smooth التي، كما يمكن أن نتوقع، تعطي التقنية مرونة أكبر. هذا الأمر موضح بالمثال التالي.

مثال: اللوحة **VI** تبين صورة أحادية اللون مركبة تتألف من صورتين للأمتعة تم الحصول عليهما من نظام مسح بالأشعة السينية لأحد المطارات. الصورة اليسرى تحتوي على أدوات عادية. والصورة اليمنى تحتوي نفس الأدوات بالاضافة الى صندوق محاكي **simulated** من المتفجرات البلاستيكية. ان الغرض من هذا المثال هو توضيح استعمال تحويلات السويات – الرمادية – الى – ألوان للقيام بدرجات مختلفة من التحسين.

إن دوال التحويل المستعملة مبينة في الشكل 38.4 . هذه الدوال الجيبية تحتوي على مناطق ذات قيم ثابتة نسبيا حول الذرى (القمم) بالاضافة الى مناطق تتغير بسرعة قرب الوديان. يمكن بتغيير تردد وطور كل دالة جيبي أن نؤكد (بالألوان) أمداء على السلم الرمادي. على سبيل المثال، اذا كان لجميع التحويلات الثلاثة نفس الطور والتردد، ستكون صورة الخرج أحادية اللون. ان تغيرا طفيفا في الطور بين التحويلات الثلاثة سينتج تغيرا صغيرا في العناصر التي تقابل سوياتها الرمادية ذرى التوابع الجيبية، وبشكل خاص اذا كان للدوال الجيبية نموذج عريض (أي، ترددات منخفضة). سينسب محتوى لونيا أقوى للعناصر التي لها سويات رمادية في القسم المنحدر من الدوال الجيبية كنتيجة للفروق الهامة بين مطالات الدوال الجيبية الثلاثة الناتجة عن الازاحة في الطور بينها.

لقد تم الحصول على الصورة المبينة في اللوحة (VI(b باستخدام دوال التحويل المبينة في الشكل 38.4(a) ، الذي يبين نطاقات السويات – الرمادية التابعة للمتفجرات وحقيبة الثياب والخلفية، على التوالي. لاحظ أن للمتفجرات والخلفية سويات رمادية مختلفة تماما، ولكنها رمزتا بنفس اللون تقريبا كنتيجة لدورية الموجات الجيبية. لقد تم



الشكل 38.4 دوال تحويل استعملت للحصول على الصور المبينة في اللوحة VI

الحصـــول على الصـــورة المبينة في اللوحة VI(c) باستخدام دوال التحويل المبينة في الشكـل 38.4(b). في هذه الحالة حولت نطـاقات كثافة المتفجرات وحقيبة الثياب

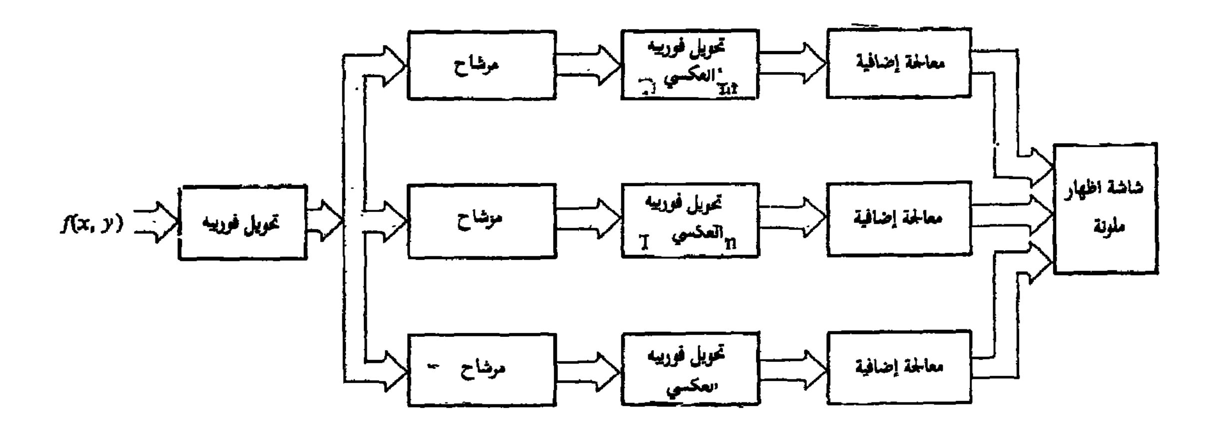
باستخدام تحويلات مشابهة ولذلك فقد تلقت أساسا نفس نسب الألوان. لاحظ أن هذا سمح لنا بالرؤية داخل المتفجرات. ان تحويلات الخلفية كانت تقريبا نفس تلك التي استعملت للوحة VI(b) منتجة بالتالي ألوانا منسوبة مماثلة.

4.7.4 أسلوب للترشيح A Filtering Approach

يبين الشكل 39.4 مخططا لترميز الألوان مبني على عمليات المجال الترددي. ان الفكرة الموصـوفة في هذا الشكل هي نفس أسلوب الترشيح الأساسي الذي نوقش سابقا في هذا الفصـل، باستثناء أن تحويل فورييه للصـورة معدل بثلاثة دوال ترشيح بشكـل مستقل لينتج ثلاث صـور يمكن أن تغذى الى مداخل الأحمر والأخضـر والأزرق لشاشة ملونة. تأمل، على سبيل المثال، تسلسل الخطوات المتبع للحصـول على الصـورة من أجل القناة الحمراء. ويغير تحويل فورييه لصـورة الدخل باستعمال دالة مرشـاح معينـة. يتم الحصـول على الصـورة المعالجة بعدئذ باستعمال تحويل فورييه العكسي. يمكن أن يتبع بمعالجة اضـافية(مثل تسوية الهيستوغرام) قبل أن تغذى الصـورة الى المدخل الأحمر للشـاشة. هذا وتسري تعليقات مشابهة على الممرين الآخرين في الشكل 39.4.

ان الهدف من تقنية المعالجة بالألوان هذه هو ترميز مناطق لصـورة ما بالألوان على أساس المحتوى الترددي لها. ان استعمال مراشيح التمرير المنخفض وتمرير النطاق (أو ايقـاف النطاق) والتمرير العالي للحصـول على ثلاثة مجالات من المركبات الترددية، أسـلوب نموذجي للترشيح. لقد سبق وناقشنـا مراشيح التمرير العالي والمنخفض. ان مراشيح ايقاف – النطاق وتمرير – النطاق هي امتداد لهذه المفاهيم.

إن أحد الأساليب لتوليد مراشيح ترفض أو تخمد ترددات حول جوار دائري لنقطة (u_0, v_0) هو أن نقوم بنقل للاحداثيات لمرشاح التمرير العالي المناقش في القسم 2.4.4.نوضـح الاجراء الآن من أجل المرشاح المثالي. يعطى مرشاح ايقاف النطاق المثالي (IBRF) الذي يخمد جميع الترددات في جوار نصـف قطره D_0 حول نقطة



الشكل 39.4 نموذج ترشيح لتحسين الصورة بالتلوين.

بالعلاقة التالية

$$H(u, v) = \begin{cases} 0 & \text{if } D(u, v) < D_0 \\ 1 & \text{if } D(u, v) > D_0 \end{cases} \qquad (6-7.4)$$

حيث ان

$$D(u, v) = \left\{(u - u_0)^2 + (v - v_0)^2\right\}^{1/2} \qquad (7-7.4)$$

لاحظ أن المعادلة (6-7.4) مماثلة في الشكل للمعادلة (12-4.4) ولكن دالة المسافة $D(u, v)$ تحسب حول النقطة (u_0, v_0) بدلا من المبدأ. بسبب تناظر تحويل فورييه، فإن إيقاف - النطاق الذي لايتم حول المبدأ يجب أن يتم في زوجين متناظرين symmytric pairs لكي نحصل على نتائج ذات معنى. نعدل المعادلة (6-7.4) في حالة المرشاح المثالي كمايلي

$$D_1(u, v) = \begin{cases} 0 & \text{if } D_1(u, v) < D_0 \text{ or } D_2(u, v) < D_0 \\ 1 & \text{otherwise} \end{cases} \qquad (8-7.4)$$

حيث ان

$$D_1(u, v) = \left\{(u - u_0)^2 + (v - v_0)^2\right\}^{1/2} \qquad (9-7.4)$$

و

$$D_2(u, v) = \left\{(u + u_0)^2 + (v + v_0)^2\right\}^{1/2} \qquad (10-7.4)$$

يمكن أن يوسع الاجراء بطريقة مشابهة الى أربع مناطق أو أكثر.

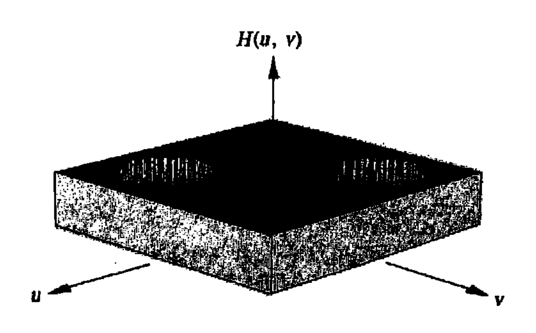
يمكن أن يطبق مرشاح بتروورث المعطى في القسم 2.4.4 أيضا مباشرة على رفض النطاق باتباع التقنية التي شرحت للتو من أجل المرشاح المثالي. الشكل 4..4 يبين رسما منظوريا لدالة تحويل مرشاح IBRF مثالي.

ان المرشاح المناقش أعلاه موضَّع حول نقطة ما بعيدة عن مبدأ تحويل فورييه. اذا رغبنا في ازالة نطاق من الترددات مركزه في المبدأ، يمكن أن نأخذ بعين الاعتبار مراشيح متناظرة مشابهة لمراشيح التمرير المنخفضة والعالية التي نوقشت سابقا.

يعطى مرشاح رفض نطاق مثالي متناظر نصف قطرياً يزيل نطاقا من الترددات حول المبدأ بالعلاقة التالية

$$H(u,v)=\begin{cases}1 & \text{if } D(u,v) < D_0 - \frac{W}{2}\\[2ex] 0 & \text{if } D_0 - \frac{W}{2} \leqslant D(u,v) \leqslant D_0 + \frac{W}{2}\\[2ex] 1 & \text{if } D(u,v) > D_0 + \frac{W}{2}\end{cases} \qquad (11-7.4)$$

حيث ان W هي عرض النطاق و D_0 هي مركزه نصف القطري. كما هي الحال مع جميع المراشيح المتناظرة نصف قطريا، يمكن أن يحدد هذا المرشاح بشكل كامل بمقطع عرضي.



الشكل 40.4 مرشاح رفض نطاق مثالي.

ان مرشـاح رفض حزمة نوع بترورث متناظر نصــف قطريا (BBRF) من الدرجة n له دالة التحويل التالية:

$$H(u, v) = \frac{1}{1 + \left[\frac{D(u, v) W}{D^2(u, v) - D_0^2} \right]^{2n}} \qquad (12-7.4)$$

حيث ان "W" معرفة بأنها "عرض" النطاق و D_0 مركزه.

تمرر مراشيح تمرير النطـاق الترددات في منطقـة أو نطـاق محددين، في حين يضـعف، أو يخمد كليا جميع الترددات الأخرى. ولذلك فهي عكس مراشيح رفض النطاق تماما. ويتبع عندئذ أنه اذا كانـت $H_R(u, v)$ دالة التحويل لأي من مراشيح رفض النطـاق التي ناقشنـاها للتو، يمكن الحصــول على دالة تمرير النطاق المقابل $H(u, v)$ ببساطة بقلب $H_R(u, v)$، أي

$$H(u, v) = -\left[H_R(u, v) - 1 \right] \qquad (13-7.4)$$

مثال: تبين اللوحة VII(a) صـورة أحادية اللون و اللوحتان VII(b) و (c) هما نتائج استعمال مراشيح بترورث. اللوحة VII(c) تبين (في المدفع الأحمر للشاشة الملونة) نتيجة تطبيق مرشاح تمرير عال بنقطة تردد قطع على الدائرة التي تحصـر 90% من قدرة الصـورة (انظر القسم 3.3.4). تبين اللوحة VII(c) الصـورة المرشحة بالتمرير العالي على المدفع الأحمر، بالاضـافة الى النسخة المرشحة بالتمرير منخفض (مدفع أزرق) و تمرير النطاق (مدفع أخضـر) للوحة VII(a). لقد تم الحصـول على الصـورة المرشحة بالتمرير المنخفض بنقطة القطع على الدائرة التي تحصـر 98% من طاقة الصـورة، وكان مدى تمرير النطـاق بين الدائرتين اللتـين تحصـــران 20% و 98% من القدرة. لقد كان التحسـين الرئيس الناتج عن هذه العملية هو زيادة الوضـوح للحلقة الخارجية، غير المرئية غالبا في الصـورة الأصـلية.

8.4 ملاحظات ختامية

ان المادة المعروضـة في هذا الفصـل تمثل التقنيات المستعملة في الواقع العملي بشكل شائع لتحسين الصـورة الرقمية. ولكن يجب ألا يغيب عن الذهن أن هذا المجال من معـالجة الصـورة مجال ديناميكي حيث ان تقارير التقنيات والتطبيقات الجديدة شائعة في المنشورات. لهذا السبب، اختيرت معظم المواضـيع المحتواة في هذا الفصـل لقيمتها كمادة أساسية ستخدم كأساس لدراسات أبعد في هذا المجال.

المراجع

يمكن ايجاد مواد اضـافية للقراءة من أجل المادة المعروضـة في القسم 1.4 في Gonzalez [1986].ان مناقشتنا لتقنيات معالجة الهيستوغرام مبنية على المقالات المنشورة من قبل Hall et al. [1971] و Hall [1974] و Hummel [1974] و Gonzalez and Fittest [1977] و Woods and Gonzalez [1981]. انظر Ketcham [1976] و Harris [1977] و Narendra and Fitch [1981] من أجل تفـاصـيل أكثر حول التحسـين الموضـعي.

ان أسلوب توسيط الجوار المعروض في القسم 1.3.4 مبني على مناقشة مشابهة من قبـل Rosenfeld and Kack [1982]. انظـر Huang et al. [1979] و Wolfe and Mannos [1979]و Chaudhuri [1983] من أجـل تفـاصـيـل حول تنفيذ المراشيح الأوسطية. ان مفاهيم ترشيح التمرير المنخفض المطورة في القسم 3.3.4 مبينة على توسيع مباشر للمراشيح أحادية – البعد حيث استعملنا المسافة من مبدأ تحويل فورييه بدلا من استعمال متحول وحيد لكي نحصـل على دوال مراشيح متناظرة دائريا. وهذا الأمر حقيقة أيضا من أجل المراشيح الأخرى المناقشة في هذا الفصـل. انظر، على سبيل المثال، كتب Weinberg [1962] و Budak [1974] من أجل مناقشة المراشيح أحادية –

البعد. ان طريقة التنعيم بتوسيط الصـورة كانت أول ما اقترحت من قبل Kohler and Howell [1963].

ان Goldmard and Hollywood [1951] و Kovasznay and Josef [1953,1955]مرجعين مبكرين (قديمين) في زيادة حدة تفاصـيل الصـورة بالتفاضـل. لقد طرحت طريقـة تدرج روبرت من قبل Roberts [1965]. وتعطي مقالة Davis [1975]مسحا للتقنيات المستعملة في هذا المجال بعد عقد من الزمان.

ان مقالات Prewitt [1970] و Frei and Chin [1977] هي أيضـا موضـع اهتمام. ان Lee [1983] و Chaudhuri [1983] يعطيان مثلا على البحوث الأكثر حداثة في هذا المجال والتي تؤكد على سرعة الحساب. لقد أُخذت مناقشتنا في التأكيد على التردد العالي من Hall et al. [1981].

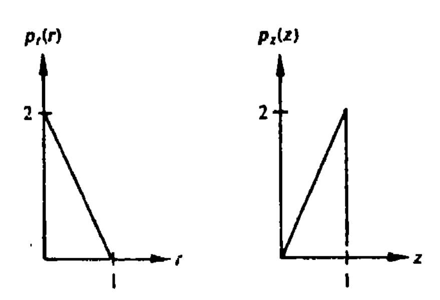
ان المادة الموجودة في القسم 5.4 مبنية على مقالة لـ Stockham [1972]. أنظر أيضـا كتاب Oppenheim and Schafer [1975]. ان المادة الموجودة في القسم 6.4 هي من Vermeij [198] و Meyer and Gonzalez [1983]. يمكن ايجـاد مواد أوليـة عن أوليات الألوان في كتب Walsh [1958] و Kiver [1965]. ان التقنيات التي نوقشت في القسـم 2.6.4 وحتى 4.6.4 مبنيـة على مقـالات Smith [1963] و Roth [1968] و Billingsley et al. [1970] و Andrews et al. [1972]. يمكن ايجاد مواد اضافية للقراءة في Green [1983].

مسائل

1.4 اشرح لماذا لا تؤدي تقنية تسوية الهيستوغرام المتقطع الى هيستوغرام مسطح بشكل عام.

2.4 افترض أن صورة رقمية قد سوي هيستوغرامها. بين أن تسوية الهيستوغرام للمرة الثانية ستعطي نفس النتائج التي حصل عليها في المرة الأولى تماما.

3.4 لدينا صورة معينة لها دالة توزيع الاحتمال $p_r(r)$ PDF للسويات الرمادية المبينة أدناه.



يراد تحويل السويات الرمادية لهذه الصورة بحيث يكون لها $p_z(z)$ المحددة المبينة أدناه. بافتراض كميات مستمرة، أوجد التحويل (بدلالة r و z) الذي سيؤدي هذا الغرض.

4.4 اقترح طريقة لتحديث updating الهيستوغرام الموضعي للاستعمال في تقنية التحسين الموضعي المناقشة في القسم 4.2.4.

5.4 تأمل صيغة توسيط الجوار المعطاة بالمعادلة (3.4 – 1) وافترض أن M=4 ، الأمر الذي يعني تشكيل متوسط الجيران الأربعة المباشرة لـ (x, y) ، و لكن باستثناء (x, y) نفسه.

a) أوجد المرشاح المكافىء $H(u, v)$ في المجال الترددي.

b) بين أن هذاالمرشاح مرشاح تمرير منخفض.

6.4 a) طور مرشاحا لحساب الحد الأوسط median لجوار n×n.

b) اقترح تقنية لتحديث الحد الأوسط عندما يزاح مركز الجوار من عنصر لآخر.

7.4 تحت أي شرط يصبح مرشاح التمرير المنخفض نوع بتروورث المعطى في المعادلة (3.4 – 6) مرشاحا مثاليا؟

8.4 في أحد التطبيقات الصناعية، يرغب في استعمال التصوير بواسطة أشعة – X لفحص داخل مصبوبات حديدية معينة. الهدف هو البحث عن الفراغات في المصبوبات، التي تظهر عادة كفقاعات في الصورة. ولكن المحتوى العالي من الضجيج غالبا ما يجعل الفحص صعبا، ولذلك فقد تقرر استعمال توسيط الصورة لتخفيض الضجيج، وبالتالي تحسين التباين المرئي. الهدف هو أن نحتفظ بالتوسيط في الحد الأدنى لتخفيض الزمن الذي يجب أن تبقى فيه الأجزاء ثابتة أثناء التصوير. لقد تم الاستنتاج بعد العديد من التجارب أن تنقيص الاختلاف variance للسويات الرمادية بعامل 10 يكفي لهذا الغرض. اذا كان جهاز التصوير يستطيع انتاج 30 اطار/ثانية كم من الزمن يجب أن تبقى المصبوبات ثابتة أثناء التصوير للحصول على التنقيص المطلوب في الاختلاف؟ افترض أن الضجيج غير مترابط وأن له وسطيا يساوي الصفر.

9.4 يتضمن الأسلوب الأساسي لحساب التدرج الرقمي(انظر القسم 1.4.4) أخذ الفروق من الشكل $f(x, y) - f(x + 1, y)$.

a) أوجد دالة تحويل المرشاح $H(u, v)$ اللازم للحصول على العملية المكافئة في المجال الترددي.

b) بين أن هذا هو مرشاح تمرير عال.

10.4 ان الاجراء الذي يضم التأكيد على التردد العالي وتسوية الهيستوغرام للحصول على زيادة حدة الحواف وتحسين التباين، اجراء شائع لتحسين الصورة.

a) برهن ان كان هناك فرق في أن تجرى عملية قبل الأخرى.

b) اذا كان هناك فرق، أعط السبب (أو الأسباب) المنطقي لاستخدام عملية قبل الأخرى.

11.4 افترض أننا قد أعطينا مجموعة من الصور تم توليدها بتجربة تتعامل مع الأحداث النجمية (الفلكية). تحتوي كل صورة على مجموعة من النقاط اللامعة المتناثرة بشكل متباعد تابعة لنجوم في أقسام متفرقة من الكون. المسألة هي أن النجوم بالكاد يمكن أن ترى،بسبب الانارة المتراكبة الناتجة عن التشتت الأيونوسفيري. اذ نمذجنا هذه الصور كجداء لمركبة انارة ثابتة مع مجموعة من النبضات، أعط اجراء تحسين مبني على الترشيح الهومومورفي مصمما لاظهار مركبات الصورة الناتجة عن النجوم نفسها.

12.4 بالرجوع الى المناقشة في القسم 6.4، بين أنه اذا كان $H(u, v)$ حقيقيا ومتناظرا فان $h(x, y)$ يجب أن يكون حقيقياً ومتناظراً أيضاً.

13.4 في تطبيق تجميع آلي، يرغب في ترميز ثلاثة أصناف بالألوان لتبسيط الكشف. ولكن، هناك كاميرا تلفزيونية واحدة متوفرة. اقترح تقنية لاستعمال هذه الكاميرا لكشف الألوان الثلاثة.

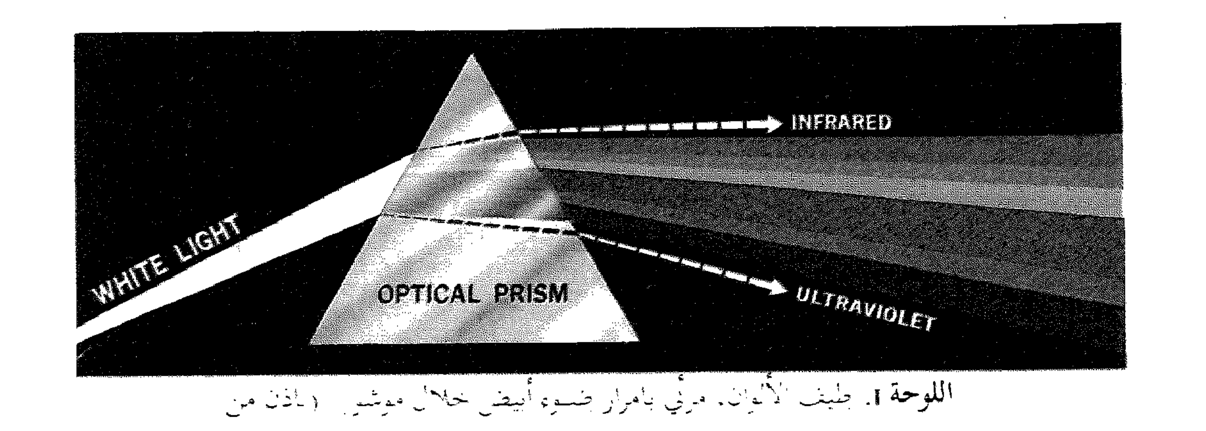
14.4 تم تكليف عامل تقني طبي بعمل تفحص صنف معين من الصور المولدة بواسطة المجهر الالكتروني. بغرض تسهيل عملية الفحص، قرر هذا التقني أن يستعمل تحسين الصورة الرقمية. عند تفحص مجموعة من الصور المُمَثّلة

representative وجدت المشاكل التالية: (1) نقاط لامعة معزولة ليست موضع اهتمام و (2) نقص في حدة تفاصيل الصورة و (3) تباين غير كاف في بعض الصور و (4) انزياح في قيمة متوسط السوية الرمادية، عندما يجب أن تكون هذه القيمة K للقيام بقياسات كثافة معينة بشكل صحيح.

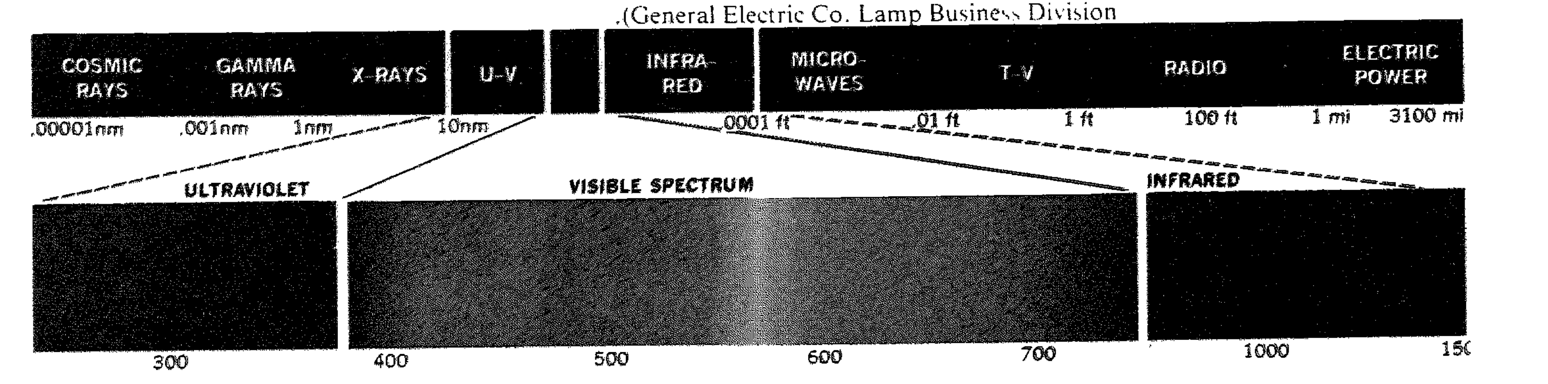
يرغب التقني في أن يحل هذه المشاكل و يلون بالأحمر جميع السويات الرمادية في النطاق بين I_1 و I_2 ،في حين يحتفظ بصبغية (نسق لوني) عادية في السويات الرمادية الباقية. اقترح تسلسلا من خطوات المعالجة التي يمكن أن يتبعها التقني لتحقيق هدفه المنشود.

معالجة الصور الرقمية

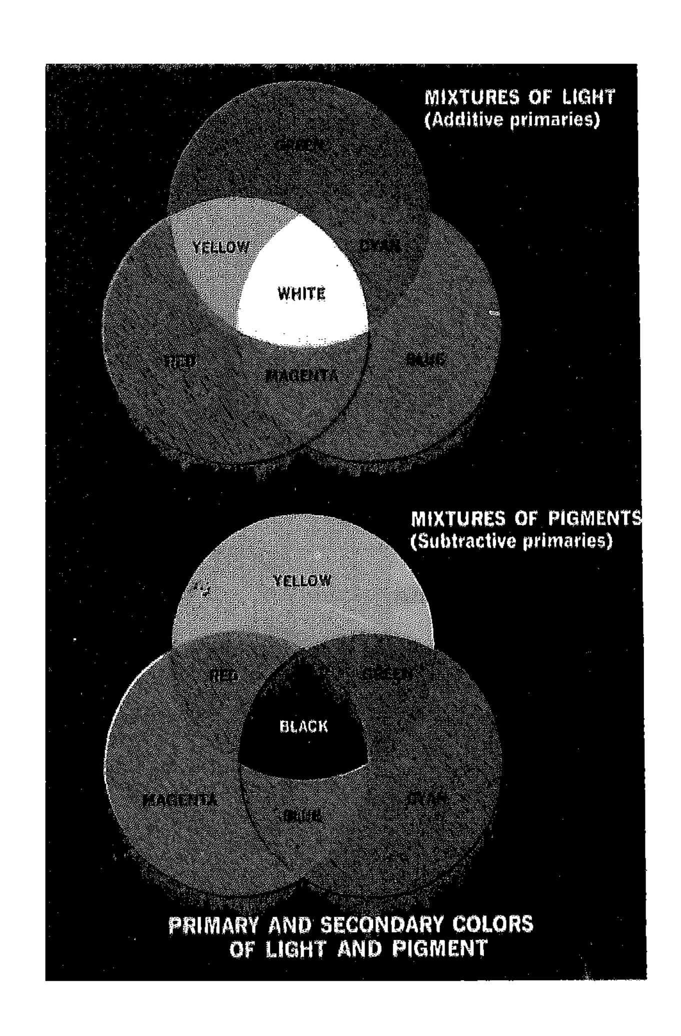
اللوحات I – VII



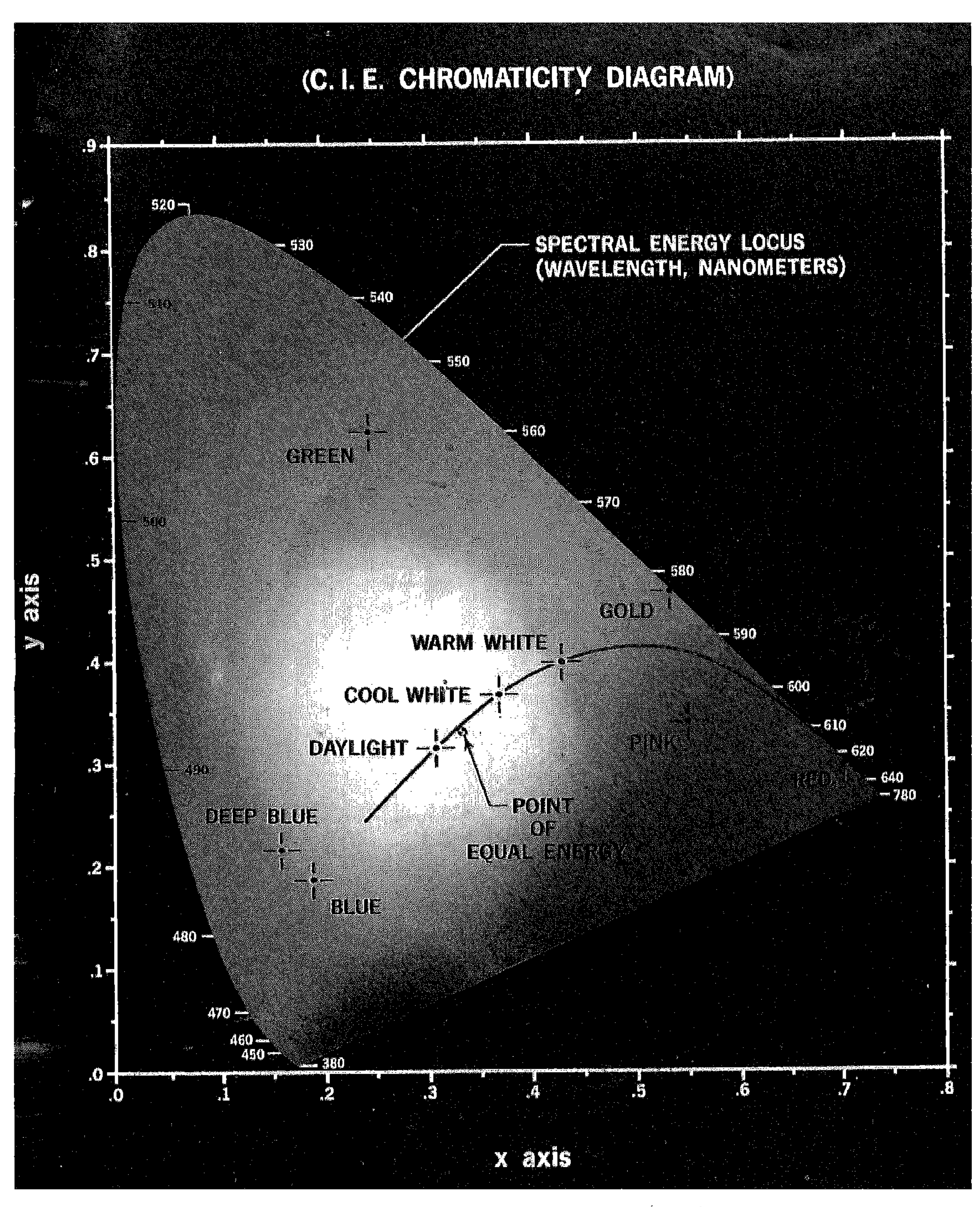
اللوحة I. طيف الألوان، مرئي بامرار ضوء أبيض خلال موشور. (باذن من General Electric Co. Lamp Business Division).



اللوحة II. قسم من طيف القدرة الكهرمغناطيسية يبين مدى الأمواج المكونة للطيف المرئي. (باذن من General Electric Co. Lamp Business Division).



اللوحة III. الألوان الأولية والثانوية للضوء و الأصبغة. (باذن من
.(General Electric Co. Lamp Business Division

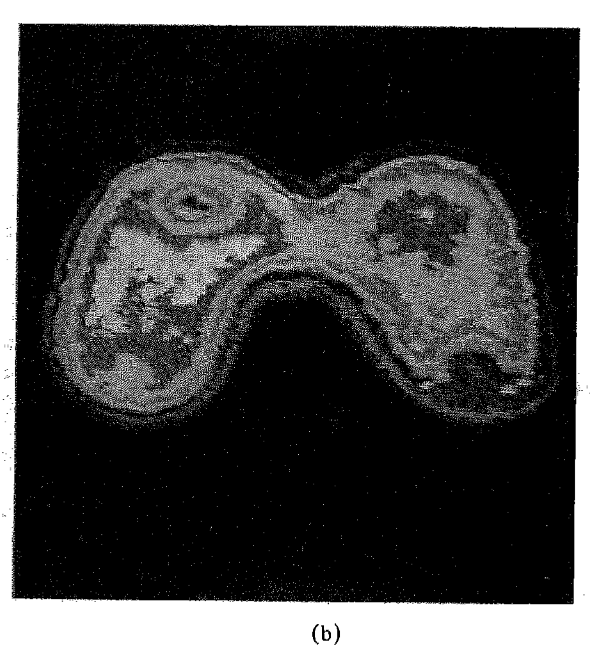


اللوحة IV. مخطط اللونية. (باذن من

.(General Electric Co. Lamp Business Division



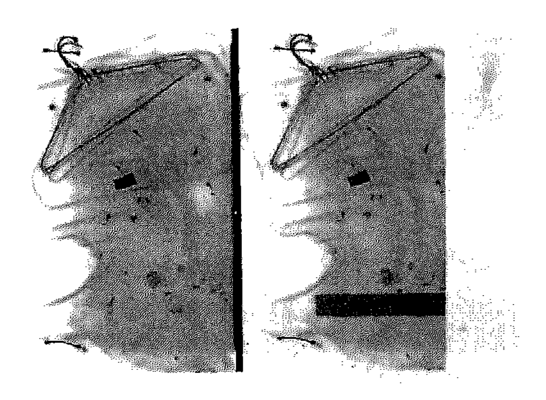
(a)



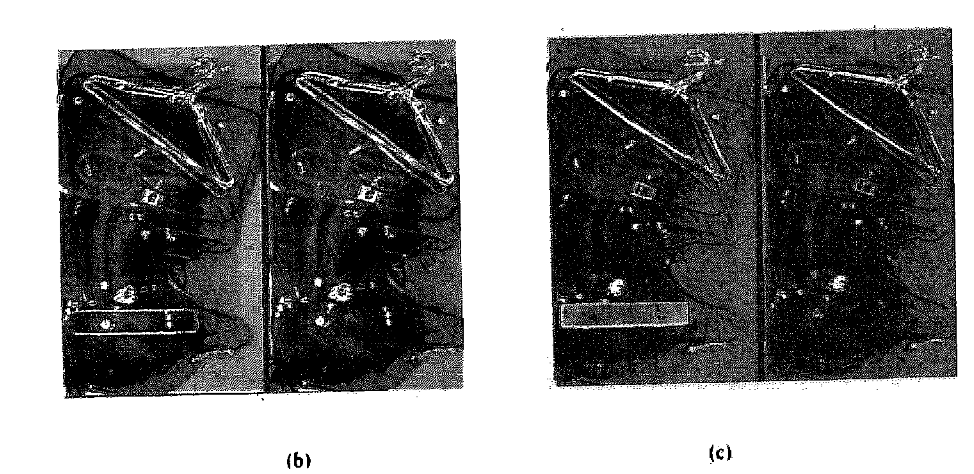
(b)

اللوحة (a) **V**. صـــورة أحادية اللون لـ شبح لاقط الغدة الدرقية Picker Thyroid Phantom. (b) نتيجة تقسيم الكثافة إلى شرائح، إلى ثمان مناطق ملونة.

(باذن من Dr. J. L. Blankenship, Instrumentation and Control Division, Oak Ridge National Laboratory).

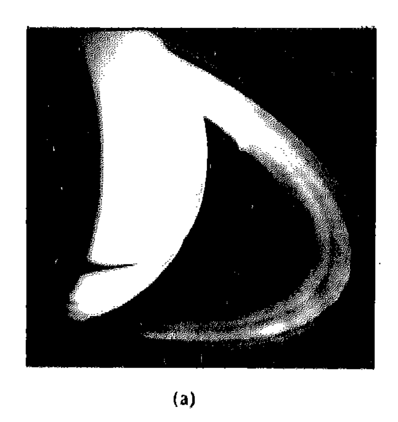


(a)

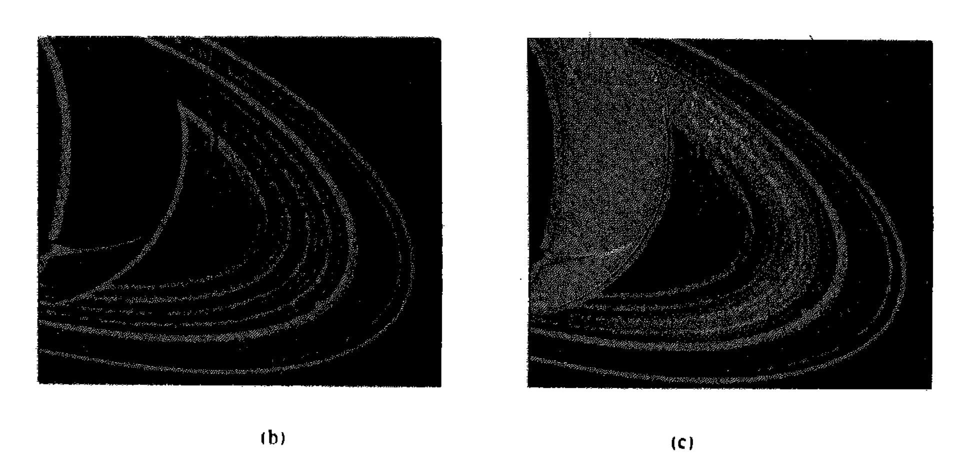


(b) (c)

اللوحة VI. التحسين بالتلوين، باستعمال تحويلات السوية الرمادية إلى ألوان في الشكل 38.4 . (الصورة الأصلية باذن من Dr. Mike Hurwitz, Reaserch and Development Center, Westinghouse Electric Corporation.).



(a)



(b) (c)

اللوحة (a) **VII**. صورة أحادية اللون. (b) نتيجة مرشاح الترددات العالية نوع بتروورث مبينا على المدفع الأحمر للشاشة الملونة. (c) صورة مركبة من صور مرشحة بالتمرير العالي وتمرير الحزمة والتمرير المنخفض، مبينة على المدفع الأزرق والأخضر والأحمر، على التوالي.

الفصل الخامس

استعادة الصورة

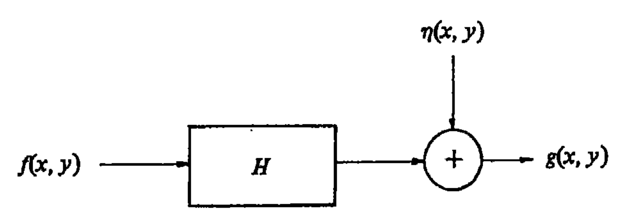
> *ان الأشياء التي نراها ليست في حقيقتها ما نرى...يبقى مجهولا لدينا ما هي حقيقة الأشياء بحد ذاتها فباستثناء ما تستقبله حواسنا لا نعلم شيئا سوى كيفية ادراكنا لها...*
>
> *امانويل كانت Immanuel Kant*

كما في تحسين الصور، فان الهدف النهائي من تقنيات الاستعادة هو تحسين صورة معينة بمفهوم ما. و بغرض التفريق، نعتبر أن الاستعادة هي عملية تحاول اعادة بناء أو استرجاع صورة تدنت نوعيتها degraded نتيجة تأثير معين، باستخدام معرفة مسبقة بالأثر الذي أدى الى تدني الصورة. وهكذا فان تقنيات الاستعادة موجهة باتجاه نمذجة التدني modelling of degredation وتطبيق العملية المعاكسة لاسترجاع الصورة الأصلية. يتضمن هذا الأمر عادة صياغة معيار للجودة يؤدي استخدامه الى تقدير أمثل للنتيجة المرغوبة. ومن جهة أخرى، فان تقنيات التحسين هي اجراءات استكشافية heuristic procedures أساسا تصمم لمعالجة الصورة بطريقة تستفيد من السمات السيكوفيزيائية psychophysical لنظام الابصار لدى الانسان. فعلى سبيل المثال، يعتبر تمديد التباين contrast stretching تقنية تحسين لأنه مبني قبل كل شيء على المظاهر المحببة pleasing aspects التي يمكن أن تظهر للناظر، في حين أن ازالة تغبيش صورة ما بتطبيق دالة ازالة تغبيش، تعتبر مسألة استعادة.

لقد اشتقت التقنيات الأولى لاستعادة الصورة الرقمية في الغالب من مفاهيم المجال الترددي. ولكننا نركز عنايتنا في هذا الفصل على أسلوب جبري أكثر حداثة

لمعالجة هذه المسألة. ان لهذا الأسلوب مزية هامة اذ أنه يسمح باشتقاق العديد من تقنيات الاستعادة بدءا من نفس المبادىء الأساسية. على الرغم من أن حلا مباشرا بالطرائق الجبرية يشتمل عادة على معالجة أنظمة كبيرة من المعادلات الآنية، فإننا نبين في الأقسام التالية أنه من الممكن، ضمن شروط معينة، تخفيض التعقيد الحسابي الى نفس السوية المطلوبة عند استخدام تقنيات الاستعادة التقليدية في المجال الترددي.

إن المادة المطورة في الأقسام التالية لاتخرج عن النطاق التمهيدي. نحن نهتم بمسألة الاستعادة بدءا من اعطاء (استلام) صـــورة رقمية تدنت نوعيتها فقط، ولذلك فان المواضـيع التي تتعلق بالمحساس والمرقمن والتدني بالاظهار هي أمور غير مدروسة في هذا الفصـــل. هذه المواضـــيع، على الرغم من أنها مهمة في المعالجة الاجمالية لتطبيقات استعادة—الصـورة، فانها خارج المنحى الرئيس للمناقشة الحالية. ان المراجع المذكورة في نهاية الفصـل تؤمن نقطة انطلاق للتعريف بالمنشورات الوفيرة حول هذه المواضـيع و الأمور المتعلقة بها.



الشكل 1.5 نموذج لعملية التدني.

1.5 نموذج تدن degredation model

كما هو مبين في الشكل 1.5 ، ستنمذج عملية التدني في هذا الفصـل كعامل مؤثر operator (أو كنظام) H، الذي يعمل مع حد (مركبة) ضـجيج جمعي $\eta(x, y)$ على التأثير على صـورة دخل$f(x, y)$ لينتج صـورة متدنية$g(x, y)$. يمكن أن ينظر الى مسألة استعادة الصـورة الرقمية على أنها مسألة الحصـول على تقريب للصـورة $\hat{f}(x, y)$ اذا أعطيت الصـورة$g(x, y)$ ومعرفة بالتدني ممثلة بالعامل المؤثر H. يفترض أن معرفتنا حول $\eta(x, y)$ تقتصـر على معلومات ذات طبيعة احصـائية statistical nature.

1.1.5 بعض التعاريف

تعطى علاقة الخرج بالدخل في الشكل 1.5 بالمعادلة

$$g(x,y) = Hf(x,y) + \eta(x,y) \qquad (1-1.5)$$

دعنا نفترض مؤقتا أن $\eta(x,y) = 0$ بحيث يكون $g(x,y) = Hf(x,y)$. نعرف H بأنه خطي linear اذا كان

$$H[k_1 f_1(x,y) + k_2 f_2(x,y)] = k_1 Hf_1(x,y) + k_2 Hf_2(x,y) \qquad (2-1.5)$$

حيث k_1 و k_2 مقداران ثابتان و $f_1(x,y)$ و $f_2(x,y)$ هما أية صورتي دخل. اذا جعلنا $k_1 = k_2$، فان المعادلة (2-1.5) تصبح

$$H[f_1(x,y) + f_2(x,y)] = Hf_1(x,y) + Hf_2(x,y) \qquad (3-1.5)$$

التي تدعى خاصة الجمعية additivity. هذه الخاصة تقول، ببساطة، اذا كان H عاملا مؤثرا خطيا، فان الاستجابة لمجموع دخلين تساوي مجموع الاستجابتين.

اذا جعلنا $f_2(x,y) = 0$، فان المعادلة (2-1.5) تصبح

$$H[k_1 f_1(x,y)] = k_1 Hf_1(x,y) \qquad (4-1.5)$$

وهذا مايسمى خاصة التجانس homogeneity التي تقول: ان الاستجابة لمضاعف ثابت multiple constant لأي دخل يساوي الاستجابة لذلك الدخل مضروبا بنفس الثابت. وهكذا نرى أن للعامل المؤثر الخطي خاصتي الجمعية و التجانس.

يقال عن عامل مؤثر ذي علاقة دخل – خرج $g(x,y) = Hf(x,y)$ أنه غير متعلق بالموضع (أو الحيز) space – invariant اذا كان

$$Hf(x-\alpha, y-\beta) = g(x-\alpha, y-\beta) \qquad (5-1.5)$$

من أجل أية صورة $f(x,y)$ وأية α أو β. ان هذا التعريف يدل على أن الاستجابة في أية نقطة من الصورة تعتمد على قيمة الدخل في تلك النقطة فقط، وليس على موضع النقطة.

2.1.5 نموذج تدن للدوال المستمرة

degredation model for continuous functions

من تعريف الدالة النبضية المعطى بالمعادلة (3.3 – 46)، نستطيع أن نعبر عن $f(x, y)$ بالشكل

$$f(x,y) = \iint_{-\infty}^{\infty} f(\alpha, \beta)\delta(x-\alpha, y-\beta)\, d\alpha\, d\beta \qquad (6-1.5)$$

عندئذ، اذا كانت $\eta(x, y) = 0$ في المعادلة (1.5 – 1)، يكون

$$g(x,y) = Hf(x,y) = H\iint_{-\infty}^{\infty} f(\alpha, \beta)\delta(x-\alpha, y-\beta)\, d\alpha\, d\beta \qquad (7-1.5)$$

اذا كان H عاملا مؤثرا، ونحن نفترض أن خاصــــة الجمعية صــحيحة من أجل التكاملات، يكون عندئذ

$$g(x,y) = \iint_{-\infty}^{\infty} H[f(\alpha, \beta)\delta(x-\alpha, y-\beta)]\, d\alpha\, d\beta \qquad (8-1.5)$$

نظرا لأن $f(\alpha, \beta)$ مستقلة عن x و y ، ينتج من خاصـة التجانس أن

$$g(x,y) = \iint_{-\infty}^{\infty} f(\alpha, \beta)H\delta(x-\alpha, y-\beta)\, d\alpha\, d\beta \qquad (9-1.5)$$

ان الحد

$$h(x, \alpha, y, \beta) = H\delta(x-\alpha, y-\beta) \qquad (10-1.5)$$

يدعى الاستجابة النبضية لـ H. بكلمات أخرى، اذا كانت $\eta(x, y)=0$ في المعادلة (1.5 – 1)، نرى أن $h(x, \alpha, y, \beta)$ هي استجابة H لنبضـة عند الاحداثيين (α,β). في البصـريات، تصبح النبضـة نقطة ضـوء ويشار عادة لـ$h(x, \alpha, y, \beta)$ في هذه الحالة بـ دالة نشر النقطة point spread function (PSF).

ان تعويض المعادلة (1.5 – 10) في المعادلة (1.5 – 9) يعطي العلاقة

$$g(x,y) = \iint_{-\infty}^{\infty} f(\alpha, \beta)h(x, \alpha, y, \beta)\, d\alpha\, d\beta \qquad (11-1.5)$$

التي تســـمى تكـــامــل التراكب (أو فـريـدهـولم Fredholm) من النـوع الأول superposition integral.ان هذه العبارة ذات أهمية أساسية في نظرية النظام الخطي. انها تنص على أنه اذا كانت استجابة H لنبضـة ما معروفة، يمكن عندئذ حساب الاستجابة لأي دخل $f(\alpha,\beta)$ بالمعـادلة (1.5 – 11). بكلمات أخرى، يوصـ ـف نظام خطي H وصفـا تاما باستجـابتـه النبضية. اذا كان H غير متغير بالنسبة للموضـع position invariant، ينتج من المعادلة (1.5 – 5) أن

$$H\delta(x-\alpha, y-\beta) = h(x-\alpha, y-\beta) \qquad (12-1.5)$$

تبسط المعادلة (1.5 – 11) في هذه الحالة الى

$$g(x,y) = \iint_{-\infty}^{\infty} f(\alpha,\beta)h(x-\alpha, y-\beta)\, d\alpha\, d\beta \qquad (13-1.5)$$

الذي يعرف بـ "تكامل الطي" المعرف بالمعادلة (3.3 – 30).

بوجود الضـــجيج الجمعي، المعـادلة التي تصـف نموذج تدن خطي inear degredation model تصـبح

$$g(x,y) = \iint_{-\infty}^{\infty} f(\alpha,\beta)h(x,\alpha,y,\beta)\, d\alpha\, d\beta + \eta(x,y) \qquad (14-1.5)$$

اذا كان H غير متغير بالنسبة للموضـع، تصبح هذه المعادلة

$$g(x,y) = \iint_{-\infty}^{\infty} f(\alpha,\beta)h(x-\alpha, y-\beta)\, d\alpha\, d\beta + \eta(x,y) \qquad (15-1.5)$$

طبعا، يفترض أن الضـجيج في كلتا الحالتين مستقل عن الموضـع في الصـورة.

يمكن تقريب أنواع كثيرة من "التدنيات" degredations بعمليات خطية غير متغيرة بالنسبة للموضـع position invariant. ان مزية هذه الطريقة هي أن الأدوات الشاملة لنظرية النظام الخطي تصبح عندئذ متوفرة لحل مسائل استعادة الصـورة. ان التقنيات غير الخطية والمتغيرة بالنسبة للحيز space variant تقدم صـعوبات ذات حل غير معروف غالبا، أو صـعبة الحل جدا حسـابيا، على الرغم من أنها أكثر عمومية (وأكثر دقة عادة). تركز العناية في هذا الفصـل على تقنيات الاستعادة الخطية غير

المتغيرة بالنسبة للموضــع. ولكن، كما سنرى في المناقشة التالية، حتى هذا التبسيط، يمكن أن ينتج مشاكل حسابية والتي اذا عولجت مباشرة، فانها ستكون خارج امكانات معظم حواسيب الوقت الحاضـر.

3.1.5 التشكيل المتقطع discrete formulation

يبسط تطوير نموذج التدني المتقطع، غير المتغير بالنسبة للحيز بالبدء بالحالة أحادية–البعد واهمال حد الضـجيج مؤقتا. افترض أن دالتين $f(x)$ و $h(x)$ قد اعتيننا بانتظام لتشكيل صـفيفين بعديهما A و B، على التوالي. في هذه الحالة، نفسر x بأنه متحول متقطع في الأمداء $0,1,2,....,A-1$ ، من أجل $f(x)$ و $0,1,2,...,B-1$ ، من أجل $h(x)$. ان تشكيل الطي المتقطع المعطى في القسم 8.3.3 مبني على افتراض أن الدوال المعتانة دورية بدور قدره M. يتم تجنب التراكب في الأدوار الفردية للطي الناتج باختيار $M>A+B-1$ وتمديد الدوال بأصـفار بحيث يساوي طولها M. بجعل $f_e(x)$ و $h_e(x)$ تمثلان الدوال الممددة، ينتج من المعادلة (3.3–29) أن طي هذه الدوال يعطى بالمعادلة

$$g_e(x) = \sum_{m=0}^{M-1} f_e(m)h_e(x-m) \qquad (16-1.5)$$

من أجل $x=0,1,2,..., M-1$. لأننا افترضـنا أن كلا من $f_e(x)$ و $g_e(x)$ ذات دور يساوي M ، فان $g_e(x)$ لها هذا الدور أيضـا.

يمكن التحقق بسهولة بمعالجة المصـفوفات أن المعادلة (1.5–16) يمكن أن يعبر عنها بالشكل

$$\mathbf{g} = \mathbf{Hf} \qquad (17-1.5)$$

حيث ان f و g هما متجها عمود بـ M– بعدا M – dimensional column vectors ويعطيان بالشكل التالي:

$$\mathbf{f} = \begin{bmatrix} f_e(0) \\ f_e(1) \\ \vdots \\ f_e(M-1) \end{bmatrix} \qquad (18-1.5)$$

و

$$\mathbf{g} = \begin{bmatrix} g_e(0) \\ g_e(1) \\ \vdots \\ g_e(M-1) \end{bmatrix} \qquad (19-1.5)$$

H هي المصفوفة التي أبعادها M × M

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} h_e(0) & h_e(-1) & h_e(-2) & \cdots & h_e(-M+1) \\ h_e(1) & h_e(0) & h_e(-1) & \cdots & h_e(-M+2) \\ h_e(2) & h_e(1) & h_e(0) & \cdots & h_e(-M+3) \\ \vdots & & & & \\ h_e(M-1) & h_e(M-2) & h_e(M-3) & \cdots & h_e(0) \end{bmatrix} \qquad (20-1.5)$$

لأننا افترضنا أن $h_e(x)$ دورية تكون $h_e(x)=h_e(M+x)$. باستعمال هذه الخاصة، يمكن كتابة المعادلة (1.5−20) بالشكل

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} h_e(0) & h_e(M-1) & h_e(M-2) & \cdots & h_e(1) \\ h_e(1) & h_e(0) & h_e(M-1) & \cdots & h_e(2) \\ h_e(2) & h_e(1) & h_e(0) & \cdots & h_e(3) \\ \vdots & & & & \\ h_e(M-1) & h_e(M-2) & h_e(M-3) & \cdots & h_e(0) \end{bmatrix} \qquad (21-1.5)$$

تلعب بنية هذه المصـفوفة دورا أسـاسيا عبر بقية هذا الفصـل. من المعادلة (1.5 – 21) نرى أن صـفوف H ترتبط فيما بينها بانتقال دائري circular shift الى اليمين، أي أن عنصر أقصى اليمين في صف ما يساوي عنصرا أقصى اليسار في الصف الذي يقع تحته مباشرة. يسمى الانتقال دائريا لأن العنصر المنتقل من النهاية اليمنى لصف ما يظهر في النهاية اليسرى. ويلاحظ أيضا في المعادلة (1.5 – 21) أن الدائرية كاملة، بمعنى أنها تمتد من الصف الأخير رجوعا الى الصف الأول. ان المصفوفة المربعة التي يكون فيها كل صف انتقال دائري للصف السابق، والصف الأول هو انتقال دائري للصف الأخير، تسمى "المصفوفة الدوارة" circulant matrix. من المهم ألا يغيب عن الذهن أن السلوك الدائري لـ H هو نتيجة مباشرة للدورية المفروضة في $h(x)$.

مثال: افترض أن A=4 و B=3. يمكن أن نفترض أن M=6 وعندئذ نضيف صفرين الى عينات $f(x)$ وثلاثة أصفار لعينات $h(x)$. في هذه الحالة، f و g هما متجهان سداسيا الأبعاد و H هي المصفوفة ذات الأبعاد 6×6.

$$\mathbf{H}=\begin{bmatrix} h_e(0) & h_e(5) & h_e(4) & \cdots & h_e(1)\\ h_e(1) & h_e(0) & h_e(5) & \cdots & h_e(2)\\ h_e(2) & h_e(1) & h_e(0) & \cdots & h_e(3)\\ \vdots & & & & \\ h_e(5) & h_e(4) & h_e(3) & \cdots & h_e(0) \end{bmatrix}$$

ولكن، لأن $h_e(x)=0$ من أجل $x=3,4,5$ ، و $h_e(x)=h(x)$ من أجل $x=0,1,2$ ، يكون لدينا

$$\mathbf{H}=\begin{bmatrix} h(0) & & & & h(2) & h(1)\\ h(1) & h(0) & & & & h(2)\\ h(2) & h(1) & h(0) & & & \\ & h(2) & h(1) & h(0) & & \\ & & h(2) & h(1) & h(0) & \\ & & & h(2) & h(1) & h(0) \end{bmatrix}$$

حيث ان جميع العناصر التي لم يشر اليها في المصفوفة هي أصفار.

ان تمديد المناقشة السابقة الى نموذج تدن متقطع ثنائي - الأبعاد two - demensional discrete degredation model يمكن أن يتم مباشرة. اذا كان لدينا صورتان $f(x, y)$ و $h(x, y)$ مرقمنتان بقياسين A × B و C × D ، على التوالي، نشكل الصورتين الممددتين بقياس M × N بملء الدالتين المذكورتين أعلاه بأصفار. كما أشرنا في القسم 8.3.3 ، فإن أحد الاجراءات لعمل ذلك هو أن نجعل

$$f_e(x, y) = \begin{cases} f(x, y) & 0 \leq x \leq A-1 \quad \text{and} \quad 0 \leq y \leq B-1 \\ 0 & A \leq x \leq M-1 \quad \text{or} \quad B \leq y \leq N-1 \end{cases}$$

و

$$h_e(x, y) = \begin{cases} h(x, y) & 0 \leq x \leq C-1 \quad \text{and} \quad 0 \leq y \leq D-1 \\ 0 & C \leq x \leq M-1 \quad \text{or} \quad D \leq y \leq N-1 \end{cases}$$

اذا عاملنا الدالتين الممددتين $f_e(x,y)$ و $h_e(x, y)$ على أنهما دوريتان في بعدين، بدورين M و N في الاتجاهين x و y، على التوالي، ينتج عندئذ من المعادلة (3.3 - 35) أن طي هاتين الدالتين يعطى بالعلاقة

$$g_e(x, y) = \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} f_e(m, n) h_e(x-m, y-n) \qquad (22-1.5)$$

من أجل $x=0,1,2,\ldots,M-1$ و $y=0,1,2,\ldots,N-1$. ان دالة الطي $g_e(x, y)$ دورية بنفس دور $f_e(x, y)$ و $h_e(x, y)$. يتم تجنب تراكب أدوار الطي الفردية باختيار $M \geq A+C-1$ و $N \geq B+D-1$. ولكي نكمل نموذج التدني المتقطع، نضيف حد ضجيج متقطع ممدد $\eta_e(x, y)$ أبعاده M × N الى المعادلة (1.5 - 22) بحيث يكون

$$g_e(x, y) = \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} f_e(m, n) h_e(x-m, y-n) + \eta_e(x, y) \qquad (23-1.5)$$

من أجل $x=0,1,2,\ldots,M-1$ و $y=0,1,2,\ldots,N-1$.

دع f و g و n تمثل متجهات أعمدة بأبعاد MN– مشكلة بتكديس صفوف الدوال$f_e(x, y)$ و$g_e(x, y)$ و$\eta_e(x, y)$ ذوات الأبعاد $M \times N$. فعلى سبيل المثال، الـ N عنصـرا الأولى لـ f هي العناصـر الكائنة في الصف الأول من $f_e(x, y)$، و الـ N عنصـرا التالية هي من الصـف التالي، وهكذا من أجل الـ M صـفا لـ$f_e(x, y)$.
باستعمال هذا الاصطلاح، يمكن التعبير عن المعادلة (1.5–23) في صيغة مصفوفة—المتجه vector – matrix التالية:

$$\mathbf{g} = \mathbf{Hf} + \mathbf{n} \qquad (24-1.5)$$

حيث ان f و g و n هي بأبعاد (MN)×1 و H بأبعاد MN×MN. تتكون هذه المصفوفة من M^2 جزءا، كل جزء بأبعاد N×N و مرتب طبقا لما يلي

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_0 & \mathbf{H}_{M-1} & \mathbf{H}_{M-2} & \cdots & \mathbf{H}_1 \\ \mathbf{H}_1 & \mathbf{H}_0 & \mathbf{H}_{M-1} & \cdots & \mathbf{H}_2 \\ \mathbf{H}_2 & \mathbf{H}_1 & \mathbf{H}_0 & \cdots & \mathbf{H}_3 \\ \vdots & & & & \\ \mathbf{H}_{M-1} & \mathbf{H}_{M-2} & \mathbf{H}_{M-3} & \cdots & \mathbf{H}_0 \end{bmatrix} \qquad (25-1.5)$$

يبنى كل جزء $\mathbf{H}_j$ من الصف رقم j من الدالة الممددة$h_e(x, y)$كما يلي:

$$\mathbf{H}_j = \begin{bmatrix} h_e(j, 0) & h_e(j, N-1) & h_e(j, N-2) & \cdots & h_e(j, 1) \\ h_e(j, 1) & h_e(j, 0) & h_e(j, N-1) & \cdots & h_e(j, 2) \\ h_e(j, 2) & h_e(j, 1) & h_e(j, 0) & \cdots & h_e(j, 3) \\ \vdots & & & & \\ h_e(j, N-1) & h_e(j; N-2) & h_e(j, N-3) & \cdots & h_e(j, 0) \end{bmatrix} \qquad (26-1.5)$$

حيث، كما في المعادلة (1.5–21)، تم استخدام دورية$h_e(x, y)$.يلاحظ أن Hj هي مصفوفة دوارة، وأن الرموز الدليلية subscripts لكتل H قد كتبت بطريقة دوارة. لهذه الأسباب، غالبا ما تدعى المصفوفة المعطاة بالمعادلة (1.5–25) مصفوفة الكتل الدوارة block – circulant – matrix.

ان معظم المناقشة في القسم التالي مركزة حول نموذج التدني المتقطع المعطى بالمعادلة (1.5–24). من المهم ألا يغيب عن الذهن أن هذه المعادلة اشتقت بافتراض عملية

تدن خطية غير متغيرة بالنسبة للموضـع. كما أشير سابقاً، الغرض هو تقدير الصـورة المثالية $f(x, y)$ ، اذا أعطيت $g(x, y)$ ومعرفة بـ $h(x, y)$ و $\eta(x, y)$. و بدلالة المعادلة (1.5 – 24)، هذا يعني أننا مهتمون بتقدير f، اذا أعطينا g و بعض المعرفة حول H و n.على الرغم من أن المعادلة (1.5 – 24) تبدو، بشكل مضـلل، بسيطة فإن حلاً مباشراً لهذه المعادلة للحصـول على عناصـر f هو مهمة حسابية ضـخمة لصـور بقياسات عملية. فعلى سبيل المثال، إذا كانت M=N=512 ، فان حجم H هو 262144×262144 . وهكذا، فان الحصـول على f مباشرة سيتطلب حل نظام مكون من 262144 معادلة خطية آنية. لحسن الحظ، يمكن تخفيض تعقيد هذه المسألة بالاستفادة من الخواص الدوارة لـ H، كما هو مبين في القسم التالي.

2.5 جعل المصـفوفات الدوارة ومصـفوفات الكتل – الدوارة قطرية

diagonalization of circulant and block – circulant matrices

نبين في هذا القسم أن الحلول المعقولة حسابياً يمكن الحصـول عليها من النموذج المعطى بالمعادلة (1.5 – 24) بجعل المصـــفوفة H قطرية. لتبسيط الشرح نبدأ المناقشة بدراســة المصـــفوفات الدوارة. بعدئذ يمدد الاجراء الى مصـــفوفات الكتل الدوارة .block – circulant matrices

1.2.5 المصفوفات الدوارة circulant matrices

لنأخذ مصـفوفة دوارة أبعادها M × M من الشكل

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} h_e(0) & h_e(M-1) & h_e(M-2) & \cdots & h_e(1) \\ h_e(1) & h_e(0) & h_e(M-1) & \cdots & h_e(2) \\ h_e(2) & h_e(1) & h_e(0) & \cdots & h_e(3) \\ \vdots & & & & \\ h_e(M-1) & h_e(M-2) & h_e(M-3) & \cdots & h_e(0) \end{bmatrix} \qquad (1-2.5)$$

لنعرف دالة لا اتجاهية λ(k) و متجهها w(k) كما يلي:

$$\lambda(k) = h_e(0) + h_e(M-1)\exp\left[j\frac{2\pi}{M}k\right] + h_e(M-2)\exp\left[j\frac{2\pi}{M}2k\right] + \cdots + h_e(1)\exp\left[j\frac{2\pi}{M}(M-1)k\right] \quad (2-2.5)$$

حيث ان $j=\sqrt{-1}$ ، و

$$\mathbf{w}(k) = \begin{bmatrix} 1 \\ \exp\left[j\frac{2\pi}{M}k\right] \\ \exp\left[j\frac{2\pi}{M}2k\right] \\ \vdots \\ \exp\left[j\frac{2\pi}{M}(M-1)k\right] \end{bmatrix} \quad (3-2.5)$$

من أجل $k=0,1,2,\ldots, M-1$. يمكن أن نبين بضرب المصفوفات matrix multiplication أن

$$\mathbf{H}\mathbf{w}(k) = \lambda(k)\mathbf{w}(k) \quad (4-2.5)$$

تدل هذه المصفوفة على أن w(k) هو متجه مميز eigenvector للمصفوفة الدوارة H و (k) هي قيمتها المميزة المقابلة.

افترض أننا نشكل مصفوفة W أبعادها M×M باستعمال الـ M متجها مميزا لـ H كأعمدة، أي

$$\mathbf{W} = [\mathbf{w}(0) \quad \mathbf{w}(1) \quad \mathbf{w}(2) \quad \cdots \quad \mathbf{w}(M-1)] \quad (5-2.5)$$

يعطى عنصر W رقم ki مشارا اليه بـ W(k,i) بالمعادلة

$$W(k,i) = \exp\left[j\frac{2\pi}{M}ki\right] \quad (6-2.5)$$

من أجل $k,i=0,1,2,\ldots, M-1$. بسبب خصائص التعامد للأس العقدي orthogonality properties of the complex exponential، يمكن كتابة معكوس المصفوفة، W^{-1} ، بالمعاينة inspection. ان عنصرها رقم ki مرموزا له بـ $W^{-1}(k,i)$

يعطى بالمعادلة

$$W^{-1}(k, i) = \frac{1}{M} \exp\left[-j \frac{2\pi}{M} ki \right] \qquad (7-2.5)$$

يمكن باستعمال المعادلتين (2.5-6) و (2.5-7) التحقق أن

$$\mathbf{WW^{-1} = W^{-1}W = I} \qquad (8-2.5)$$

حيث ان I هي المصفوفة الواحدية identity matrix ذات الأبعاد M×M.

ان أهمية وجود معكوس المصفوفة، W^{-1} ، تكمن في أنه يضمن أن تكون أعمدة W (أي المتجهات المميزة لـ H) مستقلة خطيا linearly independent. ينتج عندئذ من نظرية المصفوفات الأولية (Nobel 1969) أنه يمكن التعبير عن H بالشكل

$$\mathbf{H = WDW^{-1}} \qquad (9-2.5)$$

أو، باستعمال المعادلة (2.5-8)

$$\mathbf{D = W^{-1}HW} \qquad (10-2.5)$$

حيث ان D هي مصفوفة قطرية و عناصرها $D(k, k)$ هي القيم المميزة eigenvalues لـ H، أي

$$D(k, k) = \lambda(k) \qquad (11-2.5)$$

تدل المعادلة (2.5-10) على أن H تُجعل قطرية باستعمال W^{-1} و W بالترتيب المشار اليه.

2.2.5 مصفوفات الكتل-الدوارة block – circulant matrices

ان مصفوفة التحويل لجعل الكتل الدوارة block circulants قطرية تبنى كمايلي:

دع

$$w_M(i, m) = \exp\left[j \frac{2\pi}{M} im \right] \qquad (12-2.5)$$

و

$$w_N(k, n) = \exp\left[j \frac{2\pi}{N} kn \right] \qquad (13-2.5)$$

بناءا على هذه الملاحظة، نعرف مصـفوفة W قياسها $MN \times MN$، وتحتوي M^2 جزءا بقياس $N \times N$. يعرف الجزء رقم im من W بالمعادلة

$$\mathbf{W}(i, m) = w_M(i, m)\mathbf{W}_N \qquad (14-2.5)$$

من أجل $i,m=0,1,2,\ldots,M-1$. ان W_N هي مصـفوفة أبعادها $N \times N$ وعناصـرها

$$\mathbf{W}_N(k, n) = w_N(k, n) \qquad (15-2.5)$$

من أجل $k,n=0,1,2,\ldots, N-1$. ان معكوس المصـفوفة، W^{-1} ، هي أيضـا مصفوفة بقيـاس $MN \times MN$ وتحتوي على M^2 جزءا بقيـاس N×N. يعرف الجزء رقم im من المصـفوفة W^{-1} ، مرموزا اليه بـ $W^{-1}(i,m)$ ، كما يلي

$$\mathbf{W}^{-1}(i, m) = \frac{1}{M} w_M^{-1}(i, m)\mathbf{W}_N^{-1} \qquad (16-2.5)$$

حيث ان $w^{-1}(i,m)$ تعطى بالمعادلة

$$w_M^{-1}(i, m) = \exp\left[-j\frac{2\pi}{M}im\right] \qquad (17-2.5)$$

من أجل $i,m=0,1,2,\ldots,M-1$. للمصـفوفة W^{-1} عناصر

$$W_N^{-1}(k, n) = \frac{1}{N} w_N^{-1}(k, n) \qquad (18-2.5)$$

حيث

$$w_N^{-1}(k, n) = \exp\left[-j\frac{2\pi}{N}kn\right] \qquad (19-2.5)$$

من أجل $k,n=0,1,2,\ldots,N-1$. يمكن التحقق بالتعويض المباشر لعناصـر W و W^{-1}، المذكورة أعلاه أن

$$\mathbf{W}\mathbf{W}^{-1} = \mathbf{W}^{-1}\mathbf{W} = \mathbf{I} \qquad (20-2.5)$$

حيث ان I هي المصـفوفة الواحدية ذات الأبعاد MN×MN.

باستخدام النتائج الواردة في القسم السابق، يمكن أن نبين (Hunt 1973) أنه اذا كانت H مصـفوفة كتل دوارة، يمكن أن تكتب كما يلي

$$\mathbf{H} = \mathbf{WDW}^{-1} \qquad (21-2.5)$$

أو

$$\mathbf{D} = \mathbf{W}^{-1}\mathbf{HW} \qquad (22-2.5)$$

حيث ان D هي مصـفوفة قطرية تتعلق عناصـرها $D(k, k)$ بتحويل فوريه المتقطع للدالة الممددة $h_e(x, y)$ المعطاة في القسم 3.1.5. و يمكن أن نبين أيضـا أن منقول المصـفوفة H، مرموزا اليه بـ H، يعطى بالمعادلة

$$\mathbf{H}' = \mathbf{WD}^*\mathbf{W}^{-1} \qquad (23-2.5)$$

حيث ان D^* هو المترافق العقدي complex conjugate لـ D.

3.2.5 آثار جعل المصـفوفات قطرية على نموذج التدني.

effects of diagonalization on the degredation model

نظرا لأ المصـــفوفة H في النموذج الأحادي-البعد المتقطع للمعادلة (1.5-17) هي مصـــفوفة دوارة، يمكن أن يعبر عنها بشكـل المعـادلة (2.5-9). تصـــبح المعادلة (1.5-17) عندئذ

$$\mathbf{g} = \mathbf{WDW}^{-1}\mathbf{f} \qquad (24-2.5)$$

باعادة ترتيب هذه المعادلة يصـبح لدينا

$$\mathbf{W}^{-1}\mathbf{g} = \mathbf{DW}^{-1}\mathbf{f} \qquad (25-2.5)$$

ان الجداء $\mathbf{W}^{-1}\mathbf{f}$ هو متجـه عمود بـ M- بعدا. من المعادلة (2.5-7) و تعريف f المعطى في القسم 3.1.5، يعطى العنصـر رقم k من لجداء $\mathbf{W}^{-1}\mathbf{f}$ و الذي نرمز له بـ $F(k)$، بالمعادلة

$$F(k) = \frac{1}{M}\sum_{i=0}^{M-1} f_e(i)\exp\left[-j\frac{2\pi}{M}ki\right] \qquad (26-2.5)$$

من أجل $k=0,1,2,\ldots, M-1$. تعرف هذه المعـادلة بـ "تحويل فورييـه المتقطع للتتابع الممدد $f_e(x)$. بكلمات أخرى، ان ضـرب f بـ W^{-1} يعطي متجها عناصــره هي تحويلات فورييه لعناصـر f. بشكل مشابه، $W^{-1}g$ يعطي تحويل فورييه لعناصـر g مرموزا اليها بـ $G(k), k=0,1,2,\ldots,M-1$.

بعد ذلك نتفحص المصفوفة D في المعادلة (2.5–25). نحن نعرف من المناقشة الواردة في القسم 2.5–1 أن عناصـر القطر الرئيسي main – diagonal لـ D هي القيم المميزة eigenvalues للمصـفوفة الدوارة H. ان القيم المميزة معطاة في المعادلة (2.5–2) التي، باستعمال الحقيقة المجسدة في المعادلة التالية

$$\exp\left[j\frac{2\pi}{M}(M-i)k\right] = \exp\left[-j\frac{2\pi}{M}ik\right] \qquad (27-2.5)$$

يمكن أن تكتب بالشكل

$$\begin{aligned}\lambda(k) = h_e(0) + h_e(1)\exp\left[-j\frac{2\pi}{M}k\right] + h_e(2)\exp\left[-j\frac{2\pi}{M}2k\right] \\ + \cdots + h_e(M-1)\exp\left[-j\frac{2\pi}{M}(M-1)\right]\end{aligned} \qquad (28-2.5)$$

من المعادلتين (2.5–11) و (2.5–28) لدينا

$$D(k,k) = \lambda(k) = \sum_{i=0}^{M-1} h_e(i)\exp\left(-j\frac{2\pi}{M}ki\right) \qquad (29-2.5)$$

من أجل $k=0,1,2,\ldots,M-1$. يعرف الطرف الأيمن من هذه المعادلة بـ $MH(k)$ ، حيث ان $H(k)$ هو تحويل فورييه المتقطع للتتابع الممدد $h_e(x)$. وهكذا

$$D(k,k) = MH(k). \qquad (30-2.5)$$

نستطيع دمج هذه التحويلات في نتيجة واحدة. نظرا لأن D مصـفوفة قطرية، فان جداء D مع أي متجه يضـرب كل عنصـر من ذلك المتجه بعنصـر قطري وحيد من D. وبالتالي فإن صيـغة المصـفوفة المعطاة بالمعادلة (2.5–25) يمكن أن تخفض الى جداء حد–بحد term – by – term لتتابعات تحويل فورييه أحادي البعد. بكلمات أخرى،

$$G(k) = MH(k)F(k) \qquad (31-2.5)$$

من أجل $k=0,1,2,\ldots,M-1$ ، حيث ان $G(k)$ هي عنـاصـــر المتجـه $W^{-1}g$ ، و $MH(k)F(k)$ هي عناصر المتجه $DW^{-1}f$. يعرف الجانب الأيمن من المعادلة (31-2.5) بطي $f_e(x)$ مع $h_e(x)$ في المجال الترددي (انظر القسم 3.3-8). من وجهة نظر حسابية، تتضمن هذه النتيجة تبسيطا هاماً لأن $G(k)$ و $H(k)$ و $F(k)$ هي تحويلات متقطعة بـ M- عينة، والتي يمكن الحصول عليهما باستخدام خوارزمية تحويل فورييه السريع FFT.

يوجد اجراء مشابه لذلك الذي طورناه أعلاه، يعطي من أجل نموذج التدني ثنائي-الأبعاد نتائج مكافئة. ان ضـرب طرفي المعادلة (24-1.5) بـ W^{-1} ، واستعمال المعادلتين (20-2.5) و (21-2.5)، يعطي

$$\mathbf{W}^{-1}\mathbf{g} = \mathbf{D}\mathbf{W}^{-1}\mathbf{f} + \mathbf{W}^{-1}\mathbf{n} \qquad (32-2.5)$$

حيث ان W^{-1} هي مصـــفوفة أبعـادها $MN \times MN$ و عنـاصــرها معطاة بالمعادلة (16-2.5) و D هي مصـفوفة قطرية أبعادها $MN \times MN$ و H هي مصـفوفة الكتل الدوارة block – circulant matrix التي أبعادها $MN \times MN$ المعرفة بالمعادلة (25-1.5) و f و g هما متجهان بأبعاد MN مشكلان بتكديس صـفوف الصـور الممددة $f_e(x, y)$ و $g_e(x, y)$.

ان الطرف الأيسر من المعادلة (32-2.5) هو متجه أبعاده $MN \times 1$ ، دعنا نرمز لعناصـره بـ

$G(0,0), G(0,1), \ldots, G(0, N-1); G(1,0), G(1,1), \ldots, G(1, N-1), \ldots; G(M-1,0), G(M-1,1), \ldots, G(M-1, N-1).$

يمكن اثبات (Hunt 1973) أن

$$G(u, v) = \frac{1}{MN} \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} g_e(x, y) \exp[-j2\pi(ux/M + vy/N)] \quad (33-2.5)$$

من أجل $u=0,1,2,\ldots,M-1$ و $v=0,1,2,\ldots,N-1$. تعرف هذه الصـــيغة بـ "تحويل فورييـه ثنـائي الأبعـاد لـ $g_e(x, y)$، بكـلمـات أخرى، ان عنـاصـــر $W^{-1}g$ تقابل

الصـــــفـوف المكـدســـة لمصـــفوفة تحويل فورييـه بعنـاصـــر $G(u, v)$ من أجل $u=0,1,2,\ldots,M-1$ و $v=0,1,2,\ldots,N-1$. بشكـل مشـابه، المتجهـان $W^{-1}f$ و $W^{-1}n$ أبعادهما MN ويحتويان عناصـر $F(u, v)$ و $N(u, v)$، حيث

$$F(u, v) = \frac{1}{MN} \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} f_e(x, y) \exp[-j2\pi(ux/M + vy/N)] \quad (34-2.5)$$

و

$$N(u, v) = \frac{1}{MN} \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} \eta_e(x, y) \exp[-j2\pi(ux/M + vy/N)] \quad (35-2.5)$$

من أجل $u=0,1,2,\ldots,M-1$ و $v=0,1,2,\ldots,N-1$.

أخيراً، إن عناصـر المصـفوفة القطرية D تتعلق بتحويل فورييه لدالة استجابة النبضـة الممددة $h_e(x, y)$، أي

$$H(u, v) = \frac{1}{MN} \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} h_e(x, y) \exp[-j2\pi(ux/M + vy/N)] \quad (36-2.5)$$

من أجل $u=0,1,2,\ldots,M-1$ و $v=0,1,2,\ldots,N-1$. تشكل العناصـر القطرية MN لـ D كمايلي. الـ N عنصـرا الأولى هي؛ $H(0,0),H(0,1),\ldots,H(0,N-1)$ والـ N عنصـرا التالية هي؛ $H(1,0),H(1,1),\ldots,H(1,N-1)$ وهكذا، والـ N عنصـرا القطرية الأخيرة هي $H(M-1,0),H(M-1,1),\ldots,H(M-1,N-1)$. ان العناصـر خارج القطر هي بالطبع صـفر. ان المصـفوفة المشكلة من العناصـر المذكورة أعلاه تضـرب بعدئذ بأكملها بـ MN للحصـول على D. ان الطريقـة التـاليـة هي أكثر إيجازاً في وصـــف عمليه بناء المصـفوفة المشروح أعلاه:

$$D(k, i) = \begin{cases} MNH\left(\left[\frac{k}{n}\right], k \bmod N\right) & \text{if } i = k \\ 0 & \text{if } i \neq k \end{cases} \quad (37-2.5)$$

حيث تستعمل [p] للاشارة الى العدد الصـحيح الأكبر الذي لايزيد على p، و k mod N هو الباقي الذي يحصـل عليه بقسمة k على N.

باستعمال المعادلات (2.5 – 33) حتى (2.5 – 36)، ليس صعبا أن نبين أن العناصر الافرادية للمعادلة (2.5 – 33) تتعلق ببعضها طبقا للمعادلة

$$G(u, v) = MNH(u, v)F(u, v) + N(u, v) \qquad (38-2.5)$$

من أجل $u=0,1,2,\ldots,M-1$ و $v=0,1,2,\ldots,N-1$. نظرا لأن الحد MN هو ببساطة عامل مقياس، سيكون ملائما من أجل الأغراض الاصطلاحية أن يمتص في $H(u, v)$. بهذا الافتراض، يمكن التعبير عن المعادلتين (2.5 – 37) و (2.5 – 38) كما يلي:

$$D(k, i) = \begin{cases} H\left(\left[\frac{k}{N}\right], k \bmod N\right) & \text{if } i = k \\ 0 & \text{if } i \neq k \end{cases} \qquad (39-2.5)$$

من أجل $k,i=0,1,2,\ldots,MN-1$ ، و

$$G(u, v) = H(u, v)F(u, v) + N(u, v) \qquad (40-2.5)$$

من أجل $u=0,1,2,\ldots,M-1$ و $v=0,1,2,\ldots,N-1$ ، حيث يفهم الآن أن $H(u, v)$ مقيس بعامل MN.

ان أهمية المعادلة (2.5 – 38) أو (2.5 – 40) تكمن في أن النظام الكبير من المعادلات المتضمن في النموذج المعطى بالمعادلة (1.5 – 24) يمكن أن يخفض الى حساب تحويلات فورييه متقطعة قليلة بقياس $M \times N$. فعلى سبيل المثال، من أجل $M=N=512$ ، هذه مسألة بسيطة اذا استعملنا تحويل فورييه السريع FFT. و لكن كما ذكرنا سابقا، تصبح المسألة مهمة حسابية غير معقولة على الأغلب، اذا تعاملنا معها عن طريق النموذج المعطى بالمعادلة (1.5 – 24).

ان النموذج المعطى بالمعادلة (1.5 – 24) سيستعمل في الأقسام التالية كأساس لاشتقاق عدة طرق لاستعادة الصورة. بعدئذ، ستبسط النتائج المعطاة بشكل مصفوفة، باستخدام مفاهيم مشتقة في هذا القسم. يجب ألا يغيب عن ذهن القارىء أن التبسيطات التي حصلنا عليها أعلاه هي نتيجة افتراض أن (1) التدني هو عملية خطية غير متغيرة بالنسبة للموضع، و (2) جميع الصور تعامل كدوال دورية ممددة.

قبل الانتقال من هذا القسم، من المهم أن نلاحظ أن المعادلة (2.5 – 40) كان بالامكان كتابتها من المعادلة (1.5 – 15) مباشرة عن طريق نظرية الطي. ولكن، كان غرضنا أن نبين أنه يمكن الحصول على النتيجة نفسها بتشكيل مصفوفي matrix formulation.لقد أسسنا بعملنا هذا عددا من خصائص المصفوفات الهامة المستعملة في القسم التالي لتطوير طريقة موحدة لاستعادة الصورة.

3.5 طريقة جبرية للاستعادة algabraic approach to restoration

كما أشرنا في القسم 3.1.5 ، فإن الهدف من استعادة الصورة هو تقدير صورة أصلية f، اذا أعطيت صورة متدنية g و بعض المعرفة أو الافتراض حول H و n. بافتراض أن هذه الكميات تتعلق ببعضها طبقا للنموذج المعطى بالمعادلة (1.5 – 24)، يمكن تشكيل صنف من مسائل استعادة الصورة في اطار عمل جبري خطي موحد. ان مفهوم البحث عن تقدير لـ f، مرموزا له بـ$\hat{f}$، الذي يخفض الى الحد الأدنى معيارا محددا مسبقا للأداء، أمر مركزي بالنسبة للطريقة الجبرية. نركز العناية في هذا الفصل على دوال معيار التربيعات الصغرى least – squares criterion functions بسبب بساطتها. كما سنرى في الأقسام القادمة، لهذا الخيار مزية اضافية و هي اعطاء أسلوب مركزي لاشتقاق عدة طرق استعادة معروفة جيدا. هذه الطرق هي النتيجة لاعتماد أسلوب مقيد (مشروط) أو غير مقيد لمسألة الاستعادة بطريقة التربيعات الصغرى.

1.3.5 الاستعادة غير المقيدة unconstrained restoration

في المعادلة (1.5 – 24)، أعطي حد الضجيج في نموذج التدني بالعلاقة

$$n = g - Hf \qquad (1-3.5)$$

في غياب أية معرفة حول n، تكون f دالة معيار ذات معنى اذا بحثنا عن $\hat{f}$ بحيث أن $H\hat{f}$ تقرب g بمفهوم التربيعات الصغرى بافتراض أن معيار norm حد الضجيج صغير قدر الامكان. بكلمات أخرى، نرغب في ايجاد $\hat{f}$ بحيث تكون

$$\|n\|^2 = \|g - H\hat{f}\|^2 \qquad (2-3.5)$$

ذات قيمة صغرى. حيث، وبالتعريف،

$\|n\|^2 = n'n$ و $\|g - H\hat{f}\|^2 = (g - H\hat{f})' (g - H\hat{f})$

هما المعياران المربعان squared norms لـ n و $(g-H\hat{f})$ ، على التوالي. من المعادلة (2-3.5) يمكن بشكل مكافىء أن ننظر الى هذه المسألة كمسألة تخفيض دالة المعيار criterion function

$$J(\hat{f}) = \|g - H\hat{f}\|^2 \qquad (3-3.5)$$

الى الحد الأدنى بالنسبة لـ $\hat{f}$. بعيدا عن مطلب تخفيض المعادلة (3-3.5) الى الحد الأدنى، فإن $\hat{f}$ غير مقيدة بأي شكل من الأشكال.

يمكن أن نخفض المعادلة (3-3.5) إلى الحد الأدنى مباشرة. بكل بساطة، نفاضل J بالنسبة لـ $\hat{f}$ ونجعل النتيجة مساوية لمتجه الصفر، أي،

$$\frac{\partial J(\hat{f})}{\partial \hat{f}} = 0 = -2H'(g - H\hat{f}) \qquad (4-3.5)$$

ان حل المعادلة (4-3.5) بالنسبة لـ $\hat{f}$ يعطي

$$\hat{f} = (H'H)^{-1}H'g \qquad (5-3.5)$$

بجعل M=N لتصبح H مصفوفة مربعة، وبافتراض أن H^{-1} موجودة، تبسط المعادلة (5-3.5) الى

$$\begin{aligned} \hat{f} &= H^{-1}(H')^{-1}H'g \\ &= H^{-1}g \end{aligned} \qquad (6-3.5)$$

2-3.5 الاستعادة المقيدة constrained restoration

ليكن Q عاملا خطيا مؤثرا على f. في هذا القسم، نحن نعتبر مسألة الاستعادة التي تعتمد التربيعات الصغرى كمسألة تخفيض دوال من الشكل $\|Q\hat{f}\|^2$ الى الحد الأدنى، خاضعة الى التقييد $\|g - H\hat{f}\|^2 = \|n\|^2$. يقدم هذا الأسلوب مرونة هامة في عملية الاستعادة لأنه يؤدي الى حلول مختلفة من أجل خيارات مختلفة لـ Q. يلاحظ

أن التقييد المفروض على الحل منسجم مع نموذج المعادلة (1.5 – 24). ان اضافة تقييد مساواة equality constraint في مسألة التخفيض الى الحد الأدنى، يمكن الوصول اليه بدون صعوبة باستعمال طريقة مضاعفات لاغرانج Lagrange multipliers method (Elsgolc 1961). يتكون الاجراء من صياغة التقييد بالشكل $\alpha(\|\mathbf{g}-\mathbf{H\hat{f}}\|^2-\|\mathbf{n}\|^2)$ وبعدئذ اضافته الى الدالة $\|\mathbf{Q\hat{f}}\|^2$. بكلمات أخرى، نحن نبحث عن $\mathbf{\hat{f}}$ التي تخفض الى الحد الأدنى دالة المعيار

$$J(\mathbf{\hat{f}}) = \|\mathbf{Q\hat{f}}\|^2 + \alpha(\|\mathbf{g}-\mathbf{H\hat{f}}\|^2 - \|\mathbf{n}\|^2) \qquad (7-3.5)$$

حيث ان α هي ثابت يدعى مضاعف لاغرانج Lagrange multiplier. بمجرد أن أضيف التقييد، يتم اجراء التخفيض إلى الحد الأدنى minimization بالطريقة المألوفة.

ان مفاضلة المعادلة (3.5 – 7) بالنسبة لـ $\mathbf{\hat{f}}$ و مساواة النتيجة بمتجه الصفر تعطي

$$\frac{\partial J(\mathbf{\hat{f}})}{\partial \mathbf{\hat{f}}} = 0 = 2\mathbf{Q'Q\hat{f}} - 2\alpha\mathbf{H'}(\mathbf{g}-\mathbf{H\hat{f}}) \qquad (8-3.5)$$

يتم الحصول على الحل بحل المعادلة (3.5 – 8) بالنسبة لـ $\mathbf{\hat{f}}$ ، أي

$$\mathbf{\hat{f}} = (\mathbf{H'H} + \gamma\mathbf{Q'Q})^{-1}\mathbf{H'g} \qquad (9-3.5)$$

حيث $\gamma = 1/\alpha$. يجب أن تضبط هذه الكمية بحيث يتم تحقيق التقييد، وهي المسألة التي نهتم بها لاحقا في هذا الفصل. ان المعادلتين (3.5 – 6) و (3.5 – 9) هما الأساس لاجراءات الاستعادة المناقشة في الفصول التالية. فعلى سبيل المثال، نبين في القسم 4.5 أن المعادلة (3.5 – 6) تؤدي الى طريقة الاستعادة ذات المرشاح–العكسي التقليدي traditional inverse filter restortation. بشكل مشابه، يمكن ببساطة استعمال التشكيل العام المعطى في المعادلة (3.5 – 9) لاشتقاق نتائج مثل مرشاح فينز الكلاسيكي classical Wiener filter ، بالاضافة إلى تقنيات استعادة أخرى، باختيار مصفوفة تحويل ملائمة Q واستعمال التبسيطات التي اشتقت في القسم 2.5.

4.5 الترشيح العكسي inverse filtering

1.4.5 التشكيل formulation

سنبدأ اشتقاق تقنيات استعادة الصورة بأخذ النتيجة غير المقيدة المعطاة بالمعادلة (3.5 – 6) والتي، بافتراض أن M=N واستعمال المعادلة (2.5 – 21) ، يمكن كتابتها بالشكل التالي

$$
\begin{aligned}
\hat{\mathbf{f}} &= \mathbf{H}^{-1}\mathbf{g} \\
&= (\mathbf{W}\mathbf{D}\mathbf{W}^{-1})^{-1}\mathbf{g} \\
&= \mathbf{W}\mathbf{D}^{-1}\mathbf{W}^{-1}\mathbf{g}
\end{aligned}
\qquad (1-4.5)
$$

ان ضرب طرفي المعادلة (4.5 – 1) بـ $\mathbf{W}^{-1}$ مسبقا، يعطي

$$\mathbf{W}^{-1}\hat{\mathbf{f}} = \mathbf{D}^{-1}\mathbf{W}^{-1}\mathbf{g} \qquad (2-4.5)$$

ينتج عندئذ من المناقشة الواردة في القسم (3.5 – 2) أن العناصر التي تؤلف المعادلة (4.5 – 2) يمكن أن تكتب بالشكل

$$\hat{F}(u, v) = \frac{G(u, v)}{H(u, v)} \qquad (3-4.5)$$

من أجل u,v=0,1,2,...,N – 1. وبحسب المعادلة (2.5 – 39) ، يفترض أن $H(u, v)$ قد قيّس بـ N^2 scaled و أنه قد تم استخدام حقيقة كون D مصفوفة قطرية، مما يسمح باجراء مباشر للحصول على D^{-1}.

إن أسلوب استعادة الصورة المعطى بالمعادلة (4.5 – 3) يعرف عادة بـ طريقة المرشاح العكسي inverse filter method. يأتي هذا الاصطلاح من اعتبار $H(u, v)$ دالة "مرشاح" تضرب $F(u, v)$ لتعطي تحويل الصورة المتدنية $g_e(x, y)$. ان تقسيم $G(u, v)$ على $F(u, v)$ المشار إليه في المعادلة (4.5 – 3) يشكل عندئذ عملية الترشيح العكسي في هذا السياق. يتم، بالطبع، الحصول على الصورة المستعادة باستعمال العلاقة

$$\hat{f}(x,y) = \mathfrak{F}^{-1}[\hat{F}(u,v)]$$
$$= \mathfrak{F}^{-1}[G(u,v)/H(u,v)] \quad (4-4.5)$$

من أجل x,y=0,1,2,...,N − 1. يتم تنفيذ هذا الاجراء عادة بواسطة تحويل فورييه السريع FFT.

تدل المعادلة (4−4.5) على أنه ستواجه صعوبات حسابية في عملية الاستعادة اذا تلاشى $H(u, v)$ أو أصبح صغيرا جدا في أية منطقة موضع اهتمام في المستوي u,v. إذا وقعت أصفار $H(u, v)$ في نقاط قليلة معروفة في المستوى u,v يمكن اهمالها عادة عند حساب $\hat{F}(u, v)$ دون التأثير على النتيجة المستعادة بشكل ملحوظ.

وتظهر صعوبة أكثر خطورة بوجود الضجيج. ان تعويض المعادلة (40−2.5) في المعادلة (3−4.5) يعطي

$$\hat{F}(u,v) = F(u,v) + \frac{N(u,v)}{H(u,v)} \quad (5-4.5)$$

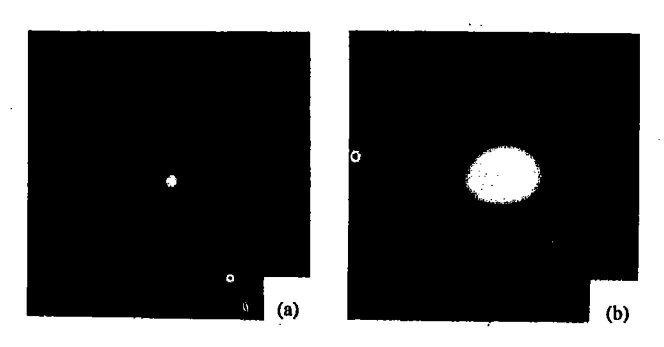
تشير هذه المعادلة بوضوح الى أنه اذا كانت $H(u, v)$ صفرا أو أصبحت صغيرة جدا، فان الحد $N(u, v)/H(u, v)$ يمكن أن يهيمن على نتيجة الاستعادة $\mathfrak{F}^{-1}[\hat{F}(u, v)]$. في الواقع العملي ، غالبا مانجد أن $H(u, v)$ تنحدر بسرعة كدالة للمسافة من مبدأ المستوي uv. من جهة أخرى، فان حد الضجيج يتناقص عادة بمعدل أبطأ بكثير. في حالات كهذه، يمكن غالبا الحصول على نتائج معقولة باجراء الاسترجاع في جوار محدود حول المبدأ لتجنب القيم الصغيرة لـ$H(u, v)$. نعطي أدناه مثالا على هذه الطريقة.

مثال: يبين الشكل 2.5(a) صورة نقطة$f(x, y)$، و الشكل 2.5(b) هو صورة متدنية $g(x, y)$ تم الحصول عليها بتغبيش$f(x, y)$ إذا اعتبرنا مصدر النقطة تقريبا لدالة نبضة الوحدة **unit impulse function**، ينتج عندئذ أن

$$G(u,v) = H(u,v)F(u,v)$$
$$\approx H(u,v)$$

لأن $\mathfrak{F}[\delta(x-x_0, y-y_0)] = 1$.

تدل هذه العبارة الرياضية على أن دالة التحويل $H(u, v)$ يمكن أن تقرب بتحويل فورييه للصورة المتدنية. ان اجراء تغبيش دالة معروفة للحصول على تقريب لـ $H(u, v)$ هو اجراء مفيد في الواقع العملي لأنه يمكن أن يستخدم غالبا في أسلوب التجربة والخطأ trial and error mode لاستعادة صور لاتعرف دالة تغبيشها $H(u, v)$ مسبقا.

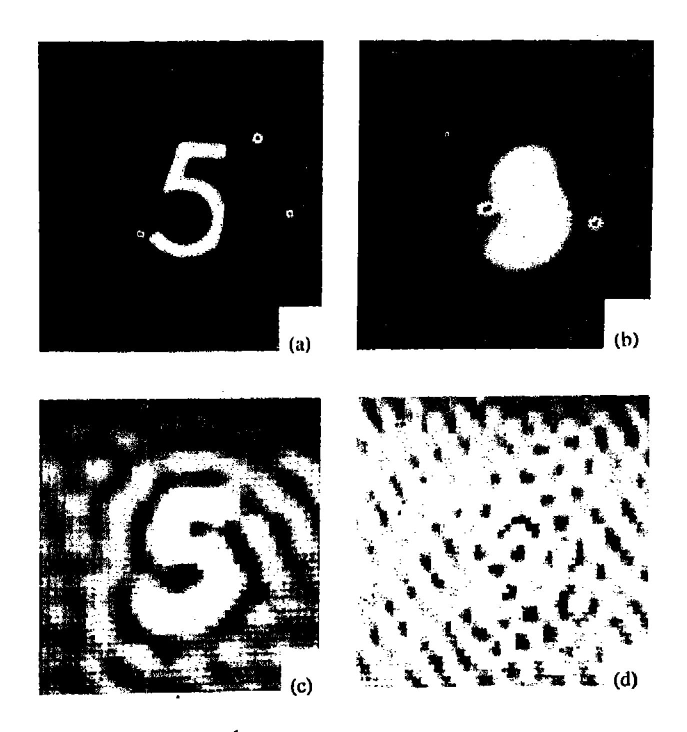


الشكل 2.5 تغبيش منبع نقطة للحصول على H(u,v).

ان نتيجة تطبيق نفس دالة التغبيش كما في الحالة المذكورة أعلاه على الصورة الأصلية المبينة في الشكل 3.5(a) مبينة في الشكل 3.5(b). لقد تم الحصول على الصورة المستعادة المبينة في الشكل 3.5(c) باستعمال المعادلة (4.5-4) من أجل قيم لـ u و v قريبة بشكل كاف الى مبدأ المستوي u,v لتجنب قيم $H(u, v)$ المفرطة في الصغر. ان نتيجة اجراء الاستعادة باستخدام جوار أكبر، مبينة في الشكل 3.5(d). تشير هذه النتائج بوضوح الى الصعوبات التي تسببها الدوال المتلاشية $H(u, v)$.

قبل الانتقال من هذا القسم، من الجدير بالاهتمام أن نلاحظ أنه اذا كانت $H(u, v)$ و $G(u, v)$ و $N(u, v)$ جميعها معروفة، فانه يمكن الحصول مباشرة من المعادلة (2.5-40) على عبارة دقيقة للترشيح العكسي، أي،

$$F(u, v) = \frac{G(u, v)}{H(u, v)} - \frac{N(u, v)}{H(u, v)} \qquad (6-4.5)$$



الشكل 3.5 مثال لاستعادة الصورة بالترشيح العكسي. (a) صورة أصلية $f(x,y)$.(b) صورة متدنية (مغبشة) $g(x,y)$. (c)نتيجة الاستعادة بأخذ جوار حول مبدأ المستوي uv بحيث لايحتوي هذا الجوار على قيم لـ $H(u,v)$ مفرطة في الصغر. (d) نتيجة استخدام جوار أكبر لايتحقق فيه هذا الشرط (عن Mcglamery 1973).

بالطبع، المشكلة في هذا التشكيل هي أن الضجيج نادرا ما يكون معروفا بما فيه الكفاية للسماح بحساب $N(u, v)$.

4.5 – 2 ازالة التغبيش الذي تسببه حركة خطية منتظمة

removal of blur caused by uniform linear motion

توجد تطبيقات عملية يمكن فيها الحصول على $H(u, v)$ تحليليا، لكن للحل قيما صفرية في المدى الترددي موضع الاهتمام. لقد تم اعطاء مثال عن الصعوبات التي تسببها $H(u, v)$ متلاشية، في القسم السابق. سنهتم في المناقشة التالية بمسألة استعادة صورة

غبشت بحركة خطية منتظمة. لقد انتقينا هذه المسألة بسبب تطبيقاتها العملية، بالاضافة لكونها ملائمة جدا لتشكيل تحليلي. ان حل حالة التغبيش المنتظم يعرض أيضا كيف يمكن التعامل مع أصفار $H(u, v)$ حسابيا. هذه الاعتبارات مهمة عمليا لأنها تبرز غالبا في الواقع العملي في سياقات أخرى لاستعادة الصورة بالترشيح العكسي.

افترض أن صورة $f(x, y)$ تخضع لحركة مستوية، ولتكن $x_0(t)$ و $y_0(t)$ مركبتي الحركة المتغيرتين زمنيا في الاتجاهين x و y، على التوالي. يتم الحصول على زمن التعرض الكلي عند أية نقطة من وسط التسجيل (فيلم، مثلا) في هذه الحالة بمكاملة التعرض الآني خلال الفترة الزمنية التي يكون خلالها المغلاق مفتوحا. ولعزل أثر حركة الصورة، يفترض أن يتم فتح المغلاق و اغلاقه آنيا، وأن تكون عملية التصوير البصري (الضوئي) تامة perfect. عندئذ، اذا كانت t هي مدة التعرض، يكون

$$g(x, y) = \int_0^T f[x - x_0(t), y - y_0(t)]\, \mathrm{d}t \qquad (7-4.5)$$

حيث ان $g(x, y)$ هي الصورة المغبشة.

من المعادلة (1.3 − 9)، يعطى تحويل فورييه للمعادلة (4.5 − 7) بما يلي

$$G(u, v) = \iint_{-\infty}^{\infty} g(x, y) \exp[-j2\pi(ux + vy)]\, \mathrm{d}x\, \mathrm{d}y \qquad (8-4.5)$$

$$= \iint_{-\infty}^{\infty} \left[\int_0^T f[x - x_0(t), y - y_0(t)]\, \mathrm{d}t \right] \exp[-j2\pi(ux + vy)]\, \mathrm{d}x\, \mathrm{d}y$$

اذا افترضنا أن ترتيب التكامل يمكن أن يعكس، فيمكن عندئذ التعبير عن المعادلة (4.5 − 8) بالشكل

$$G(u, v) = \int_0^T \left[\iint_{-\infty}^{\infty} f[x - x_0(t), y - y_0(t)] \exp[-j2\pi(ux + vy)]\, \mathrm{d}x\, \mathrm{d}y \right] \mathrm{d}t$$

$$(9-4.5)$$

يعرف الحد الموجود داخل القوسين الخارجيين بـ "تحويل فورييه للدالة المزاحة $f[x - x_0(t), y - y_0(t)]$ ، و باستعمال المعادلة (3.3 - b7) تكون لدينا العلاقة

$$G(u, v) = \int_0^T F(u, v) \exp[-j2\pi(ux_0(t) + vy_0(t))] \, dt$$
$$= F(u, v) \int_0^T \exp[-j2\pi(ux_0(t) + vy_0(t))] \, dt \qquad (10-4.5)$$

حيث تأتي الخطوة الأخيرة من حقيقة كون $F(u, v)$ مستقلا عن t.

بتعريف

$$H(u, v) = \int_0^T \exp[-j2\pi(ux_0(t) + vy_0(t))] \, dt \qquad (11-4.5)$$

يمكن التعبير عن المعادلة (4.5 - 10) بالشكل المألوف

$$G(u, v) = H(u, v)F(u, v) \qquad (12-4.5)$$

اذا كانت طبيعة متحولي الحركة $x(t)$ و $y(t)$ معروفة، يمكن الحصول على دالة التحويل $H(u, v)$ من المعادلة (4.5 - 11) مباشرة. كتوضيح، افترض أن الصورة المعنية تخضع لحركة خطية منتظمة في الاتجاه x فقط، بمعدل يعطى بالعلاقة $x_0(t) = at/T$.
عندما تكون t=T ، نرى أن الصورتين قد انزاحتا بمسافة اجمالية a. من أجل $y_0(t) = 0$ ، المعادلة (4.5 - 11) تعطي

$$H(u, v) = \int_0^T \exp[-j2\pi ux_0(t)] \, dt$$
$$= \int_0^T \exp[-j2\pi uat/T] \, dt \qquad (13-4.5)$$
$$= \frac{T}{\pi ua} \sin(\pi ua) \, e^{-j\pi ua}$$

من الواضح أن H تتلاشى من أجل قيم u المعطاة بـ u=n/a. حيث ان n عدد صحيح.

عندما تكون $f(x, y)$ صفرا (أو معروفة) خارج مسافة $L \geqslant x \geqslant 0$ ، من الممكن تجنب المشكلة التي عرضت بالمعادلة (4.5 - 13) و اعادة بناء الصورة بشكل كامل

من معرفة $g(x, y)$ في هذا البون interval. نظراً لأن y غير متغيرة بالنسبة للزمن، دعنا نجمد هذا المتحول مؤقتا ونكتب المعادلة

(7 – 4.5) كمايلي

$$g(x) = \int_0^T f[x - x_0(t)]\, dt \qquad (14-4.5)$$

$$= \int_0^T f(x - at/T)\, dt \qquad 0 < x < L$$

بتعويض $\tau = x - at/T$ في هذه المعادلة واهمال عامل المقياس scale factor ينتج

$$g(x) = \int_{x-a}^{x} f(\tau)\, d\tau \qquad 0 < x < L \qquad (15-4.5)$$

بعدئذ، وبالمفاضـلة

$$g'(x) = f(x) - f(x - a) \qquad 0 < x < L \qquad (16-4.5)$$

أو

$$f(x) = g'(x) + f(x - a) \qquad 0 < x < L \qquad (17-4.5)$$

سيكون ملائما في التطوير التالي أن نفترض أن L=Ka حيث ان K هو عدد صـحيح integer. عندئذ يمكن كتابة x بالشكل التالي

$$x = z + ma \qquad (18-4.5)$$

حيث تأخذ z قيما في البون [0,a] ، و m هو الجزء المتمم من (x/a). على سبيل المثال، اذا كانت a=2 و x=3.5 ، تكون m=1 (الجزء المتمم من 3.5/5) ، و z=1.5. من الواضـح أن z+ma=3.5 ، كما هو مطلوب. لاحظ أيضـا أنه من أجل L=Ka ، يمكن أن يأخذ الدليل m أية قيمة من القيم التالية الصحيحة (0,1,...,k – 1). مثلا، عندما تكون x=L ، تكون z=a و m=K – 1.

ان تعويض المعادلة (18 – 4.5) في المعادلة (17 – 4.5) يعطي

$$f(z + ma) = g'(z + ma) + f[z + (m - 1)a] \qquad (19-4.5)$$

بعد ذلك، دعنا نرمز بـ $\phi(z)$ للجزء من المنظر الذي يتحرك في المدى $0 \leqslant z < a$ خلال التعرض، أي

$$\phi(z) = f(z-a) \qquad 0 \leqslant z < a \qquad (20-4.5)$$

يمكن أن تحل المعادلة (4.5 – 19) بشكل متكرر recursively بدلالة $\phi(z)$. وهكذا، فمن أجل m=0 ، يكون

$$f(z) = g'(z) + f(z-a) \qquad (21-4.5)$$

$$= g'(z) + \phi(z)$$

من أجل m=1 ، تصبح المعادلة (4.5 – 19)

$$f(z+a) = g'(z+a) + f(z) \qquad (22-4.5)$$

ان تعويض المعادلة (4.5 – 21) في المعادلة (4.5 – 22) يعطي

$$f(z+a) = g'(z+a) + g'(z) + \phi(z) \qquad (23-4.5)$$

في الخطوة التالية نجعل m=2 فتنتج المعادلة التالية

$$f(z+2a) = g'(z+2a) + f(z+a) \qquad (24-4.5)$$

أو، بتعويض المعادلة (4.5 – 23) من أجل $f(z+a)$

$$f(z+2a) = g'(z+2a) + g'(z+a) + g'(z) + \phi(z) \qquad (25-4.5)$$

من الواضح أن متابعة هذا الاجراء ستعطي النتيجة التالية

$$f(z+ma) = \sum_{k=0}^{m} g'(z+ka) + \phi(z) \qquad (26-4.5)$$

ولكن، نظرا لأن $x = z + ma$ ، يمكن كتابة المعادلة (4.5 – 26) بالشكل

$$f(x) = \sum_{k=0}^{m} g'(x-ka) + \phi(x-ma) \qquad 0 \leqslant x \leqslant L \qquad (27-4.5)$$

نظرا لأن $g(x)$ معروفة، تبسط المسألة الى تقدير $\phi(x)$.

ان احدى الطرق لتقدير هذه الدالة من الصورة المغبشة مباشرة، هي كمايلي. نلاحظ أولا أنه مع تغير x من 0 الى L تتغير m في المدى من 0 الى K – 1. ولأن متغير ϕ هو $(x - ma)$ ، الذي هو دائما في المدى $0 \leqslant x - ma < a$ ، ينتج أن ϕ تُكرر K

مرة خلال حساب $f(x)$ من أجل $0 \leqslant x \leqslant L$. بعد ذلك، نعرف

$$\tilde{f}(x) = \sum_{k=0}^{m} g'(x - ka) \qquad (28-4.5)$$

ونعيد كتابة المعادلة (4.5 – 27) كمايلي

$$\phi(x - ma) = f(x) - \tilde{f}(x) \qquad (29-4.5)$$

اذا حسبنا طرفي المعادلة (4.5 – 29) الأيسر و الأيمن من أجل

$ka \leqslant x < (k+1)a$ ، وجمعنا النتائج من أجل $k = 0, 1, ..., K-1$ ، نحصل على

$$K\phi(x) = \sum_{k=0}^{K-1} f(x + ka) - \sum_{k=0}^{K-1} \tilde{f}(x + ka) \qquad 0 \leqslant x < a \qquad (30-4.5)$$

حيث m=0 ، لأن $0 \leqslant x < a$. بالتقسيم على K ينتج

$$\phi(x) = \frac{1}{K} \sum_{k=0}^{K-1} f(x + ka) - \frac{1}{K} \sum_{k=0}^{K-1} \tilde{f}(x + ka) \qquad (31-4.5)$$

ان المجموع الأول في الطرف الأيمن من هذه المعادلة هو، بالطبع، غير معروف ولكن ، من الواضح أنه من أجل قيم كبيرة لـ K فهو يقارب القيمة المتوسطة لـ f. وهكذا يمكن اعتبار هذا المجموع ثابتا A وبالتالي يصبح لدينا التقريب التالي

$$\phi(x) \approx A - \frac{1}{K} \sum_{k=0}^{K-1} \tilde{f}(x + ka) \qquad 0 \leqslant x < a \qquad (32-4.5)$$

أو

$$\phi(x - ma) \approx A - \frac{1}{K} \sum_{k=0}^{K-1} \tilde{f}[x + (k - m)a] \qquad 0 \leqslant x \leqslant L \qquad (33-4.5)$$

ان تعويض المعادلة (4.5 – 28) من أجل $\tilde{f}$ ، يعطي*

$$\phi(x - ma) \approx A - \frac{1}{K} \sum_{k=0}^{K-1} \sum_{k=0}^{m} g'(x - ma)$$

$$\approx A - mg'(x - ma) \qquad (34-4.5)$$

* لاحظ أن الحد الأقصى لإشارة الجمع (Σ) الثانية هو k بدلاً من m. فلو بدأنا من المعادلة (4.5 – 18) بـ x+ka – ma بدلاً من x لأصبح الحد الأقصى لإشارة الجمع في المعادلة (4.5 – 28) k ، لأنه من المعادلة (4.5 – 18) لدينا $x + (ka - ma) = z + ma + (ka - ma) = z + ka$

بعدئذ، نحصل من المعادلة (4.5 - 29) على النتيجة النهائية

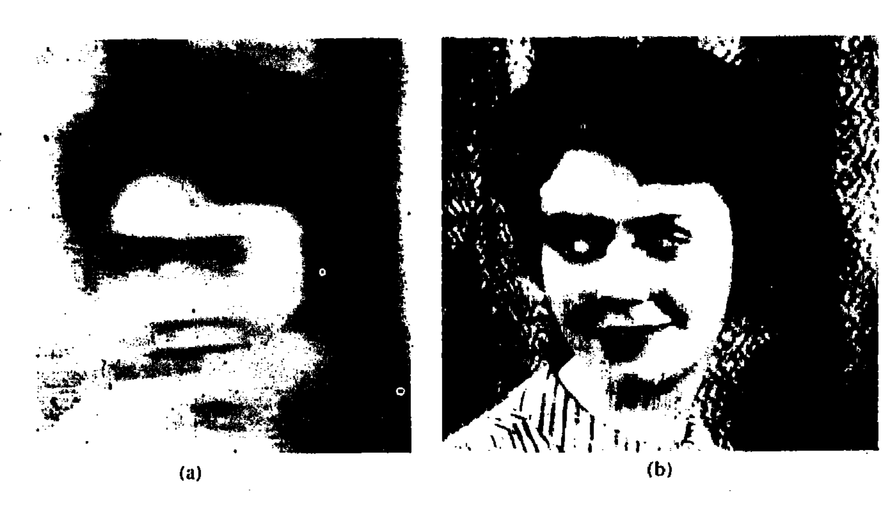
$$f(x) \approx A - mg'(x - ma) + \sum_{k=0}^{m} g'(x - ka) \qquad 0 \leqslant x \leqslant L \qquad (35-4.5)$$

من أجل $L \geqslant x \geqslant 0$. باعادة ادخال المتحول المخمد y ، ينتج

$$f(x, y) \approx A - mg'(x - ma, y) + \sum_{k=0}^{m} g'(x - ka, y) \qquad 0 \leqslant x, y \leqslant L \qquad (36-4.5)$$

من أجل $L \geqslant x, y \geqslant 0$. يفترض كما تم سابقا أن $f(x, y)$ صورة مربعة. ان تبديل x بـ y و y بـ x في الجانب الأيمن من المعادلة (4.5 - 36) سيعطي اعادة بناء صورة تتحرك في الاتجاه y فقط خلال التعرض. يمكن أيضا استعمال المفاهيم المذكورة أعلاه لاشتقاق صيغة تغبيش تأخذ بالحسبان حركة منتظمة آنية في كلا الاتجاهين.

مثال: لقد غبشت الصورة المبينة في الشكل 4.5(a) بحركة خطية منتظمة في اتجاه واحد خلال التعرض بحيث أن المسافة الاجمالية التي تحركت فيها الكاميرا تساوي 0,125 من عرض الصورة تقريبا. الصورة 4.5(b) هي نتيجة ازالة التغبيش التي تم الحصول عليها باستعمال المعادلة (4.5 - 36) مع تبديل x بـ y و y بـ x لأن الحركة حصلت في الاتجاه y فقط. يلاحظ أن الخطأ في التقريب المعطى بهذه المعادلة هو بالتأكيد خطأ مقبول.



الشكل 4.5. (a) صورة غبشت بحركة خطية منتظمة. (b) صورة استعيدت باستعمال المعادلة (4.5 - 36). (عن Sondhi 1977).

5.5 مرشاح متوسط التربيعات الصغرى (فينر)

least – mean – square (Wiener) filter

لتكن R_f و R_n مصفوفتي الترابط لـ f و n ، معرفتين على التوالي بالمعادلتين

$$R_f = E\{ff'\} \qquad (1-5.5)$$

و

$$R_n = E\{nn\} \qquad (2-5.5)$$

حيث ترمز {.} E الى عملية القيمة المتوقعة. يعطى عنصر R_f رقم ij بـ $E\{f_i f_j\}$ ، الذي هو الترابط بين عنصري f رقم i ، ورقم j. بشكل مشابه، يعطي عنصر R_n رقم ij الترابط بين العنصرين المقابلين في n. نظرا لأن عناصر R_f و R_n هي عناصر حقيقية $E\{f_i f_j\} = E\{f_j f_i\}$ و $E\{n_i n_j\} = E\{n_j n_i\}$ ، فـان R_f و R_n مصفوفتان حقيقيتان متناظرتان. من أجل معظم دوال الصور لايمتد الترابط بين العناصر(أي عناصر f و n) لمسافة أبعد من 20 – 30 نقطة في الصورة (انظر القسم 4.6) ، بحيث أن مصفوفة الترابط النموذجية ستحتوي نطاقا من العناصر التي لاتساوي الصفر حول القطر الرئيسي وأصفارا في منطقتي الزاوية اليمنى العليا و الزاوية اليسرى السفلى. بافتراض أن الترابط بين أي عنصرين هو دالة للمسافة بين العنصرين وليس لموضعيهما، يمكن اثبات (Andrews and Hunt 1977) أنه يمكن جعل R_f و R_n تقريبان لمصفوفات الكتل–الدوارة وبالتالي يمكن أن تجعلا قطريتين بواسطة المصفوفة W باستعمال الاجراء الموصوف في القسم 2.2.5. إذا رمزنا للمصفوفتين بـ A و B يكون لدينا

$$R_f = WAW^{-1} \qquad (3-5.5)$$

و

$$R_n = WBW^{-1} \qquad (4-5.5)$$

تماماً، وكما بينا أن عناصر المصفوفة القطرية D في العلاقة $H = HDW^{-1}$ تقابل تحويل فورييه لعناصر كتل H ، يمكن أن نبين أن عناصر A و B هي تحويلات عناصر الترابط في R_f و R_n ، على التوالي. كما أشرنا في المسألة 3.3 ، يسمى تحويل فورييه لهذين الترابطين "طيف القدرة" (الكثافة الطيفية) لـ$f_e(x, y)$ و $\eta_e(x, y)$ ، على التوالي،

وسيرمز لهما في المناقشة التالية بـ $S_f(u, v)$ و $S_\eta(u, v)$.

بتعريف

$$Q'Q = R_f^{-1}R_n \qquad (5-5.5)$$

و بتعويض هذه المعادلة في المعادلة (3.5-9) نحصل على

$$\hat{f} = (H'H + \gamma R_f^{-1}R_n)^{-1}H'g \qquad (6-5.5)$$

باستعمال المعادلات (2.5-21) و (2.5-23) و (5.5-3) و (5.5-4) ينتج

$$\hat{f} = (WD^*DW^{-1} + \gamma WA^{-1}BW^{-1})^{-1}WD^*W^{-1}g \qquad (7-5.5)$$

بعد ضرب كلا الطرفين بـ W^{-1} واجراء بعض المعالجة للمصفوفات تبسط هذه المعادلة الى الشكل

$$W^{-1}\hat{f} = (D^*D + \gamma A^{-1}B)^{-1}D^*W^{-1}g \qquad (8-5.5)$$

ان تذكر معنى عناصر A و B و ادراك أن المصفوفات داخل الأقواس قطرية و استخدام المفاهيم المطورة في القسم 2.5-3، يسمح لنا بكتابة عناصر المعادلة (5.5-8) بالشكل التالي

$$\hat{F}(u, v) = \left[\frac{H^*(u, v)}{|H(u, v)|^2 + \gamma[S_\eta(u, v)/S_f(u, v)]} \right] G(u, v) \qquad (9-5.5)$$

$$= \left[\frac{1}{H(u, v)} \frac{|H(u, v)|^2}{|H(u, v)|^2 + \gamma[S_\eta(u, v)/S_f(u, v)]} \right] G(u, v)$$

من أجل $u,v=0,1,2,\ldots,N-1$ حيث $|H(u, v)|^2 = H^*(u, v)H(u, v)$ و قد افترضنا أن $M=N$.

عندما تكون $\gamma=1$ يبسط الحد الموجود داخل القوسين الخارجيين في المعادلة (5.5-9) الى مايسمى مرشاح فينز Wiener. اذا كانت γ متغيرة، نسمي هذه المعادلة مرشاح فينز المعلمي parameteric Wiener filter. بغياب الضجيج، $S_\eta(u, v)=0$ ويبسط أي من شكلي مرشاح فينز الى المرشاح العكسي المثالي المناقش في الفصل السابق. من المهم أن نلاحظ أنه بجعل $\gamma=1$، لايعود باستطاعتنا أن نقول بشكل عام أن استعمال المعادلة

(5.5 – 9) يؤدي الى حل أمثل بالمفهوم الذي عرف في القسم 2.3.5 لأنه، كما أشرنا في ذلك القسم، يجب أن تضبط γ لتحقق التقيد $\|g - H\hat{f}\|^2 = \|n\|^2$. و لكن، يمكن أن نبين أن الحل الذي نحصل عليه من أجل $\gamma = 1$ هو حل أمثل بمعنى أنه يخفض الكمية $E\{[f(x, y) - \hat{f}(x, y)]^2\}$ الى الحد الأدنى. من الواضح أن هذا المعيار معيار احصائي يتم فيه معاملة f و $\hat{f}$ كمتحولين عشوائيين.

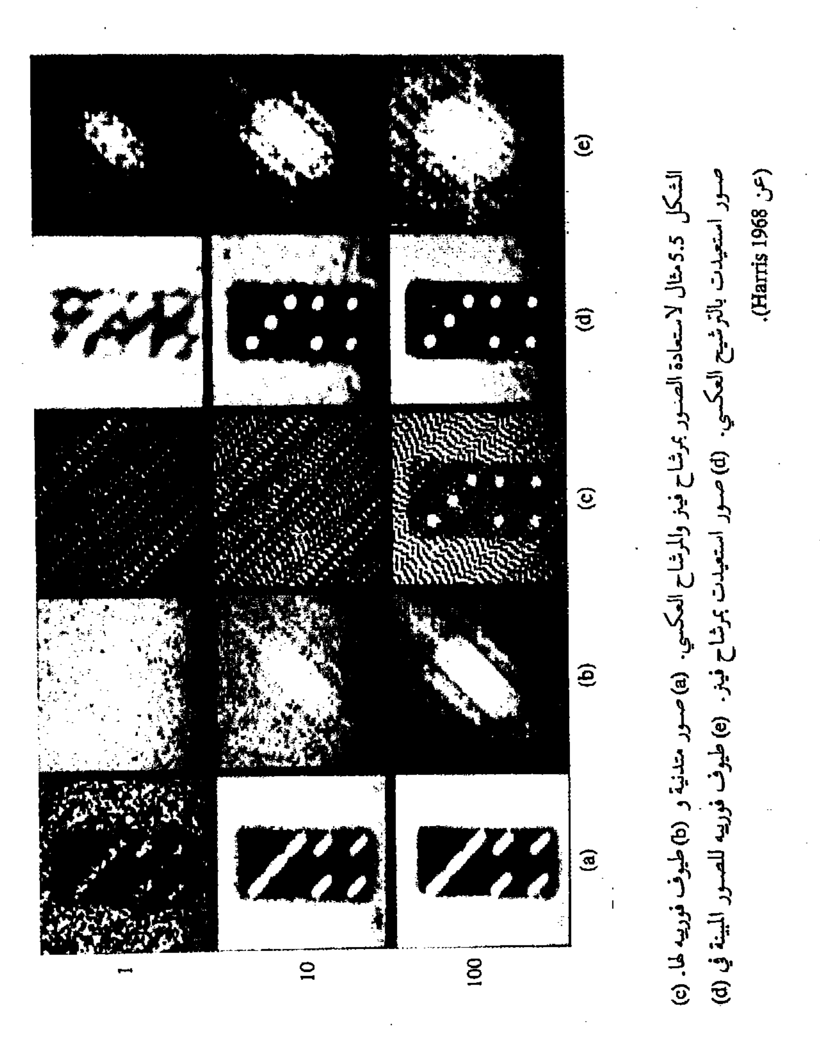
عندما تكون $S_f(u, v)$ و $S_\eta(u, v)$ غير معروفتين (مسألة غالبا ماتواجه في الواقع العملي)، من المفيد أحياناً تقريب المعادلة (5.5 – 9) بالعلاقة

$$\hat{F}(u, v) \approx \left[\frac{1}{H(u, v)} \frac{|H(u, v)|^2}{|H(u, v)|^2 + K} \right] G(u, v) \qquad (10 - 5.5)$$

حيث K هو ثابت. نعطي فيما يلي مثالا للنتائج التي حصل عليها بهذه المعادلة. ان مسألة اختيار γ المثلى من أجل استعادة الصورة مناقشة بشيء من التفصيل في القسم التالي.

مثال: يبين العمود الأول في الشكل 5.5 ثلاث صور لحجر دومينو domino أفسدت بحركة خطية (بزاوية °45 – بالنسبة للاتجاه الأفقي) وبضجيج يتناسب تفاوته variance في أية نقطة في الصورة مع لمعان تلك النقطة. لقد تم توليد الصور الثلاث بتغيير ثابت التناسب، بحيث أن نسبة اللمعان الأعظمي الى مطال الضجيج كانت 1 و 10 و 100 ، على التوالي، كما هو مبين في الجانب الأيسر من الشكل 5.5. ان طيوف فورييه للصور المتدنية مبينة في الشكل 5.5(b). نظراً لأن آثار الحركة الخطية المنتظمة يمكن أن يعبر عنها تحليليا، يمكن الحصول على معادلة تصف $H(u, v)$ بدون صعوبة، كما بينا في الشكل 2.4.5. لقد تم الحصول على الشكل 5.5(c) بالترشيح العكسي المباشر direct inverse filtering باتباع الاجراء الموصوف في القسم 1.4.5 . نلاحظ أن الضجيج يطغى على النتائج، ولكن كما نرى في الصورة الثالثة، فقد نجح المرشاح العكسي في ازالة التدني (أي التغبيش) بسبب الحركة. يبين الشكل 5.5(d) النتائج التي حصل عليها

باستخدام المعـادلة (5.5 – 10) مع $K=2\sigma^2$ ، حيث ان σ^2 هي تفاوت الضـجيج. ان التحسينات بالنسبة للترشيح العكسي المباشر واضحة وخصوصاً في الصـورة الثالثة. ان طيوف فورييه للصـور المستعادة مبينة في الشكل 5.5(e).



الشكل 5.5 مثال لاستعادة الصور بمرشاح فينر والمرشاح العكسي. (a) صور متدنية و (b) طيوف فورييه لها. (c) صور استعيدت بالترشيح العكسي. (d) صور استعيدت بمرشاح فينر. (e) طيوف فورييه للصور المبينة في (d) (عن: Harris 1968).

6.5 الاستعادة بمعيار التربيعات الصغرى، المقيدة

constrained least – squares restoration

ان أسلوب متوسط التربيعات الصغرى least – mean – squares المشتق في القسم السابق هو اجراء احصائي لأن معيار الحالة المثلى optimality مبني على مصفوفات الترابط للصورة وعلى دوال الضجيج . وهذا يعني أن النتائج التي تم الحصول عليها باستعمال مرشاح فينز هي نتائج مثلى بمفهوم المتوسط. من جهة أخرى، فان اجراء الاستعادة المطور في هذا القسم هو اجراء أمثل لكل صورة معطاة، ويتطلب معرفة متوسط mean وتفاوت variance الضجيج فقط. سندرس أيضا في مجرى التطوير التالي مسألة ضبط γ بحيث يكون التقييد الذي أدى الى المعادلة (3.5 – 9)، محققاً.

كما أشرنا في القسم 2.3.5 ، يعتمد حل الاستعادة الذي حصلنا عليه باستعمال المعادلة (3.5 – 9) على اختيار المصفوفة Q. بسبب ضعف الاشراط ill – conditioning، ستؤدي هذه المعادلة في بعض الأحيان إلى حلول محجوبة بقيم مهتزة كبيرة. لذلك من المهم تفحص معقولية اختيار Q بحيث يمكن تخفيض هذه الآثار غير المرغوبة الى الحد الأدنى. إن إحدى الامكانيات، المقترحة من قبل Phillips 1962 هي تشكيل معيار الحالة المثلى optimality مبني على قياس النعومه measure of smoothness كتخفيض بعض دوال المشتق الثاني الى الحد الأدنى مثلا. لكي نرى كيف يمكن التعبير عن هذا المعيار بشكل متوافق مع المعادلة (3.5 – 9)، لنأخذ أولا الحالة أحادية البعد.

يمكن أن نقرب المشتق الثاني لدالة متقطعة $f(x), x=0,1,2....$ عند نقطة ما x بالعبارة التالية

$$\frac{\partial^2 f(x)}{\partial x^2} \approx f(x+1) - 2f(x) + f(x-1) \qquad (1-6.5)$$

عندئذ، يمكن أن يكون هناك معيار مبني على هذه العبارة لتخفيض $[\partial^2 f/\partial x^2]^2$ ضمن مجال x ، أي

$$\text{minimize}\left\{\sum_x\left[f(x+1)-2f(x)+f(x-1)\right]^2\right\} \qquad (2-6.5)$$

أو بمصطلحات المصفوفات

$$\text{minimize}\ \{\mathbf{f'C'Cf}\} \qquad (3-6.5)$$

حيث

$$\mathbf{C}=\begin{bmatrix} 1 & & & & & & \\ -2 & 1 & & & & & \\ 1 & -2 & 1 & & & & \\ & 1 & -2 & 1 & & & \\ & & & & & & \\ & & & 1 & -2 & 1 \\ & & & & 1 & -2 \\ & & & & & 1 \end{bmatrix} \qquad (4-6.5)$$

هي مصفوفة تنعيم و $\mathbf{f}$ هو متجه عناصره هي عينات $f(x)$.

في الحالة ثنائية–الأبعاد، نقوم باجراء تمديد مباشر للمعادلة (6.5 – 1). في هذه الحالة، يصبح المعيار

$$\text{minimize}\left[\frac{\partial^2 f(x,y)}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 f(x,y)}{\partial y^2}\right]^2 \qquad (5-6.5)$$

حيث تقرب الدالة المشتقة بالشكل التالي

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} &\approx f(x+1,y)-2f(x,y)+f(x-1,y)\\ &\quad +f(x,y+1)-2f(x,y)+f(x,y-1) \qquad (6-6.5)\\ &\approx f(x+1,y)+f(x-1,y)+f(x,y+1)+f(x,y-1)\\ &\quad -4f(x,y)\end{aligned}$$

تعرف الدالة المشتقة المعطاة في المعادلة (6.5 – 5) بـ ″معامل لابلاس″ الذي نوقش في القسم 7.3.3.

يمكن تنفيذ المعادلة (6.5–6) في الحاسوب مباشرة و يمكن انجاز نفس العملية أيضا بطي $f(x, y)$ مع العامل المؤثر التالي

$$p(x, y) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \qquad (7-6.5)$$

كما أشرنا في القسم 1.3.5 ، يتم تجنب خطأ التغليف في عملية الطي المتقطعة بتمديد $f(x, y)$ و $p(x, y)$ لقد درسنا تشكيل $f_e(x, y)$. نشكل $p_e(x, y)$ بنفس الطريقة، أي

$$p_e(x, y) = \begin{cases} p(x, y) & 0 \leqslant x \leqslant 2 \quad \text{and} \quad 0 \leqslant y < 2 \\ 0 & 3 \leqslant x < M-1 \quad \text{or} \quad 3 < y < N-1 \end{cases}$$

إذا كان قياس $f(x, y)$ هو $A \times B$، نختار $M \geqslant A + 3 - 1$ و $N \geqslant B + 3 - 1$، لأن قياس $p(x, y)$ هو 3×3 .

يكون طي الدالتين الممددتين عندئذ

$$g_e(x, y) = \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} f_e(m, n) p_e(x-m, y-n) \qquad (8-6.5)$$

والذي يتفق مع المعادلة (1.5–23).

باتباع مناقشة مشابهة لتلك التي أعطيت في القسم (1.5–3)، يمكن أن نعبر عن معيار النعومة smoothness بالشكل المصفوفي. نكون أولا مصفوفة كتل–دوارة من الشكل

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_0 & \mathbf{C}_{M-1} & \mathbf{C}_{M-2} & \cdots & \mathbf{C}_1 \\ \mathbf{C}_1 & \mathbf{C}_0 & \mathbf{C}_{M-1} & \cdots & \mathbf{C}_2 \\ \mathbf{C}_2 & \mathbf{C}_1 & \mathbf{C}_0 & \cdots & \mathbf{C}_3 \\ \vdots & & & & \\ \mathbf{C}_{M-1} & \mathbf{C}_{M-2} & \mathbf{C}_{M-3} & \cdots & \mathbf{C}_0 \end{bmatrix} \qquad (9-6.5)$$

حيث ان كل مصفوفة فرعية C_j هي مصفوفة دوارة أبعادها $N \times N$ مبنية من الصف رقم j لـ $p_e(x, y)$، أي

$$C_j = \begin{bmatrix} p_e(j, 0) & p_e(j, N-1) & \cdots & p_e(j, 1) \\ p_e(j, 1) & p_e(j, 0) & \cdots & p_e(j, 2) \\ \vdots & & & \\ p_e(j, N-1) & p_e(j, N-2) & \cdots & p_e(j, 0) \end{bmatrix} \qquad (10-6.5)$$

نظرا لأن C كتلة دوارة، فهي تحول الى مصفوفة قطرية بواسطة المصفوفة W المعرفة في القسم 2.2.5 . بكلمات أخرى،

$$\mathbf{E} = \mathbf{W}^{-1}\mathbf{C}\mathbf{W} \qquad (11-6.5)$$

حيث ان E هي مصفوفة قطرية تعطى عناصرها بالعلاقة

$$E(k, i) = \begin{cases} p\left[\frac{k}{n}\right], k \bmod N & \text{if } i = k \\ 0 & \text{if } i \neq k \end{cases} \qquad (12-6.5)$$

كما في المعادلة (2.5-29). في هذه الحالة $P(u, v)$ هو تحويل فورييه ثنائي الأبعاد لـ $p_e(x, y)$. كما أشرنا بخصوص المعادلتين (2.5-37) و (2.5-39) يفترض أن المعادلة (6.5-12) قد قيست scaled بالعامل MN.

نظراً لأن عملية الطي الموصوفة أعلاه مكافئة لتنفيذ المعادلة (6.5-6)، يمكن أن نعبر عن معيار النعومة للمعادلة (6.5-5) بنفس الشكل المبين في المعادلة (6.5-3)، أي أن

$$\text{minimize } \{\mathbf{f}'\mathbf{C}'\mathbf{C}\mathbf{f}\} \qquad (13-6.5)$$

حيث ان f هو متجه ذو MN- بعدا و C ذات قياس $MN \times MN$. بجعل Q=C ، يمكن التعبير عن هذا المعيار بالشكل

$$\text{minimize } \|\mathbf{Q}\mathbf{f}\|^2 \qquad (14-6.5)$$

الذي هو نفس الشكل الذي استعمل في القسم 2.3.5. في الحقيقة، إذا طلبنا أن يكون التقييد $\|\mathbf{g} - \mathbf{H}\hat{\mathbf{f}}\|^2 = \|\mathbf{n}\|^2$ ، فان الحل الأمثل يعطى بالمعادلة (3.5-9) مع Q=C أي

$$\hat{\mathbf{f}} = (\mathbf{H}'\mathbf{H} + \gamma\mathbf{C}'\mathbf{C})^{-1}\mathbf{H}'\mathbf{g} \qquad (15-6.5)$$

باستعمال المعادلات (2.5 – 21) و (2.5 – 23) و (6.5 – 11)، يمكن أن تكتب المعادلة (6.5 – 15) بالشكل

$$\hat{\mathbf{f}} = (\mathbf{W}\mathbf{D}^*\mathbf{D}\mathbf{W}^{-1} + \gamma\mathbf{W}\mathbf{E}^*\mathbf{E}\mathbf{W}^{-1})^{-1}\mathbf{W}\mathbf{D}^*\mathbf{W}^{-1}\mathbf{g} \qquad (16-6.5)$$

بعد ضرب كلا الطرفين بـ $\mathbf{W}^{-1}$ واجراء بعض المعالجة للمصفوفات، تبسط هذه المعادلة الى

$$\mathbf{W}^{-1}\hat{\mathbf{f}} = (\mathbf{D}^*\mathbf{D} + \gamma\mathbf{E}^*\mathbf{E})^{-1}\mathbf{D}^*\mathbf{W}^{-1}\mathbf{g} \qquad (17-6.5)$$

بتذكر أن العناصر داخل الأقواس قطرية، واستخدام المفاهيم التي طورت في القسم 2.5 – 3 ، يمكن أن نعبر عن عناصر المعادلة (6.5 – 17) بالشكل

$$\hat{F}(u, v) = \left[\frac{H^*(u, v)}{|H(u, v)|^2 + \gamma |p(u, v)|^2} \right] G(u, v) \qquad (18-6.5)$$

من أجل $u,v=0,1,2,\ldots,N-1$ ، حيث $|H(u, v)|^2 = H^*(u, v)H(u, v)$ ، واذا افترضنا أن $M=N$ نلاحظ أن المعادلة (6.5 – 18) تشبه مرشاح فينر المعلمي المشتق في القسم السابق. ان الفرق الرئيس بين المعادلتين (5.5 – 9) و (6.5 – 18) هو أن الأخيرة لاتتطلب معرفة صريحة بالمعلمات الاحصائية غير تقدير متوسط mean الضجيج وتفاوته variance ، كما سنرى أدناه.

ان التشكيل العام المعطى في المعادلة (3.5 – 9) يتطلب ضبط γ بحيث تحقق التقييد $\|\mathbf{g} - \mathbf{H}\hat{\mathbf{f}}\|^2 = \|\mathbf{n}\|^2$، وهكذا فان الحل المعطى بالمعادلة (6.5 – 18) يمكن أن يكون حلا أمثلا فقط عندما تحقق γ هذا الشرط. نحدد فيما يلي اجراءا تكراريا لتقدير هذه المعلمة.

عرف متجه البواقي $\mathbf{r}$ كما يلي

$$\mathbf{r} = \mathbf{g} - \mathbf{H}\hat{\mathbf{f}} \qquad (19-6.5)$$

بتعويض المعادلة (6.5 – 15) من اجل $\hat{\mathbf{f}}$ ينتج

$$\mathbf{r} = \mathbf{g} - \mathbf{H}(\mathbf{H}'\mathbf{H} + \gamma\mathbf{C}'\mathbf{C})^{-1}\mathbf{H}'\mathbf{g} \qquad (20-6.5)$$

تدل هذه المعادلة على أن $\mathbf{r}$ هو دالة لـ γ . في الحقيقة، يمكن اثبات (Hunt 1973) أن

$$\phi(\gamma) = \mathbf{r}'\mathbf{r}$$
$$= \|\mathbf{r}\|^2 \qquad (21-6.5)$$

هي دالة لـ γ تتزايد على وتيرة واحدة monotonic. ان ما نرغب أن نفعله هو ضبط γ بحيث

$$\|\mathbf{r}\|^2 = \|\mathbf{n}\|^2 + a \qquad (22-6.5)$$

حيث ان a هو عامل الدقة accuracy factor. من الواضح أنه اذا كان $\|\mathbf{r}\|^2 = \|\mathbf{n}\|^2$ فان التقييد $\|\mathbf{g} - \mathbf{H}\hat{\mathbf{f}}\|^2 = \|\mathbf{n}\|^2$ سيكون محققا تماما، كما تدل المعادلة (6.5 – 19).

نظرا لأن $\phi(\gamma)$ تتزايد على وتيرة واحدة monotonic ، فان ايجاد γ تحقق المعادلة (6.5 – 17) ليست مسألة صعبة. ان أحد الأساليب البسيطة لتحقيق ذلك هو

(1) حدد قيمة بدائية لـ γ ،

(2) احسب $\hat{\mathbf{f}}$ و $\|\mathbf{r}\|^2$

(3) توقف اذا كانت المعادلة (6.5 – 22) محققة، وإلا عد إلى الخطوة (2) بعد زيادة γ اذا كانت $\|\mathbf{r}\|^2 < \|\mathbf{n}\|^2 - a$ أو تنقيص اذا كانت $\|\mathbf{r}\|^2 > \|\mathbf{n}\|^2 + a$.

يمكن استعمال اجراءات أخرى مثل خوارزمية نيوتن – رافسون Newton – Raphson algorithm لتحسين سرعة التقارب.

يتطلب تنفيذ المفاهيم المذكورة أعلاه بعض المعرفة حول $\|\mathbf{n}\|^2$. يعطى تفاوت $\eta_e(x, y)$ بالعلاقة

$$\sigma_\eta^2 = E\left\{\left[\eta_e(x,y) - \bar{\eta}_e\right]^2\right\}$$
$$= E\left\{\eta_e^2(x,y) - \bar{\eta}_e^2\right\} \qquad (23-6.5)$$

حيث

$$\bar{\eta}_e = \frac{1}{(M-1)(N-1)} \sum_x \sum_y \eta_e(x,y) \qquad (24-6.5)$$

هي القيمة الوسطى لـ $\eta_e(x, y)$ اذا قربنا القيمة المتوقعة لـ $\eta_e{}^2(x, y)$ بمتوسط العينات، فان المعادلة (6.5 – 23) تصبح

$$\sigma_\eta^2 = \frac{1}{(M-1)(N-1)} \sum_x \sum_y \eta_e^2(x,y) - \bar{\eta}_e^2 \qquad (25-6.5)$$

يشير حد الجمع ببساطة الى تربيع وجمع جميع القيم في المصفوفة $\eta_e(x, y)$ ، $x=0,1,2,\ldots,M-1$ و$y=0,1,2,\ldots,N-1$. وهذا ما ندرك ببساطة أنه الجداء $n'n$ ، الذي بالتعريف، يساوي $\|n\|^2$. وهكذا تبسط المعادلة (6.5 - 23) الى

$$\sigma_\eta^2 = \frac{\|\mathbf{n}\|^2}{(M-1)(N-1)} - \bar{\eta}_e^2 \qquad (6.5-26)$$

أو

$$\|\mathbf{n}\|^2 = (M-1)(N-1)\left[\sigma_\eta^2 + \bar{\eta}_e^2\right] \qquad (6.5-27)$$

ان أهمية هذه المعادلة هي أنها تسمح بتأسيس قيمة للتقييد بدلالة وسطي mean الضجيج وتفاوته variance ، وهي قيم ان لم تكن معروفة، يمكن على الأغلب قياسها أو تقريبها في الواقع العملي.

يمكن تلخيص اجراء الاستعادة بمعيار التربيعات الصغرى المقيد constrained least – squares restoration كما يلي:

الخطوة الأولى. اختر قيمة بدائية لـ γ ، و احصل على تقدير لـ $\|n\|^2$ مستعملا المعادلة (6.5 - 27).

الخطوة الثانية . احسب $\hat{F}(u, v)$ مستعملا المعادلة (6.5 - 18). احصل على $\hat{f}$ بأخذ معكوس تحويل فورييه لـ$F(u, v)$.

الخطوة الثالثة. شكل متجه البواقي r وفقا للمعادلة (6.5 - 19)، واحسب $\phi(\gamma) = \|r\|^2$

الخطوة الرابعة. زد أو انقص γ .

(a) $\phi(\gamma) < \|n\|^2 - a$. زد γ وفقاً للخوارزمية المعطاة أعلاه أو وفقاً لأية طريقة أخرى ملائمة (مثل اجراء نيوتن – رافسون).

(b) $\phi(\gamma) > \|n\|^2 + a$. انقص γ وفقا لخوارزمية ملائمة.

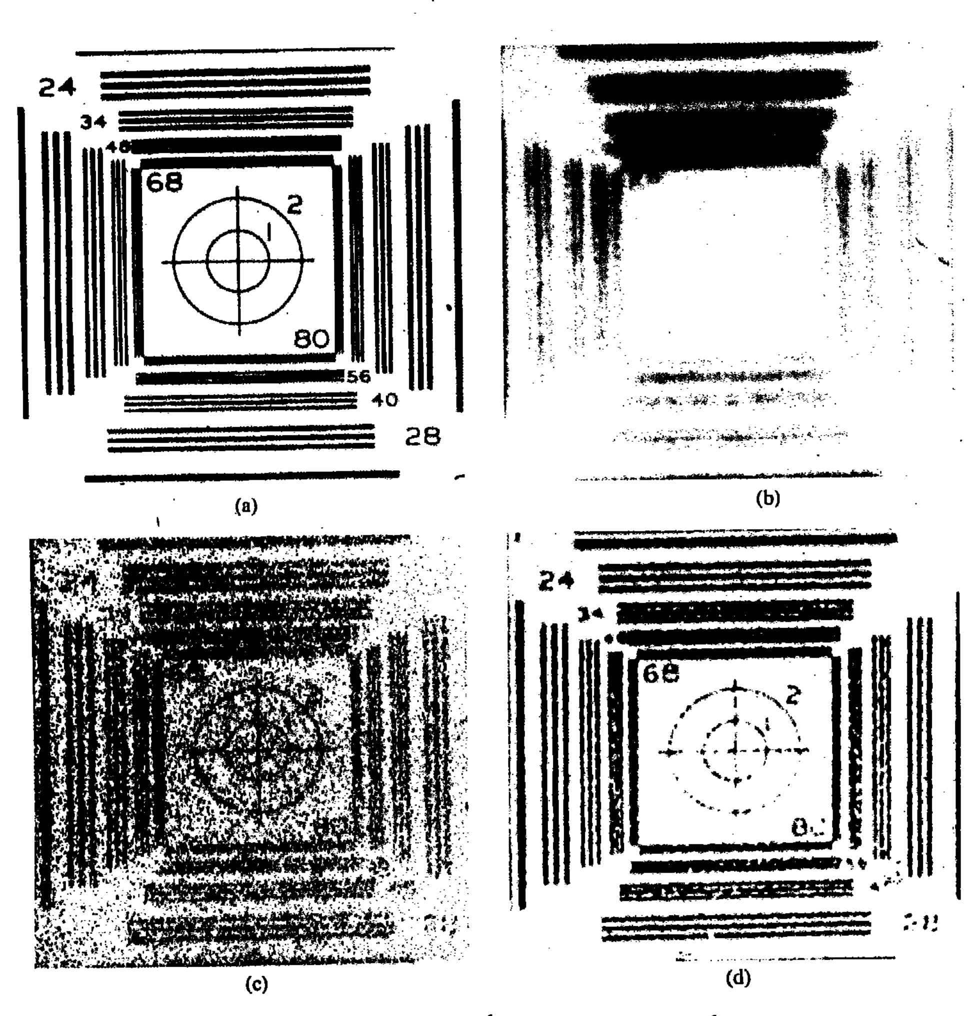
الخطوة الخامسة. عد الى الخطوة 2 وتابع الا اذا كانت الخطوة 6 حقيقة.

الخطوةالسادسة $\phi(\gamma) = \|n\|^2 \pm a$ ، حيث تحدد a الدقة التي يتم

تحقيق التقييد بها. أوقف اجراء التقدير بحيث تكون $\hat{f}$ من أجل القيمة الحالية لـ γ هي الصورة المخزنة.

مثال: لقد تم الحصول على الشكل 6.5(b) بطي دالة منشور النقطة المشكلة غوصيا Gausian – shaped point – spread function

$$h(x, y) = \exp\left[-\left(\frac{x^2 + y^2}{2400} \right)^2 \right]$$



الشكل 6.5(a) صورة أصلية. (b) صورة غبشت وأفسدت بضجيج جمعي. (c) صوره استعيدت بالترشيح العكسي. (d) صورة استعيدت بطريقة التربيعات الصغرى least – squares المقيدة. (عن Hunt 1973).

مع الصــورة الأصــلية المبينة في الشكل 6.5(a) ، وجمع ضــجيج مأخوذ من توزيع منتظم uniform distribution في البون [0 ,0.5]. الشكل 6.5(c) هو نتيجة استعمال الخوارزمية المذكورة أعلاه مع $\gamma=0$ (المرشاح العكسي). ان طبيعة الاشراط الضعيف ill – conditioned للحل واضــحة من هيمنة الضــجيج في الصــورة المستعادة. لقد تم الحصــول على الشكل 6.5(d) بالسماح للخوارزمية بالبحث عن γ التي ستحقق التقييد. لقد تم استعمال تفاوت ووسطي الكثافة المنتظمة في البون [0 ,0.5] لتقدير $\|n\|^2$ و تم اختيار عامل الدقة a بحيث يكون $\|n\|^2$ $a = 0.0025$. و التحسين الذي يقدمه الحل المقيد بالنسبة للتحسين الذي يقدمه الترشيح العكسي المباشر جلي تماما.

7.5 الاستعادة التفاعلية interactive restoration

لقد ركزنا عنـايتنا حتى الآن على طريقة تحليلية بحتة للاستعادة. في كثير من الأحيان، يكون عمليا أن نستفيد من حدس الانسان و من الحواسيب الرقمية متعددة الأغراض معا، لاستعادة الصـور بأسلوب تفاعلي. في هذه الحالة، يملك المراقب امكانية التحكم بعملية الاستعادة، وبضـبط المعلمات المتوفرة، يكون قادرا على الحصـول على نتيجة نهائية يمكن أن تكون ملائمة لغرض معين. نعطي فيا يلي مثالين لهذا الأسلوب. ان أحد أبسط حالات فساد الصـورة الملائمة كثيراً للاستعادة التفاعلية هي حصـول نمط تداخل جيبي ثنائي الأبعاد (يدعى أحيانا الضجيج المتماسك coherenrt noise) متراكبا على الصـورة. دع $\eta(x, y)$ ترمز الى نمط تداخل جيبي اتساعه A ، ومركبتي تردده ثنائيتي الأبعاد هما(u_0, v_0)أي

$$\eta(x,y) = A\ \sin(u_0 x + v_0 y) \qquad (1-7.5)$$

يمكن أن نبين بالتعويض المباشر للمعادلة (1–7.5)في المعادلة (1.3–9) أن تحويل فورييه لـ $\eta(x, y)$ يعطى بالعلاقة

$$N(u,v) = \frac{-jA}{2}\left[\delta(u - u_0/2\pi, v - v_0/2\pi) - \delta(u + u_0/2\pi, v + v_0/2\pi)\right] \qquad (2-7.5)$$

بكلمات أخرى، ان تحويل فورييه لدالة جيبية ثنائية–الأبعاد هو زوج من النبضـات

شدتهما $A/2$ و $-A/2$ متوضعتان عند احداثيين $(u_0/2\pi, v_0/2\pi)$ و $(-u_0/2\pi, -v_0/2\pi)$ على التوالي في مستوي التردد. ويلاحظ أيضاً أن للتردد في هذه الحالة مركبتين تخيليتين فقط. ولأن التدني الوحيد المأخوذ بالحسبان هنا هو الضجيج الجمعي، يكون لدينا من المعادلة(2.5 – 40)

$$G(u, v) = F(u, v) + N(u, v) \qquad (3-7.5)$$

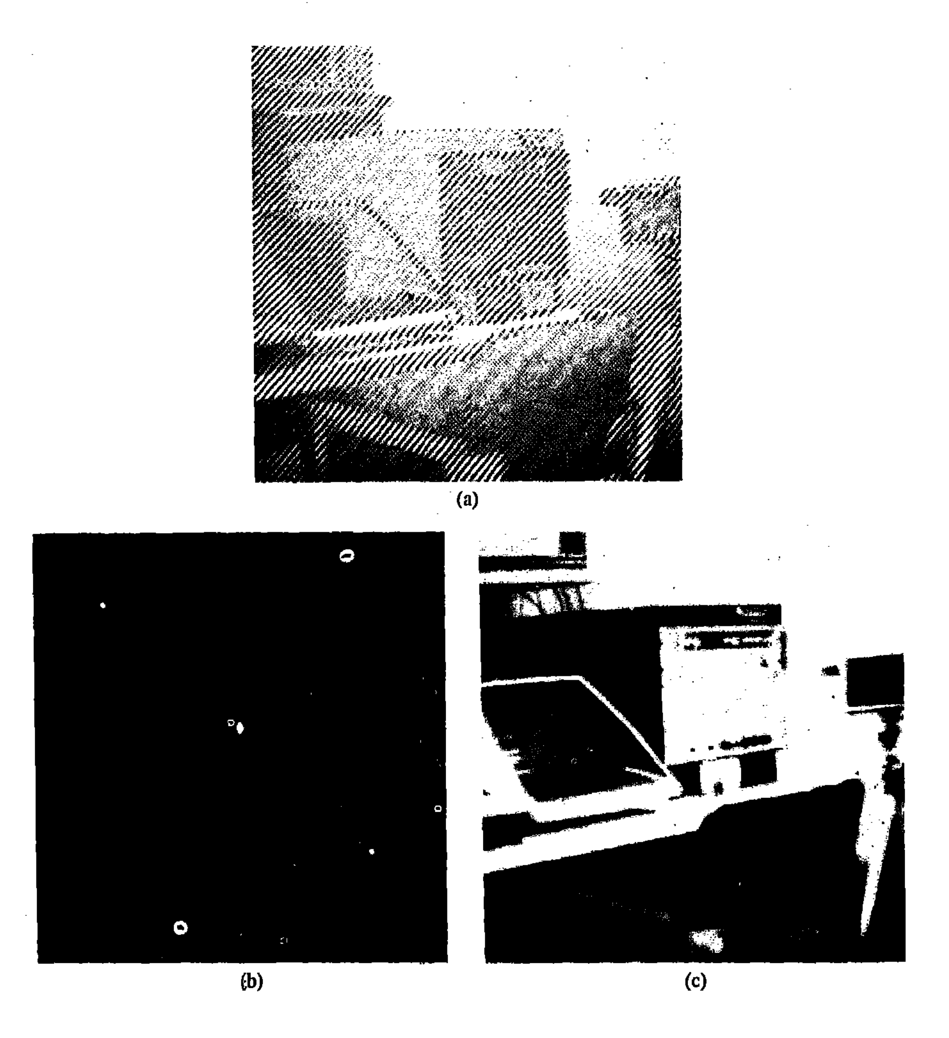
ان رسم مطال $G(u, v)$ سيحتوي مطال مجموع $F(u, v)$ و $N(u, v)$. فاذا كان A كبيرا بما فيه الكفاية، ستظهر نبضتا $N(u, v)$ كنقطتين لامعتين على الرسم (الشاشة) وخاصة اذا وقعتا بعيدا عن المبدأ حيث تكون مشاركة مركبات $F(u, v)$ صغيرة.

اذا كانت $\eta(x, y)$ معروفة تماماً، فإن الصورة الأصلية يمكن، بالطبع، أن تستعاد بطرح التداخل من $g(x, y)$. ولأن هذه نادراً ماتكون الحالة، فإن إحدى الطرق العملية هي أن نحدد بصرياً موضع المركبات النبضية في المجال الترددي ونستخدم مرشاح رفض نطاق bandreject filter (انظر القسم 4.7.4) عند هذه المواضع.

مثال: لقد أفسدت الصورة المبينة في الشكل 7.5(a) بنمط جيبي من الشكل المبين في المعادلة (7.5 – 1). يظهر طيف فورييه لهذه الصورة والمبين في الشكل 7.5(b) ، بوضوح زوجا من النبضات المتناظرة، بسبب التداخل الجيبي. لقد تم الحصول على الشكل 7.5(c) بوضع مرشاحي رفض نطاق، يدويا عن طريق الحاسوب، بقطر قدره 1 عند موضع النبضتين ومن ثم أخذ معكوس تحويل فورييه للنتيجة. من أجل جميع التطبيقات العملية، تبدو الصورة خالية من التداخل.

ان وجود نمط تداخل وحيد محدد بوضوح مثل ذلك الذي وضحناه للتو، نادراً مايحدث في الواقع العملي. إنَّ مثالاً جديراً بالملاحظة موجود في الصور التي تم الحصول عليها من مواسح (مرقمنات) كهرميكانيكية، كتلك التي تستعمل بشكل شائع في بعثات الفضاء. إن التداخل الناتج عن الاقتران coupling و تكبير الاشارات

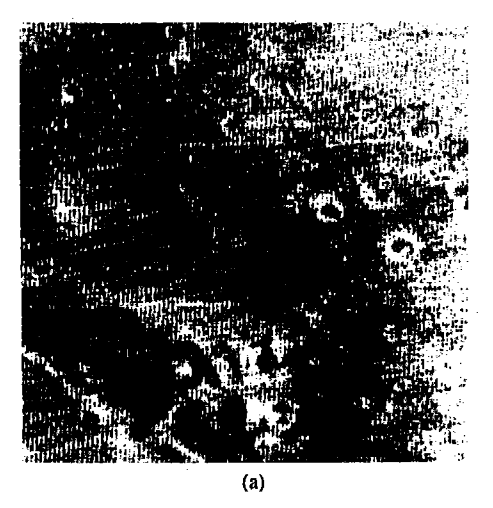
منخفضة السوية في الدارات الألكترونية هو مشكلة شائعة. ان النتيجة هي أن الصور المعاد بناؤها من خرج الماسح (المرقمن) تميل الى أن تشتمل على بنية دورية ثنائية الأبعاد بارزة متراكبة على معطيات المشهد.



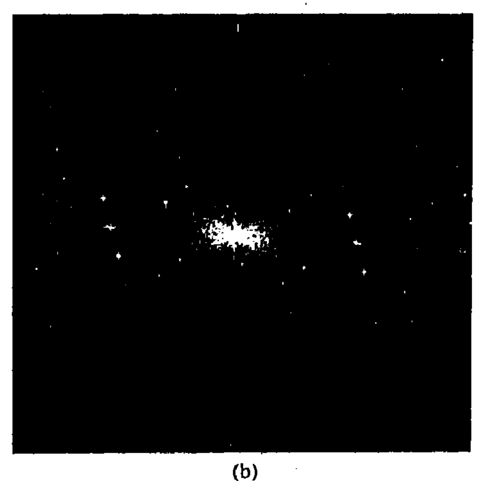
الشكل 7.5 مثال لازالة تداخل جيبي. (a) صورة مفسدة (مشوشة). (b) طيف فوريه يبين نبضتين ناتجتين عن النمط الجيبي . (c) صورة استعيدت باستعمال مرشاح ايقاف نطاق بنصف قطر قدره 1.

إن أحد الأمثلة لهذا النوع من تدني الصـورة الدوري مبين في الشكل 8.5(a) ، الذي هو صـورة للمنطقة المريخية المأخوذة بواسطة المركبة الفضـائية ماريز mariner 6. إن نمط التداخل مشابه إلى حد بعيد لذلك المبين في الشكل 7.5(a) ولكن النمط السابق أكثر دقة، وبالتالي، أكثر صـعوبة للكشف في المستوي الترددي.

يبين الشكل 8.5(b) طيف فوريه لهذه الصـورة. إن المركبات الشبيهة بالنجوم نتجت عن التداخل، ويلاحظ وجود عدة أزواج من المركبات، مما يدل على أن النمط قد نتج عن أكثر من مركبـة جيبيـة واحدة فقط. عندما تكون عدة مركبـات تداخل موجودة، لاتكون الطريقة المناقشـة أعلاه دائمًا مقبولة لأنها يمكن أن تزيل كثيراً من معلومات الصـورة في عملية الترشيح. بالاضافة إلى ذلك، فإن هذه المركبات ليست عادة رشقات bursts تردد–وحيد. بل تميل لأن يكون لها حواف skirts عريضـة تحمل معـلومات حول نمط التداخل. هذه الحواف ليست دائمًا قابلة للكشف بسهولة من أرضـية التحويل العادية.



(a)



(b)

الشكل 8.5(a) صـورة لمنطقة مريخية مأخوذة بواسطة المركبة الفضـائية ماريز mariner 6 . (b) طيف فوريه. لاحظ التـداخـل الدوري في الصــــورة والنتوءات spikes المقـابلة في الطيف. (باذن من NASA ، مختبر Jet Propulsion).

لاقى الاجراء الموصوف فيما يلي قبولا في معالجة المشاهد المتعلقة بالفضاء و يتكون من عزل المشاركات الرئيسة لمركبات نمط الضجيج أولا، ثم طرح جزء موزن weighted متغير من النمط من الصورة المفسدة (المتدنية). على الرغم من أن الاجراء مطور أدناه في سياق تطبيق محدد، فان الطريقة الأساسية عامة الى حد بعيد ويمكن تطبيقها في مهمات تحسين أخرى حيث يسبب التداخل الدوري المتعدد مشكلة.

الخطوة الأولى هي استخلاص المركبات الترددية الرئيسة لنمط التداخل. يمكن أن يتم هذا بوضع مرشاح تمرير نطاق $H(u, v)$ bandpss filter في موضع كل نتوء (بروز) spike (انظر القسم 4.7.4). اذا صمم $H(u, v)$ لتمرير المركبات المصاحبة لنمط التداخل فقط، ينتج عن ذلك أن يعطى تحويل فورييه للنمط بالعلاقة

$$P(u, v) = H(u, v)G(u, v) \qquad (4-7.5)$$

حيث ان $G(u, v)$ هو تحويل فورييه للصورة المفسدة (المتدنية) $g(x, y)$، ومن أجل رقمنة في مصفوفة أبعادها N×N ، تأخذ u و v قيما في المدى 0,1,...,N−1. من المهم أن نلاحظ أن تشكيل $H(u, v)$ يتطلب درجة أكبر من المحاكمة لتقرير ماهو نتوء spike تداخل وماهو غير ذلك. لهذا السبب يصمم مرشاح تمرير النطاق عادة بشكل متفاعل interactively بملاحظة الطيف $G(u, v)$ على شاشة الاظهار display. بعد أن يتم اختيار مرشاح معين، يتم الحصول على النمط المقابل في المجال الحيزي spatial domain من العلاقة

$$p(x, y) = \mathfrak{F}^{-1}\{H(u, v)G(u, v)\} \qquad (5-7.5)$$

نظرا لأن الصورة المفسدة تشكل بجمع $f(x, y)$ و التداخل، واذا كانت $p(x, y)$ معروفة تماماً، فإن طرح النمط من $g(x, y)$ للحصول على $f(x, y)$ سيكون مسألة بسيطة. المسألة هي، بالطبع، أن اجراء الترشيح المذكور أعلاه يعطي عادة تقريبا فقط للنمط الحقيقي true pattern. لكي نخفض إلى الحد الأدنى آثار المركبات غير الموجودة في تقدير $p(x, y)$، فإننا بدلاً من ذلك نطرح جزءاً موزناً من $p(x, y)$ للحصول على تقدير estimate لـ $f(x, y)$، أي

$$\hat{f}(x, y) = g(x, y) - w(x, y)p(x, y) \qquad (6-7.5)$$

حيث ان $\hat{f}(x, y)$ هو تقدير $f(x, y)$ ، و $w(x, y)$ يجب تحديدها. تسمى الدالة $w(x, y)$ دالة تشكيل أو توزين weighting or modulationg function ، والهدف من الاجراء هو اختيار هذه الدالة بحيث تكون النتيجة أقرب ماتكون الى الحالة المثلى بطريقة ما ذات معنى meaningful. ان أحد الأساليب هو اختيار $w(x,y)$ بحيث تخفض تفاوت $\hat{f}(x, y)$ لى الحد الأدنى ضمن مجال محدد لكل نقطة (x, y).

خذ جواراً قياسه $(2X+1) \times (2Y+1)$ حول نقطة (x, y). ان التفاوت "الموضعي" لـ $\hat{f}(x, y)$ عند الاحداثيين (x, y) يعطى بالعلاقة

$$\sigma^2(x, y) = \frac{1}{(2X+1)(2Y+1)} \sum_{m=-X}^{X} \sum_{n=-Y}^{Y} \left\{ \hat{f}(x+m, y+n) - \bar{\hat{f}}(x, y) \right\} \qquad (7-7.5)$$

حيث ان $\bar{\hat{f}}(x,y)$ هي القيمة المتوسطة لـ $\hat{f}(x, y)$ في الجوار، أي،

$$\bar{\hat{f}}(x, y) = \frac{1}{(2X+1)(2Y+1)} \sum_{m=-X}^{X} \sum_{n=-Y}^{Y} \hat{f}(x+m, y+n) \qquad (8-7.5)$$

يمكن معالجة النقاط الموجودة على أو قرب حافة الصورة باستخدام جوارات جزئية.

ان تعويض المعادلة $(6-7.5)$ في المعادلة $(7-7.5)$ يعطي

$$\sigma^2(x, y) = \frac{1}{(2X+1)(2Y+1)} \sum_{m=-X}^{X} \sum_{n=-Y}^{Y} \{ [\bar{g}(x+m, y+n) - w(x+m, y+n)p(x+m, y+n)] - [\bar{g}(x, y) - \overline{w(x, y)p(x, y)}] \}^2 \qquad (9-7.5)$$

بافتراض أن $w(x, y)$ تبقى ثابتة أساساً في الجوار، نحصل على التقريب

$$w(x+m, y+n) = w(x, y) \qquad (10-7.5)$$

من أجل $X \leqslant m \leqslant X$ and $-Y \leqslant n \leqslant Y$ ، أيضاً

$$\overline{w(x, y)p(x, y)} = w(x, y)\bar{p}(x, y) \qquad (11-7.5)$$

في الجوار. بهذه التقريبات، تصبح المعادلة (7.5-9)

$$\sigma^2(x,y)=\frac{1}{(2X+1)(2Y+1)}\sum_{m=-X}^{X}\sum_{n=-Y}^{Y}\{[g(x+m,y+n) \quad (7.5-12)$$
$$-w(x,y)p(x+m,y+n)]-[\bar{g}(x,y)-w(x,y)\bar{p}(x,y)]\}^2$$

لتخفيض $\sigma^2(x,y)$ نحل

$$\frac{\partial\sigma^2(x,y)}{\partial w(x,y)}=0 \qquad (7.5-13)$$

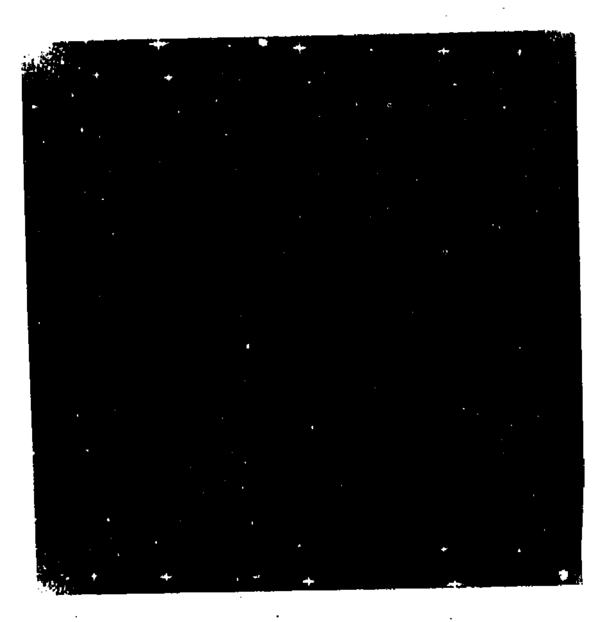
من أجل $w(x,y)$. فتكون النتيجة

$$w(x,y)=\frac{\overline{g(x,y)p(x,y)}-\bar{g}(x,y)\bar{p}(x,y)}{\overline{p^2}(x,y)-\bar{p}^2(x,y)} \qquad (7.5-14)$$

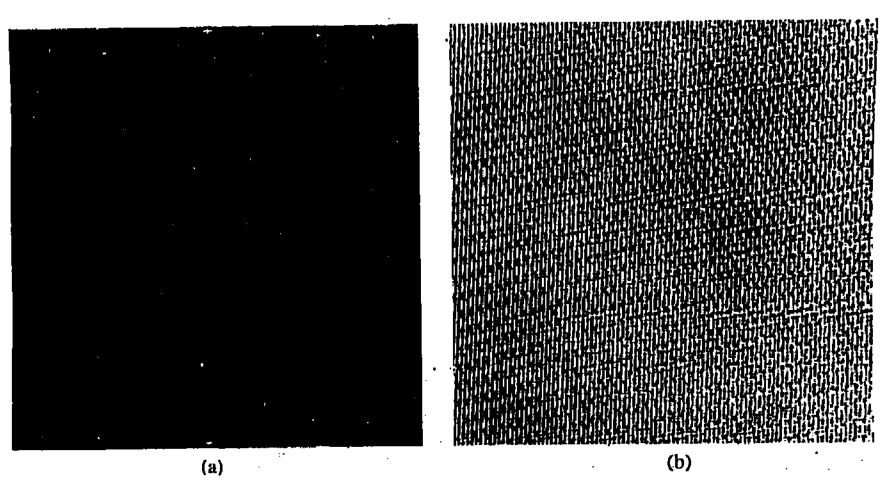
للحصول على الصورة المستعادة $\hat{f}(x,y)$ نحسب $w(x,y)$ من المعادلة (7.5-14) ونستخدم بعدئذ المعادلة(7.5-6). من المهم أن نلاحظ أنه نظرا لأن $w(x,y)$ يفترض أن تكون ثابتة في جوار ما، ليس ضروريا أن نحسب هذه الدالة لكل قيمة لـ x و y في الصورة. بدلا من ذلك، تحسب $w(x,y)$ من أجل نقطة واحدة في كل جوار غير متراكب (يفضل أن تكون نقطة المركز) وبعدئذ تستعمل لمعالجة جميع نقاط الصورة الموجودة في ذلك الجوار.

مثال: تبين الأشكال 9.5 حتى 11.5 نتيجة تطبيق التقنية المذكورة أعلاه على الصورة المبينة في الشكل 8.5 (a) . في هذه الحالة N=512 وقد تم اختيار جوار أبعاده X = Y = 15. الشكل 9.5 هو طيف فورييه للصورة المفسدة corrupted ولكن المبدأ لم يزح الى مركز مستوي التردد. يبين الشكل 10 . 5 (a) طيف $P(u,v)$، حيث توجد نتوءات spikes الضجيج فقط، والشكل 10 . 5 (b) هو نمط التداخل $p(x,y)$ الذي تم الحصول عليه بأخذ معكوس تحويل فورييه لـ $P(u,v)$. لاحظ التشابه بين هذا النمط وبنية الضجيج الموجودة في الشكل 8.5 (a) . أخيراً، يبين الشكل 11.5 الصورة المعالجة التي تم الحصول عليها باستخدام المعادلة (7.5-6). من أجل الأغراض

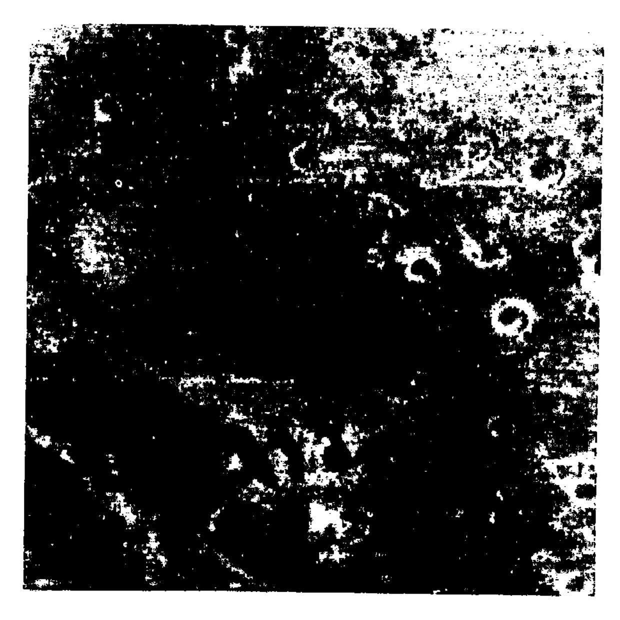
العملية، لقد آزيل الضجيج الدوري تاركا ضجيجا نقطيا (متقطعا) غير دوري. يمكن معالجة هذا الضجيج بطرق أخرى مثل توسيط الجوار وترشيح الترددات المنخفضة.



الشكل 9.5 طيف فورييه (بدون ازاحة) للصورة المبينة في الشكل 8.5(a) (باذن من NASA ، مخبر Jet Propulsion).



الشكل 10.5(a) طيف فورييه لـ P (u, v) . (b) نمط التداخل المقابل p(x,y) (باذن من NASA ، مخبر Jet Propulsion).



الشكل 11.5 الصـورة المعالجة (باذن من NASA ، مختبر Jet Propulsion)

8.5 الاستعادة في المجال الحيزي

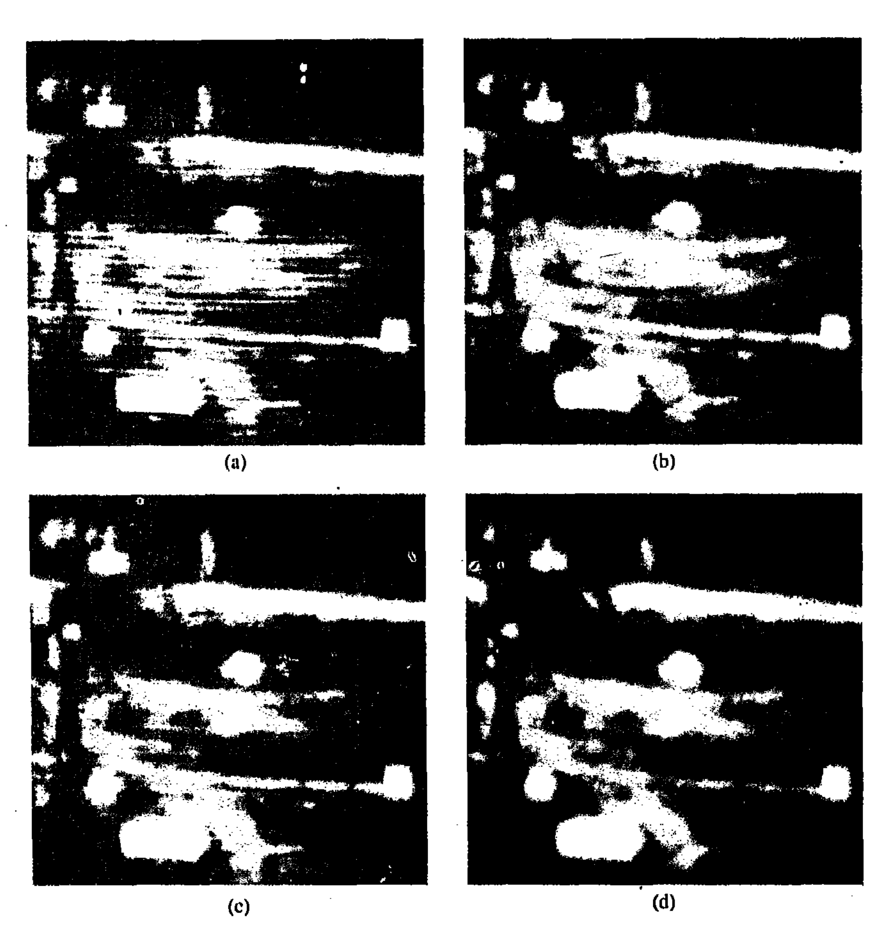
restoration in the spatial domain

بعد أن يتم الحصـول على مرشاح استعادة مناسب في المجال الترددي بأية طريقة من الطرق التي نوقشت في القسم السابق، غالبا ما يكون مرغوبا تطبيق الحل في المجال الحيزي عن طريق نافذة و ذلك لتسريع المعالجة (انظر القسم 1.4). كما أشرنا في القسم 6.4 ، يمكن الحصـول مباشرة على معاملات coefficients نافذة الطي من دالة مرشاح معين عن طريق المعادلة(6.4 – 12). على الرغم من أن المناقشـة الواردة في القسم 6.4 تتعامل مع التحسين enhancement، فان المفاهيم المطورة في ذلك القسم قابلة للتطبيق على الاستعادة كذلك، اذ يكمن الفرق في طبيعة المرشاح. ان استخدام هذه المفاهيم من أجل تحسين الصـورة موضـح في المثال التالي:

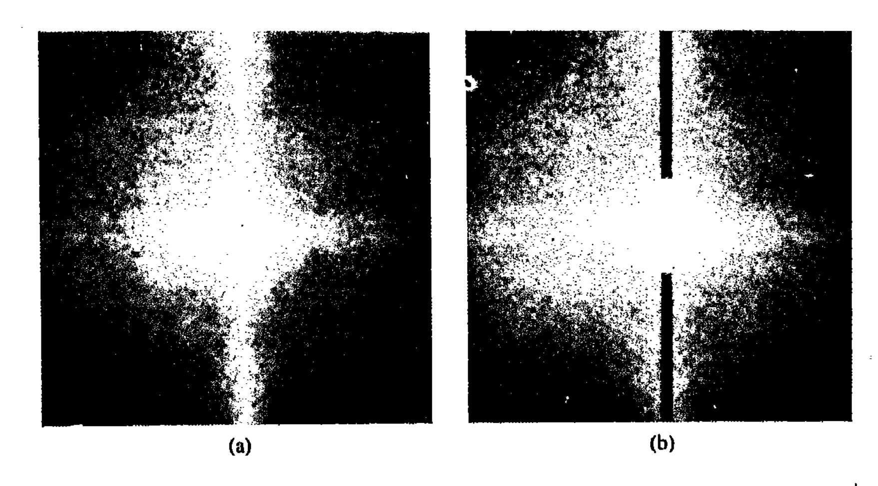
مثال: يبين الشكل 12.5 (a) صورة بالأشعة تحت الحمراء لمجموعة أهداف عسكرية في حقل. لقد أفسدت الصورة بتداخل دوري تقريبا ناتج عن الماسح scanner ، يمكن رؤيته كأثر تموج ripple في الاتجاه العمودي. ينتج التداخل، بسبب طبيعته الدورية، رشقات bursts قدرة مركزة في المحور الاحداثي الشاقولي لطيف فورييه للصورة، كما هو مبين في الشكل 13.5(a).

ان احدى الطرق البسيطة لتخفيض أثر التداخل هو استعمال مرشاح ذي قطع حاد notch filter ، دالة تحويله H (u, v) ، يخمد قيم تحويل فورييه في المحور الاحداثي العمودي ويضرب جميع قيم التحويل الأخرى بـ 1 ، بطريقة مشابهة للاجراء المناقش في القسم 7.5 . ان مثل هذا المرشاح مبين في الشكل 13.5 (b) متراكبا على الطيف. حيث ان الشريطين السوداويين هما المنطقتان المخمدتان.

ان نتيجة استخدام مرشاح ذي قطع حاد notch filter وأخذ معكوس تحويل فورييه، مبينة في الشكل 12.5 (b). لاحظ أنه، من أجل جميع الأغراض، قد تم حذف الضجيج من الصورة. لقد تم الحصول على الصورة المبينة في الشكل 12.5 (c) بتطبيق نافذة طي (انظر القسم 1.4) على الصورة الأصلية المفسدة. لقد تم توليد معاملات هذه النافذة من مرشاح ذي قطع حاد باستعمال المعادلة (6.4-12). ولأن هذه النافذة الصغيرة هي تقريب لعملية الترشيح باستخدام تحويل فورييه، فان بعض الخطوط العمودية ماتزال ملحوظة في الصورة المعالجة. ان تمرير النافذة مرة ثانية على الصورة قد خفض التداخل أكثر (على حساب بعض التغبيش الملحوظ)، كما هو مبين في الشكل 12.5(d).



الشكل 12.5 (a) صورة بالأشعة تحت الحمراء تبين تداخلا. (b) صورة استعيدت باستعمال مرشاح ذي قطع حاد في المجال الترددي. (c) صورة استعيدت باستخدام نافذة طي أبعادها 9×9. (d) نتيجة تطبيق النافذة مرة ثانية (عن Meyer and Gonzalez 1983).



الشكل 13.5 (a) طيف فورييه للصورة المبينة في الشكل 12.5(a). (b) مرشاح ذو قطع حاد متراكب على الطيف (عن Meyer and Gonzalez 1983).

9.5 التحويلات الهندسية geometric transformation

نختتم هذا الفصل بمناقشة تمهيدية لاستعمال التحويلات الهندسية لاستعادة الصورة. خلافا للتقنيات التي نوقشت حتى الآن، تعدل التحويلات الهندسية عادة العلاقات الحيزية بين العناصر pixels في الصورة. لهذا السبب، غالبا ماتسمى التحويلات الهندسية "تحويلات الصفيحة المطاطية" rubber sheet transforms لأنه يمكن أن ينظر اليها كعملية طباعة صورة على صفيحة من المطاط وبعد ذلك تمديد هذه الصفيحة تبعا لمجموعة من القوانين محددة مسبقا.

بمفاهيم معالجة الصورة، يتألف التحويل الهندسي من عمليتين أساسيتين: (1) تحويل حيزي spatial transformation يحدد اعادة ترتيب العناصر في مستوي الصورة، و (2) استكمال سويات–رمادية gray – level interpolation ، والذي يتعامل مع نسب سويات رمادية للعناصر في الصورة المحولة حيزيا. ان الأفكار الأساسية التي تتضمنها هذه المفاهيم، واستعمالها في سياق استعادة الصورة، مناقشة في الأقسام التالية.

1.9.5 التحويلات الحيزية spatial transformations

افترض أن صــورة f باحداثيي عنصــر (x, y) تخضـع لتشويه هندسي لانتاج صــورة g باحداثيين $(\hat{x}, \hat{y})$. يمكن التعبير عن هذا التحويل كما يلي

$$\hat{x} = r(x, y) \qquad (1-9.5)$$

و

$$\hat{y} = s(x, y), \qquad (2-9.5)$$

حيث تمثل $r(x, y)$ و $s(x, y)$ التحويلين الحيزيين اللذين أنتجا الصــورة $g(\hat{x}, \hat{y})$ المشوهة هندسيا. مثلا، اذا كانت $r(x, y) = x/2$ و $s(x, y) = y/2$ فان "التشويه" ببساطة هو تقليص قياس $f(x, y)$ بمقدار 1/2 في كل من الاتجاهين الحيزيين.

اذا كانت $r(x, y)$ و $s(x, y)$ معروفتان تحليليا، فانه من الممكن من حيث المبدأ استعادة $f(x, y)$ من الصــورة المشوهة $g(\hat{x}, \hat{y})$ بتطبيق التحويلين بشكل معكوس. ولكن في الواقع العملي، ليس من الممكن عادة تشكيل مجموعة وحيدة من الدالتين $r(x, y)$ و $s(x, y)$ تحليليا بحيث تصــف هذه المجموعة عملية تشويه في كامل مستوي الصــورة. ان الطريقة التي تستخدم في معظم الأحيان للتغلب على هذه الصـعوبة هي تشكيل اعادة التوضيـع relocation الحيزية لعناصــر الصــورة عبر استعمال نقاط ربط tiepoints، التي هي مجموعة فرعية من عناصــر الصــورة pixels التي يعرف موضـعها في صــورة الدخل (المشوهة) وصــورة الخرج (المصـححة) بدقة. تأمل الشكل 14.5 الذي يبين منطقتين رباعيتي الأضـلاع في صــورة مشوهة وصــورة مصـححة مقابلة. ان قمم (رؤوس) الشكلين الرباعيين هي نقـاط الربط tiepoints المقـابلة. افترض أن عملية التشويه الهندسي ضـمن المنطقتين الرباعيتين قد نمذجت بزوج من المعادلات ثنائيتي الخطية bilinear بحيث

$$r(x, y) = c_1x + c_2y + c_3xy + c_4 \qquad (3-9.5)$$

و

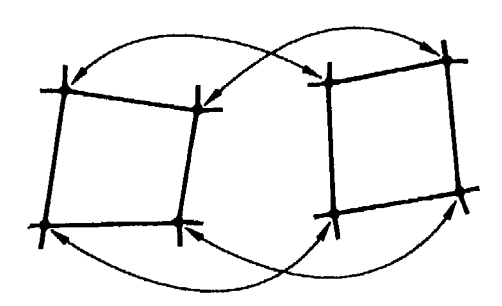
$$s(x, y) = c_5x + c_6y + c_7xy + c_8. \qquad (4-9.5)$$

عندئذ، ينتج من المعادلتين (9.5-1) و (9.5-2) أن

$$\hat{x} = c_1 x + c_2 y + c_3 xy + c_4 \quad (9.5-5)$$

$$\hat{y} = c_5 x + c_6 y + c_7 xy + c_8. \quad (9.5-6)$$

نظرا لأنه يوجد ما مجموعه ثمان نقاط ربط معروفة، فان هاتين المعادلتين يمكن أن تحلا بسهولة من أجل المعاملات الثمانية c_i, i=1,2,...,8 . عندما تصبح المعاملات معروفة، تؤلف النموذج المستعمل لتحويل جميع عناصر الصورة ضمن المنطقة الرباعية، الموصوفة بنقاط الربط المستعملة للحصول على المعاملات. عموما، نحتاج لنقاط ربط كافية لتوليد مجموعة من المناطق الرباعية التي تغطي كامل الصورة، بحيث يكون لكل منطقة رباعية مجموعتها الخاصة من المعاملات. ان توليد نقاط الربط مناقش في القسم التالي.



الشكل 14.5 نقاط الربط المتقابلة في جزأي صورة.

ان الاجراء المستعمل لتوليد الصورة المصححة هو اجراء مباشر. فمثلا، لتوليد $f(0,0)$ نعوض $(x, y)=(0,0)$ في المعادلتين (9.5-5) و (9.5-6) ونحصل على زوج من الاحداثيات $(\hat{x}, \hat{y})$ من هاتين المعادلتين. بعدئذ نجعل $f(0,0) = g(\hat{x}, \hat{y})$ حيث ان $\hat{x}$ و $\hat{y}$ هما قيمتي الاحداثيين اللذين حصلنا عليهما للتو. بعد ذلك نعوض $(x, y)=(0,1)$ في المعادلتين (9.5-5) و (9.5-6) للحصول على زوج آخر من القيم $(\hat{x}, \hat{y})$ ونجعل $f(0, 1) = g(\hat{x}, \hat{y})$ لقيمتي الاحداثيين تلك. تتم متابعة الاجراء عنصرا فعنصرا حتى

نحصـل على مصـفوفة لايتجاوز حجمها حجم الصـورة g. يمكن أن نبين أن مسح عمود (بدلا من صـف) سيعطي نتائج مماثلة. ومن المهم أن يبقى في ذهننا أيضـا، أننا بحاجة الى اجراء حفظ السجلات bookkeeping procedure لحفظ تسلسل المناطق الرباعية التي يمكن تطبيقها على موضـع عنصـر صـورة معين، لكي تستعمل المعاملات الصـحيحة.

2.9.5 استكمال السويات الرمادية gray – level interpolation

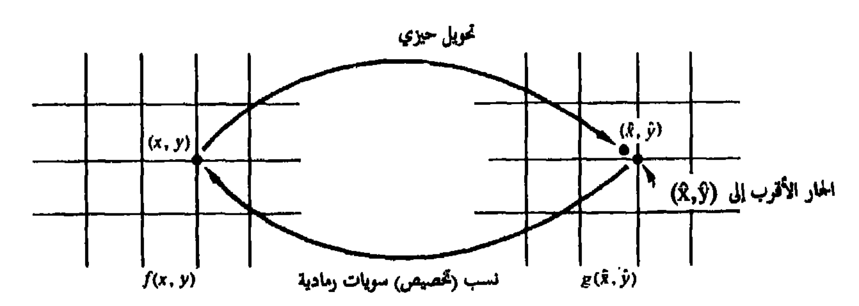
ان الطريقـة المذكورة أعلاه تتنقـل خلال قيم صـحيحة للاحداثيات (x, y) لتعطي الصـورة المصـححة $f(x, y)$. ولكن، حسب المعاملات C_i، يمكن أن تعطي المعادلتان (9.5 – 5) و (9.5 – 6) قيما غير صـحيحة لـ $\hat{x}$ و $\hat{y}$. نظرا لأن الصـورة المشوهة صـورة رقمية، فان قيم عناصـرها معرفة عند احداثيات صـحيحة فقط. ولذلك فان استعمال قيم غير صـحيحة non – integer لـ $\hat{x}$ و $\hat{y}$ يؤدي الى نقل mapping عناصـر الى مواضـع في g ليس فيها سويات رمادية محددة. يصـبح من الضـروري عندئذ أن نستنتج، بناء على قيم العناصـر في احداثيات صـحيحة فقط، ماذا يجب أن تكون قيم السويات الرمادية في تلك المواضـع. ان التقنية المستخدمة للحصـول على هذا الغرض تدعى استكمال السويات الرمادية gray – level interpolation . يبنى أبسـط مخطط scheme لاستكمال السويات الرمادية على طريقة الجار الأقرب nearest – neighbor. هـذه الطـريقـة التي تـدعى أيضـا الاستكـمـال ذو المـرتبـة صـفـر zero – order – intrpolation موضـحة في الشكل 15.5. يبين هذا الشكل (1) نقل mapping احداثيين (x, y) صـحيحين integers الى احداثيين $(\hat{x}, \hat{y})$ كسريين بواسطة المعادلتين (9.5 – 5) و (9.5 – 6) و (2) اختيار الجار الاحداثي – الصـحيح الأقرب الى $(\hat{x}, \hat{y})$ و (3) نسب السوية الرمادية لهذا الجار الأقرب الى العنصـر الواقع في (x, y).

على الرغم من أن الاستكمال بطريقة الجار الاقرب هو بالتأكيد سهل التنفيذ، غالبا مايكون لهذه الطريقة نتائج سلبية اذ تؤدي الى آثار مصـطنعة artifacts غير مرغوبة، مثل تشويه الحواف المستقيمة في الصـور ذات الميز resolution الدقيق. يمكن

الحصـول على نتائج أدق (أنعم) smoother باستعمال تقنيات أكثر تطورا مثل تقنية الاستكمال بالطي الحجمي cubic convolution interpolation (Bernstine 1976)، التي توائم سطحا من نوع $(sinx)/x$ خلال عدد أكبر من الجيران (16 على سبيل المثال) للحصـول على تقدير أكثر دقة للسويات الرمادية عند أية نقطة مرغوبة. ولكن، هذه التقنية مكلفة من وجهة نظر حسـابية، وكحل وسط معقول، تستعمل طريقة الاستكمـال ثنـائي الخطيـة bilinear interpolation التي تستعمـل السويات الرمادية للجيران الأربعة الأقرب. بكلمات أخرى، الفكرة هي أننا نعرف السوية الرمادية لكل من الجيران الأربعة المتكاملة الأقرب لزوج احداثيات $(\hat{x}, \hat{y})$ غير متكامل nonintegral. يمكن بعدئذ استكمـال قيمـة السوية الرمادية لـ $(\hat{x}, \hat{y})$ مرموزا اليها بـ $v(\hat{x}, \hat{y})$ من قيم جيراننا باستعمال العلاقة

$$v(\hat{x}, \hat{y}) = a\hat{x} + b\hat{y} + c\hat{x}\hat{y} + d, \qquad (7-9.5)$$

حيث يمكن تحديد المعاملات الأربعة بسهولة من المعادلات الأربعة بأربعة متحولات، والتي يمكن أن تكتب باستعمال جيران $(\hat{x}, \hat{y})$ الأربعة المعروفة. بعد أن يتم تحديد هذه المعاملات، نحسب $v(\hat{x}, \hat{y})$ وننسب هذه القيمة الى الموضـع في $f(x, y)$، الذي أعطى النقل الحيزي الى الموضـع $(\hat{x}, \hat{y})$. يمكن تصـور هذا الاجراء بسهولة بمساعدة الشكل 15.5. الاستثناء هو أنه بدلا من استعمال قيمة السوية الرمادية للجار الأقرب الى $(\hat{x}, \hat{y})$، نستكمل فعليا قيمته عند الموضـع $(\hat{x}, \hat{y})$ ونستعمل هذه القيمة لنسب السوية الرمادية عند الاحداثيين (x, y).



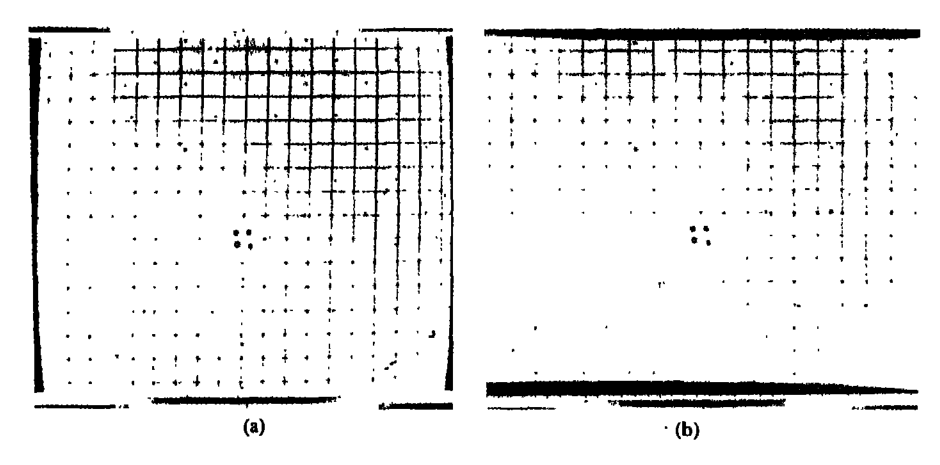
الشكل 15.5 استكمال السوية الرمادية مبني على مفهوم الجار الاقرب nearest – neighbor.

مثال: يمكن توضيح الطرق المطورة في هذا القسم والقسم السابق بتطبيق هذه التقنيات على مسألة تصحيح صورة شوهت هندسيا. الصورة المعنية مبنية في الشكل 16.5(a). تظهر هذه الصورة تشويه البرميل "barrel" الذي يوجد في كثير من كاميرات التصوير التي تعتمد مبدأ الفيديكون. ان الشبكة المربعة الخطية في الشكل 16.5 (a)مشوهة بشكل حاد، وبشكل خاص قرب حواف الصورة. لاحظ أيضا أن التشوه غير منتظم وأن درجة التشوه ازدادت بشكل غير خطي كدالة للمسافة من مركز الصورة.

كما أشرنا في القسم 1.5 ، يتطلب استعمال المعادلتين (9.5 -5) و (9.5 -6) معرفة نقاط الربط في كل من الصورة المشوهة والمصححة. في هذه الحالة الخاصة، نقاط الربط هي علامات الشبكة reseau marks الظاهرة في الشكل 16.5 (a) كنقاط داكنة صغيرة متناثرة ضمن الصورة. (علامات الشبكة reseau marks هي مربعات معدنية صغيرة تغمر مباشرة في سطح صمام التصوير). نظرا لأن مواضع هذه العلامات معروفة بدقة، يمكن أن تؤدي وظيفة نقاط ربط مثالية. ان نتيجة استعمال المعادلتين (9.5 -5) و (9.5 -6) من أجل الانتقالات الحيزية spatial mappings والمعادلة (9.5 -7) من أجل استكمال السويات الرمادية، مبينة في الشكل 16.5(b). لاحظ درجة التحسن الهامة في التصحيح الهندسي التي تم الحصول عليها باستعمال هذه المعادلات.

ان المثال السابق هو واحد من أمثلة كثيرة ممكنة لاستعمال التحويلات الهندسية في استعادة الصورة. ان أحد التطبيقات المهمة الأخرى هو تسجيل الصورة image - registeration حيث نرغب في ايجاد التطابق بين صورتين. ان اجراء تسجيل الصورة هو مثل الطريقة التي وضحناها للتو من أجل التصحيح الهندسي geometric correction ، ولكن التأكيد يكون على تحويل صورة ما بحيث تتطابق مع صورة أخرى لنفس المنظر، ولكن ربما كان منظورا اليها من زاوية أخرى. تشمل تطبيقات أخرى للتقنيات التي نوقشت في هذا القسم، تقويم تشوهات الاظهار display

distortions واسقـاط الخرائط وعرض الرسـوم المتحركة cartographic projection.
وتحتوي كتب Green 1983 و Castleman 1979 أمثلة عديدة على هذه التطبيقات.
قبل الانتقال من هذا القسم، نذكر أن تأسيس نقاط ربط متقابلة في صـورتين، يمكن أن يكون في حـالات كثيرة مهمة صـعبة نوعا ما. ليس كل وضـع قابل للتوصـيف بتوفر علامات مصـطنعة مثل علامات الشبكة. عندما لاتكون نقاط الربط معروفة سـلفا، تؤسس نقاط الربط عادة باستخدام تقنيات الترابط (انظر الفصـل الثامن) لايجاد خصـائص متطابقة corresponding features في صـورتين. ولكن قياسات الترابط تتأثر بعوامل مثل الضـجيج ودوران الصـورة وهكذا فانها تعطي عادة تطابقات حيزية spatial correspondences أقل دقة بين نقاط الربط.



الشكل 16.5 (a) صـورة مشوهة. (b) صـورة بعد التصـحيح الهندسي (عن O' Handly and Green 1972).

10.5 ملاحظات ختامية

ان المفاهيم الرئيسة التي طورت في هذا الفصل هي تشكيل formulation لمسألة استعادة الصورة في اطار الجبر الخطي linear algebra ، والتبسيطات اللاحقة للحلول الجبرية المبنية على خصائص المصفوفات الدوارة circulant matrices ومصفوفات الكتل الدوارة block – circulant matrices.

ان تقنيات استعادة الصورة التي اشتقت في الأقسام السابقة مبنية جميعها على معيار التربيعات الصغرى least – squares للتقريب الأمثل optimality. نذكر القارىء بأن استعمال كلمة "أمثل" optimal في هذا السياق يرجع الى المفهوم الرياضي تحديدا و ليس الى الاستجابة المثلى لنظام الابصار لدى الانسان. في الحقيقة، ان نقص معرفتنا حول الادراك البصري visual perception يعيق الوصول الى تشكيل عام لمسألة استعادة الصورة يأخذ بالحسبان ما يفضله المراقب observer و ما هي امكاناته. في ضوء هذه التقييدات، ان مزية الاجراء الذي اتبعناه في هذا الفصل هي تطوير أسلوب أساسي يمكن من خلاله اشتقاق مجموعة من النتائج المعروفة سابقا (ولكن غير موحدة). وهكذا فان قدرة الأسلوب الجبري واضحة في البساطة التي يمكن فيها الحصول على طرائق مثل مراشيح فينر والتربيعات الصغرى المقيدة بدءا من نفس المبادىء الأساسية. ان النقاط المركزية المؤدية الىالنتائج الواردة في الأقسام الثمانية الأولى من هذا الفصل مبنية على افتراض أن التدنيات degredations هي خطية وغير متغيرة حيزيا space invariant. هذا الافتراض يؤدي مباشرة الى تكامل الطي convolution integral الذي يمكن أن يعبر عن تشكيله المتقطع بدلالة نموذج التدني الأساسي المعطى في المعادلة (1.5 – 24). ان دورية دوال الدخل المفترضة قد سهلت المسألة أكثر بانتاج مصفوفات دوارة ومصفوفات كتل دوارة. بلغة التنفيذ، تسمح هذه المصفوفات باجراء جميع تقنيات الاستعادة التي وصلنا اليها في المجال الترددي بواسطة خوارزمية تحويل فورييه السريع ثنائي الأبعاد، مخفضة بذلك التعقيد الحسابي المفروض بالتشكيل المصفوفي matrix formulation الأصلي لعملية التدني. تؤمن المادة المعروضة في القسم 8.5 طريقة ملائمة لتنفيذ تقريب للنتائج الواردة في الأقسام 2.5

حتى 7.5 في المجال الحيزي. أخيرا، تعطي المناقشة الواردة في القسم 9.5 مدخلا لمسألة استعادة الصور المشوهة هندسيا.

المراجع

لقد أخذت التعريفات التي أعطيت في القسم 1.5 من Schwarz and Friedland 1965، ويمكن ايجاد خلفية لمعظم عمليات المصفوفات الأساسية في هذا الفصل في Deutsch 1965 و Nobel 1969 و Bellman 1970. ان تطوير نموذج التدني المتقطع بدلالة المصفوفات الدوارة ومصفوفات الكتل الدوارة مبني على مقالتين لـ Hunt [1971,1973]. هاتان المقالتان وكتاب Bellman 1970 يدرسون أيضا خصائص عملية جعل المصفوفات قطرية diagonalization المناقشة في القسم 2.5. يمكن ايجاد معلومات اضافية حول المادة المعروضة في القسم 3.5 بالاضافة إلى الاشتقاق الجبري لتقنيات استعادة متنوعة مستعملة في هذا الفصل في Andrews and Hunt 1977. ذلك الكتاب المكرس بشكل كامل لموضوع استعادة الصورة، يعالج بالتفصيل تقنيات استعادة أخرى بالاضافة للتقنيات التي طورت هنا.

لقد درس أسلوب الترشيح العكسي من قبل باحثين عديدين. المراجع للمادة المعروضة في القسم 4.5 هي McGlamery 1967 و Sondhi 1972 و Cutrona and Hall 1968و Slepian 1967. المراجع الاضافية لأسلوب الاستعادة بمعيار التربيعات الصغرى least squares restoratio المناقش في القسم 5.5 هي Helstrom 1967 و Slepian 1967 و Harris 1968 و Rino 1969 و Horner 1969 و Rosenfeld and Kack 1982 . وجدير بالاهتمام مقارنة الاشتقاقات الكلاسيكية في هذه المراجع مع الأسلوب الجبري المعطى في القسم 5.5. ان المادة المعروضة في القسم 6.5 مبنية على مقالة Hunt 1973. ان بعض المراجع الأخرى المتعلقة بالمواضيع المناقشة في الأقسام 1.5-حتى 7.5 هي Slepian and Pollak 1961 و Phillips 1962 و Twomey 1963 و Shack 1964 و Lohman and Harris 1965 و Harris 1966 و Meuller and reynolds

1967 و Blackman 1968 و Huang 1968 و Rushforth and Harris 1968 و MacAdam 1970 و Falconer 1970 و Som 1970 و Frieden [1972 ,1974] و Habib 1972و Sawchuck 1972 و Robbins and Huang 1972 و Andrews 1974 و Jean and Angel 1974 و Anderson and Netravaly 1976.

ان المادة المعروضـة في القسم 8.5 هي من Meyer and Gonzalez 1982. يمكن ايجاد مواد للقراءة الاضـافية من أجل المواضـيع الواردة في القسم 9.5 في O'Handly and Green 1972 و Bernstein 1976 و Castleman 1979 و Green 1983.

مسائل

1.5 ليكن لدينا نظام تدني – صـورة خطي وغير متغير بالنسبة للموضـع باستجابة نبضـــيـة $h(x-\alpha, y-\beta) = e^{[(x-\alpha)^2 + (y-\beta)^2]}$. افترض أن دخل النظـام صـورة تتألف من خط ذي عرض متناه في الصـغر يقع عند x=a وقد نمذج بـ $f(x, y) = \delta(x-a)$. بافتراض عدم وجود ضـــجيج، ماهي صـــورة الخرج $g(x, y)$ ؟

2.5 بين صـحة المعادلة (2.5 – 8).

3.5 اشتق معادلة شبيهة بالمعادلة (4.5 – 13)، ولكن من أجل سرعة منتظمة اختيارية في كل من الاتجاهين x و y.

4.5 لتكن لدينا مسألة تغبيش الصـورة الناتج عن تسارع منتظم في الاتجاه x. اذا كانت الصـورة في حالة راحة (سكون) في الزمن t=0 وتتسارع بتسارع منتظم $x_0(t) = at^2/2$ لزمن T ، أوجد دالة التحويل $H(u, v)$.

5.5 افترض أن صـورة قد غبشت بعملية يمكن نمذجتها كمرشاح ترددات منخفضـة نوع بترورث من الدرجة 1. في غياب الضـجيج، ماهي معادلة مرشاح فينر الذي ستستعمله لاستعادة هذه الصـورة؟

6.5 (a) بين كيف تنتج المعادلة(5.5 – 8) من المعادلة (5.5 – 7).

(b) بين كيف تنتج المعادلة (5.5 – 9) من المعادلة (5.5 – 8).

7.5 بافتراض أن النموذج المبين في الشكل 1.5 خطي وغير متغير بالنسبة للموضـع ، بين أن طيف القدرة للخرج يعطى بـ

$$|G(u, v)|^2 = |H(u, v)|^2\, |F(u, v)|^2 + |N(u, v)|^2 .$$

ارجع الى المعادلة (2.5 – 40).

8.5 اقترح Cannon 1974 مرشاح استعادة $R(u, v)$ يحقق الشرط

$$|\hat{F}(u, v)|^2 = |R(u, v)|^2\, |G(u, v)|^2$$

و مبني على المقدمة المنطقية لاجبار طيف القدرة للصـورة المستعادة $|\hat{F}(u, v)|^2$ على مساواة طيف القدرة للصـورة الأصـلية $|F(u, v)|^2$.

(a) اوجد $R(u, v)$ بدلالة $|F(u, v)|^2$ و $|H(u, v)|^2$ و $|N(u, v)|^2$

(تلميح: ارجع للشكل 1.5 و المعادلة (2.5 – 4.) و المسألة 7.5).

(b) استعمل نتيجتك في (a) لتصـيغ نتيجة بشكل المعادلة (5.5 – 9).

9.5 ابدأ بالمعادلة (7.5 – 12) واشتق المعادلة (7.5 – 14).

10.5 افترض أنه بدلا من استعمال المناطق الرباعية كان علينا استعمال مناطق ثلاثية في القسم 9.5 لتأسيس تحويل حيزي واستكمال سويات رمادية.

ماذا ستكون المعادلات المشابهة للمعادلات (9.5 – 5) و (9.5 – 6) و (9.5 – 7) اذا استعملت مناطق مثلثية ؟

الفصل السادس

ترميز الصورة

ولكن اذا رضيت بالقليل، فالقليل الكافي يبدو كوليمة.
اسحاق بايكرستاف Issac Bickerstaffe

كما ناقشنا في القسم 3.2 ، فان التمثيل الرقمي للصور يتطلب عادة عددا كبيرا جدا من البتـات bits. من المهم في كثير من التطبيقات أن نفكر في تقنيات لتمثيل الصـــورة، أو المعـلومات المحتواة فيهـا، ببتـات أقل. في اللغـة الاصطـلاحية لنظرية المعلومات، يشار الى هذا الأمر بـ "ترميز المصدر" sourse encoding. ان تطبيقات ترميز المصــدر في مجال معالجة الصورة تقع عادة في أحد أصناف ثلاثة: (1) ضغط معطيـات الصورة و (2) ارســال الصورة و (3) استخلاص الخصـائص. ان الطرائق المناقشة في هذا الفصل قابلة للتطبيق في أي من هذه الأصناف الثلاثة. ولكن، من المهم أن نلاحظ أن هذه التقنيات تعتمد الى حد كبير على نوع المسألة، problem oriented. بكـلمـات أخرى، على الرغم من أن الهدف النهائي للترميز هو تخفيض المعطيات فان تفضيل تقنية ترميز معينة على تقنية أخرى تمليه المسألة التي نتعامل معها. فعلى سبيل المثال، ان تطبيقات ضغط المعطيات data compression تمليها الحاجة الى تخفيض متطلبات التخزين. في هذه المسألة الخاصة، من المهم عادة استخدام تقنيات ترميز تسمح باعادة بناء تامة (بواسطة مفكك ترميز decoder) للمعطيات من شكلها المرمَّز. ان وحدات الترميز – فك الترميز التي لا تنتج أخطاء zero error يشار اليها بـ "حافظة المعلومات" information preserving.

في تطبيقات ارسـال الصورة، مثل ارسـال صور مجس فضائي space probe pictures للتفسير من قبل الانسان، يتركز الاهتمام على التقنيات التي تؤمن تخفيضا أعظميا في كمية المعطيات المراد ارسالها، بشرط أن يتم ذلك بقدر معقول من الأمانة fidelity. في هذه الحالة، يتم التأكيد على تخفيض كمية المعلومات التي يجب أن ترسل، وليست هنـاك حاجة لأن تكون تقنيـة الترميز حافظة للمعلومات، مادامت الصور الناتجة مقبولة من أجل التحليل المرئي أو التحليل بواسطة الآلة.

ان تطبيقات استخلاص الخصائص feature extraction تستعمل في الأصل من أجل التعرف على الأنماط pattern recognition بواسطة الحاسوب. ان الاعتبار الأكثر أهميـة في هذه الحالة، هو اختيـار تقنيـات ترميز تخفض المعطيـات مع حفظ معلومات كافية للسماح للآلة بالتفريق بين البنود موضع الاهتمام في الصورة. لنأخذ على سبيـل المثـال، مسـألة تصنيف محاصيل زراعية مختلفة في صورة التقطت بالسـاتل satellite. يوجد نوعان هامان من الخصائص في هذه الحالة: الخصائص التي تفرق بين المزروعات وغير المزروعات، والخصـائص التي يمكن أن تستعمـل للتفريق بين أنواع المزروعات. أما الخواص الأخرى كتلك المتعلقة بالفرق بين طريق ونهر، فلا حاجة لأن تؤخذ بالحسبان في اختيار اجراء ترميز لهذه المسألة الخاصة.

1.6 معيار الأمانة fidelity criteria

1.1.6 معيار الأمانة الموضوعي objective fidelity criteria

في بعض أنظمة ارسال الصور، يمكن التسامح ببعض الأخطاء في الصورة التي أعيد بنـاؤها reconstructed. في هذه الحالة، يمكن استعمال معيار الأمانة كقياس لجودة النظام. ان بعض أمثلة معايير الأمانة الموضوعية هي جذر – متوسط – تربيع الأخطاء root – mean – square (rms) error بين صورة الدخل وصورة الخرج، وجذر متوسط تربيع (rms) نسبـة الاشـارة الى الضجيج signal – to – noise ratio لصورة الخرج. افـترض أن صـورة الدخـل تتـألف من مصفوفة العنـاصر $f(x, y)$ حيث،

x, y=0,1,2,...,N − 1، التي أبعادها N×N. كما ناقشنا في القسم 3.2، كل عنصر pixel هو كلمة ثنائية من m − بت (m − bits) تقابل أحد قيم السويات الرمادية الممكنة الـ 2^m. يخفض المرمز encoder حجم المعطيات من N × N × m بت الى عدد أقل من البتات. ويقوم مفكك الترميز بمعالجة هذه البتات لاعادة بناء صورة الخرج التي تتألف من المصفوفة N × N من عناصر الصورة $g(x, y)$ حيث x, y= 0,1,2,...,N − 1 و كل عنصر هو أيضا كلمة ثنائية من m −بت تقابل واحدا من قيم السويات الرمادية الممكنة الـ 2^m.

ان الخطأ بين عنصر دخل ما input pixel وعنصر الخرج out put pixel المقابل له من أجل أية قيمة لـ x و y في المدى 0,1,2,...,N − 1 هو

$$e(x,y) = g(x,y) - f(x,y) \qquad (1-1.6)$$

ان مربع الخطأ squared error موسطا ضمن مصفوفة الصورة هو

$$\overline{e^2} = \frac{1}{N^2} \sum_{x=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{N-1} e^2(x,y)$$

$$= \frac{1}{N^2} \sum_{x=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{N-1} \left[g(x,y) - f(x,y) \right]^2 \qquad (2-1.6)$$

ويعرف خطأ الـ rms كما يلي

$$e_{rms} = \left[\overline{e^2} \right]^{1/2} \qquad (3-1.6)$$

يمكن أن نعتبر أيضا أن الفرق بين صور الدخل وصور الخرج هو ضجيج noise بحيث ان كل اشارة (عنصر pixel) خرج تتألف من اشارة دخل (عنصر الدخل المقابل) بالاضافة الى ضجيج (خطأ)، أي

$$g(x,y) = f(x,y) + e(x,y) \qquad (4-1.6)$$

ان متوسط − تربيع − نسبة − الاشارة − الى − الضجيج لصورة الخرج يعرف كمتوسط $g^2(x, y)$ مقسوما على متوسط $e^2(x, y)$ ضمن مصفوفة الصورة. بعبارة أخرى،

$$(SNR)_{ms}= \sum_{x=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{N-1} g^2(x,y) \Big/ \sum_{x=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{N-1} e^2(x,y) \qquad (5-1.6)$$

تعطى قيمة الـ rms لنسبة الاشارة الى الضجيج (SNR) عندئذ بالعلاقة

$$(SNR)_{rms}= \left[\sum_{x=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{N-1} g^2(x,y) \Big/ \sum_{x=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{N-1} \left[g(x,y)-f(x,y) \right]^2 \right]^{1/2} \qquad (6-1.6)$$

حيث ان الحد المتغير في المخرج هو الضجيج معبر عنه بدلالة صورتي الدخل والخرج.

يوجد تعريف بديل لنسبة الاشارة – الى – الضجيج وهو الجذر التربيعي لقيمة الذروة peak value في $g(x, y)$ مربعة (بافتراض أن القيمة الدنيا صفرا) و مقسومة على rms الضجيج، أي

$$(SNR)_p= \left\{ \left[\text{peak value of } g(x,y) \right]^2 / e_{rms} \right\}^{1/2} \qquad (7-1.6)$$

حيث تعطى e_{rms} بالمعادلة (1.6 – 3). ان قيمة الذروة peak value في $g(x, y)$ هي المدى الديناميكي الكلي لصورة الخرج. لذا، فان $(SNR)_{rms}$ و $(SNR)_p$ تختلفان بثابت مقياس scale constant يساوي نسبة السوية العظمى للاشارة الى السوية المتوسطة للاشارة.

1.6 ـ 2 معيار الأمانة الشخصي subject ive fidelity criteria

عندما يكون الغرض هو رؤية صور الخرج من قبل الناس، كما هي الحال في البث التلفزيوني، يكون من الملائم أكثر استعمال معيار الأمانة الشخصي subjective fidelity criteria المقابل لجودة الصور كما يراها المشاهدون. ان لجهاز الابصار لدى الانسان خواص مميزة بحيث يمكن ان تبدو صورتان، لهما نفس جذر متوسط تربيع الأخطاء rms، مختلفتان جذريا من حيث النوعية المرئية. كما أشرنا في القسم 1.2 ، فإن احدى الخواص الهامة لجهاز الابصار لدى الانسان هي حساسيته اللوغاريتمية لشدة الضوء بحيث أن الأخطاء في المناطق العاتمة dark في الصورة تكون ملحوظة أكثر من

الأخطاء في المناطق الفاتحة light. ان جهاز الابصار لدى الانسان حساس أيضا للتغيرات الحيزية الحادة في السوية الرمادية بحيث أن الأخطاء على الحواف أو بقربها تكون أكثر ازعاجا منها في تركيب الخلفية background texture. يمكن أن تقوَّم النوعية الشخصية subjective quality بعرض الصورة على عدد من المراقبين وتوسيط تقويماتهم. ان احدى الامكانيات هي استعمال السلم المطلق absolute scale مثل الذي يستعمل من قبل اللجنة رقم panel 6 لمنظمة دراسة التقسيمات التلفزيونية Telivision Allocations Study Organization (Frendendall and Behrend 1960):

(1) ممتاز excellent – صورة بنوعية عالية للغاية، بالقدر الذي ترغبه.

(2) جيد fine – صورة بنوعية عالية، تؤمن مشاهدة ممتعة. التداخل غير مزعج.

(3) مقبول passable – صورة بنوعية مقبولة. التداخل غير مزعج.

(4) بالكاد مقبول marginal – صورة بنوعية رديئة بحيث ترغب أن تستطيع تحسينها. التداخل مزعج نوعا ما.

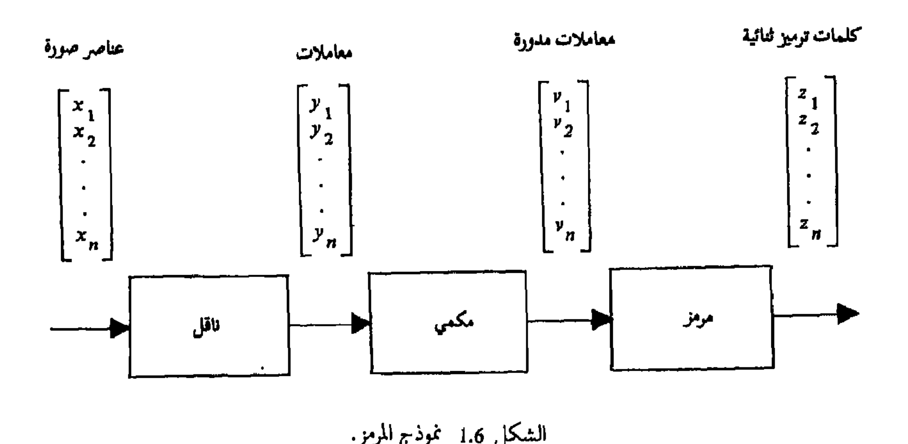
(5) رديء inferior – صورة سيئة جدا ولكنك يمكن أن تشاهدها. بالتأكيد يوجد تداخل مزعج.

(6) غير قابل للاستعمال unusable – صورة سيئة جدا لدرجة أنك لاتستطيع مشاهدتها.

توجد طريقة أخرى وهي طريقة مقارنة الزوج pair – comparison – method ، حيث تعرض على المراقبين صورتان في كل مرة ويسألون التعبير عن الأفضلية (أيهما أفضل). ولكل من الطريقتين مزاياها ومساوئها. بتوسيط النتائج لكثير من المراقبين (عشرون مراقبا هو عدد كاف عادة)، تعطي الطريقة الأولى رقما مطلقا بين 1 و 6 لكل صورة، ولكن بعض المرا قبين يمكن أن يسمحوا للسلم بالانزياح خلال مشاهدة سلسلة من الصور. تتفادى الطريقة الثانية هذه الصعوبة ولكنها تعطي الصور ترتيبا نسبيا فقط.

2.6 عملية الترميز the encoding process

يمكن نمذجة المرمزات بثلاث عمليات متتابعة، كما هو موضح في الشكل 1.6 حيث تم التعبير عن الصور بشكل اتجاهي vector form (انظر القسم 6.3). ان عملية النقل mapping تنقل معطيات الدخل من مجال العناصر pixel domain الى مجال آخر يمكّن من استعمال المكمي quantizer و المرمز coder بكفاءة أكبر، بمعنى أن عدد البتات الذي يلزم لترميز المعطيات المنقولة mapped data سيكون أقل من عدد البتات اللازم لترميز معطيات الدخل الأصلية. يقوم المكمي بتدوير المعلومة الأصلية المنقولة mapped datum ليعبر عنها بعدد أقل من القيم الممكنة بحيث يلزم عدد أقل من كلمات الترميز بعدد أقل من البتات لكل كلمة. أما المرمز coder فيخصص كلمة ترميز لكل خرج مكمي.



الشكل 1.6 نموذج المرمز.

1.2.6 النقل the mapping

تقوم عملية النقل بنقل (تحويل) مجموعة أرقام (عناصر) الدخل الى مجموعة أرقام أخرى. ان أفضل طريقة لشرح الاجراء الأساسي هي استعمال بعض الأمثلة البسيطة.

في طريقة ترميز طول – الاستمرار run – length ، يتم نقل سلسلة عناصر

الصورة على طول خط مسح (صف) $x_1 , x_2 , ..., x_N$ الى تتابع (سلسلة) من الأزواج sequence of pairs من الشكل $(g_1 , l_1), (g_2 , l_2),..., (g_k , l_k)$، حيث تدل g_i على السوية الرمادية و l_i على طول الاستمرار run رقم i، كما هو موضح في الشكل 2.6. من أجل صور مثل صور الخرائط الجوية، يمكن أن يلزم عدد من البتات لترميز تتابع طول – الاستمرار أقل بكثير مما يلزم لترميز تتابع عناصر الصورة. ان هذا النقل mapping عكيس (يعكس) reversible أي أنه يمكن اعادة بناء تتابع عناصر الصورة من تتابع الاستمرارات sequence of runs.

يوجد نقل mapping آخر يمكن استخدامه في ترميز الصورة هو التحويل الخطي linear transformation الموضح بالمعادلة التالية:

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} \qquad (1-2.6)$$

أو

$$\mathbf{y} = \mathbf{A}\mathbf{x} \qquad (2-2.6)$$

يمكن أن يكون هذا التحويل عكيسا أو غير عكيس، وذلك حسب اختيار A. في هذه الحالة، يحول متجه العناصر x الى متجه معاملات y. بالنسبة لبعض مجموعات المتجهات x و بعض التحويلات A ، يلزم بتات bits لترميز معاملات y الـ n أقل مما يلزم لترميز عناصر x الـ n. وعلى وجه الخصوص، اذا كانت العناصر $x_1 , x_2 , ..., x_n$ عالية الترابط highly correlated وتم اختيار التحويل A بحيث تكون المعاملات $y_1 , y_2 ,..., y_N$ أقل ترابطا، يمكن عندئذ ترميز المعاملات y_i's افراديا بشكل أكثر كفاءة من ترميز العناصر x_i's .

i	$g_i; l_i$
1	3; 6
2	5; 10
3	4; 2
4	8; 6

السوية الرمادية

l_1 l_2 l_3 l_4

g_1 g_2 g_3 g_4

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

1 3 5 7 9 11 13 15 17 19 21 23 25

عناصر الصورة x_i

الشكل 2.6 مثال لنقل طول – الاستمرار run-length.

يتم الحصول على نقل الفرق difference mapping باستعمال المصفوفة التالية:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \qquad (3-2.6)$$

في المعـادلة (2-2.6). ان العنصر element الأول من y هو $y_1 = x_1$ لكن جميع المعاملات التالية تعطى بـ $y_i = x_{i-1} - x_i$. فاذا كانت السويات الرمادية للعناصر pixels المتجاورة متشابهة، ستكون الفروق $y_i = x_{i-1} - x_i$ أصغر في المتوسط من السويات الرمادية وبذلك سيلزم بتات bits أقل لترميزها. وهذا النقل عكيس أيضا.

ان الأمثلة المذكورة أعلاه هي أمثلة نموذجية لاجراءات النقل المستعملة في ترميز الصـورة. وسنطور تقنيات اضـافية لاحقا في هذا الفصـل في سياق تطبيقات معينة للترميز.

2.2.6 المكمي quantizer

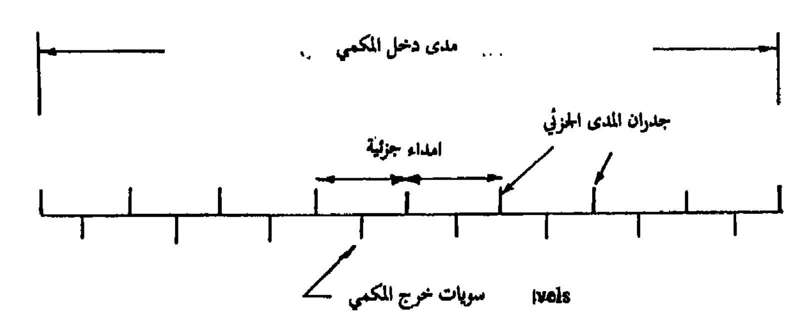
خذ عدد القيم الممكنـة لكل معامل y_i ناتج عن التحويل الخطي المعطى بالمعادلة (1-2.6). ان كل معامل هو تركيب خطي linear combination من n عنصر pixels، أي

$$y_i = a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \cdots + a_{in}x_n \qquad (4-2.6)$$

اذا كان كل عنصر x_j في المجموع يمكن أن يأخذ أية قيمة من 2^m قيمة مختلفة فإن كل حد $a_{ij}x_j$ يمكن أن يملك أيضاً أية قيمة من 2^m قيمه مختلفة. ان مجموع n حدا من هذا النوع من الحدود يمكن أن يكون له أية قيمة من $(2^m)^n = 2^{mn}$ قيمة مختلفة. وبالتالي، فان التمثيل الثنائي الطبيعي natural binary representation سيتطلب كلمات ترميز من mn - بت لتخصيص قيمة فريدة لكل قيمة ممكنة لـ y_i من الـ 2^m

قيمة. ونظراً لأنه يلزمنا كلمات من $m-$ بت لترميز أية x_i ، وهدفنا هو استعمال عدد أقل من البتات لترميز y_i ، يجب أن ندوّر y_i إلى عدد أقل من السويات المسموح بها.

إن المكمي هو جهاز device لخرجه عدد محدود فقط من القيم الممكنة. يتم اجبار كل دخل على أن يأخذ احدى هذه القيم. ان احدى الطرق للحصول على ذلك هي تقسيم مدى الدخل الى عدد من الأمداء الجزئية bins ، كما هو موضح في الشكل 3.6. اذا وقع الدخل في المدى الجزئي رقم k ، يكون الخرج هو القيمة w_k المصاحبة لذلك المدى الجزئي. ان احدى الامكانيات هي جعل w_k تقابل مركز المدى الجزئي رقم k بحيث يدوّر كل دخل الى مركز المدى الجزئي الذي يقع فيه. ان المكمي المنتظم uniform quantizer هو مكم ذو أمداء جزئية متساوية العرض. والمكمي غير المنتظم nonuniform quantizerهو مكم ذو أمداء جزئية مختلفة العرض.



الشكل 3.6 علاقة الخرج بالدخل.

إن عملية المكمي ليست عكيسة (لاتعكس) لأنه لايمكن، بشكل عام، تحديد قيمة الدخل من قيمة الخرج المقابلة لها . دع y تمثل أية قيمة دخل من المتجه y المبين في الشكل 1.6 ، ولتكن v خرج المكمي المقابل. ان خطأ المكمي هو الفرق بين الخرج والدخل، أي

$$e_q = v - y \qquad (5-2.6)$$

من الواضح أن الخطأ الأدنى هو الصفر، الذي يحصل عندما يساوي الدخل احدى قيم الخرج المسموح بها. ان الخطأ الأعظمي لمكم منتظم عرض مداه الجزئي Δ هو نصف عرض هذا المدى، أي $e_{qmax} = \Delta/2$.

ان خطـا الـ rms هو الجذر التربيعي لمتوسط – تربيع الأخطاء لجميع القيم الممكنة للدخل y. اذا كانت y يمكن أن تأخذ أية قيمة ضمن المدى الجزئي باحتمالات متساوية، يكون متوسط تربيعات الخطأ هو

$$e_{qrms} = \int_{\nu-\Delta/2}^{\nu+\Delta/2} (\nu - y)^2 \, dy \qquad (6-2.6)$$

اذا كان لجميع أمداء المكمي نفس العرض ، واذا كانت قيم y متساوية احتمال الحدوث ضمن المدى الجزئي، يكون الخطأ e_{qrms} عندئذ هو نفسه لجميع الأمداء الجزئية بحيث يعطى خطـأ الـ rms للمكمي بالجذر التربيعي للمعادلة (6–2.6)، وحتى من أجل الدخول التي يكون احتمال حدوثها ضمن بعض الأمداء الجزئية أكثر من احتمال حدوثها ضمن الأمداء الأخرى.

إذا كانت قيمة الـ rms للدخل تعطى بالعلاقة

$$y_{rms} = \sqrt{\int y^2 \, dy} \qquad (7-2.6)$$

فان نسبة الاشارة – الى – تشوه التكمية (الاشارة الى ضجيج التكمية) تعطى بالعلاقة

$$Q_{SNR} = y_{rms}/e_{qrms} \qquad (8-2.6)$$

اذا لم تكن جميع قيم y متساوية احتمال الحدوث ضمن الأمداء الجزئية، يجب عندئذ توزين الخطأ المربع $(v-y)^2$ بدالة كثافة الاحتمال $p(y)$:

$$e_{qrms} = \int_{\nu-\Delta/2}^{\nu+\Delta/2} (\nu - y)^2 p(y) \, dy \qquad (9-2.6)$$

ويكون خطأ التكمية الاجمالي هو متوسط موزّن لهذه الحدود. بعبارة أخرى، يجب أن يوزن حد الخطأ لكل مدى جزئي بالاحتمال probability التالي

$$\int_{\nu-\Delta/2}^{\nu+\Delta/2} p(y)\mathrm{d}y$$

بحيث تقع y ضمن ذلك المدى الجزئي.

من أجل بعض عمليات النقل mappings ، يمكن الحصول على فعالية أكبر باستعمال مكمّم مختلف و/أو مرمز مختلف لكل من المعاملات coeff icients المختلفة الناتجة عن عملية النقل mapping. مثلا، ينتج التحويل الخطي المعرف بالمعادلة (2.6 – 1) معاملات بتفاوتات variances مختلفة. نظراً لأن الأمداء الديناميكية dynamic ranges للمعاملات يمكن أن تختلف بشكل كبير، نستطيع أن نستعمل مكمياً quantizer بأمداء جزئية أكثر وبالتالي بتات أكثر لترميز المعاملات ذات التفاوتات الأكبر، وأمداء جزئية أقل وبالتالي بتات أقل لترميز المعاملات ذات التفاوتات الأصغر. يمكن أن تكون المكميات منتظمة أو غير منتظمة، ويمكن أن تكون أنظمة الترميز codes بأطوال متساوية أو غير متساوية. هذا المفهوم مناقش بتفصيل أكبر في القسم 2.4.6.

3.2.6 المرمز the coder

ان دخول المرمز هي الـ n عنصراً للمتجه v المبين في الشكل 1.6 . افترض أن كل عنصر ν_i يمكن أن يأخذ احدى القيم (السويات) M التالية $w_1, w_2, \dots, w_M$.

من أجل كل دخل ν_i يعطي المرمز على خرجه كلمة ثنائية تعتمد قيمتها على قيمة الدخل w_k . ان علاقة خرج المرمز بدخله input – output – relationship هي علاقة واحد – لواحد والتي يتم فيها تخصيص كلمة ترميز فريدة c_k لكل قيمة دخل ممكنة w_k . لذا، فان العملية عكيسة لأننا نعرف w_k المقابلة لأية كلمة ترميز معينة c_k. ان المرمز لايقدم أي خطأ في عملية الترميز. اذا كان يجب على المرمز أن يتقبل M قيمة دخل ممكنة، فان تصميم المرمز يؤدي الى اختيار M كلمة ترميز ثنائية فريدة و تخصيص كل كلمة منها لكل دخل.

ان نظام الترميز المتساوي الطول equal – length – code هو مجموعة من كلمات الترميز لكل منها نفس عدد البتات، مع قانون لتخصيص كلمات الترميز لسويات خرج المكمي. ان نظام الترميز الثنائي الطبيعي هو أحد الأمثلة على الترميز المتساوي الطول. ان أحد قوانين التخصيص assignment rules الممكنة للترميز الطبيعي هو ترتيب كلمات الترميز حسب قيمتها الثنائية. على سبيل المثال، افترض أنه يوجد ثمان قيم دخل مرمز ممكنة(سويات خرج المكمي) مرتبة $w_1, w_2, \ldots, w_8$ فيكون الترميز الطبيعي عندئذ $c_1 = 000, c_2 = 001, \ldots, c_8 = 111$ كما هو موضح في الجدول 1.6 . توجد ثمان عمليات تخصيص ممكنة لكلمات الترميز الثمانية للدخول الثمانية. ان نظام الترميز الثنائي المنعكس reflected binary أو نظام ترميز غري gray code الموضح أيضاً في الجدول 1.6 له خاصة أن كل كلمتي ترميز متجاورتين في المجموعة تختلفان بموضع بت واحد فقط.

الدخل	الترميز الطبيعي	ترميز غري	ترميز- B_1	B_2-	S_2-
w_1	000	111	C0	C00	00
w_2	001	110	C1	C01	01
w_3	010	100	C0C0	C10	10
w_4	011	101	C0C1	C11	1100
w_5	100	001	C1C0	C00C00	1101
w_6	101	000	C1C1	C00C01	1110
w_7	110	010	C0C0C0	C00C10	111100
w_8	111	011	C0C0C1	C00C11	111101

الجدول 1.6 بعض أنظمة الترميز النموذجية .

نظام الترميز القابل للفك بشكل فريد uniquely decodable code هو نظام ترميز له خاصة أن جميع كلمات الترميز يمكن أن تفك بطريقة واحدة فقط. ان نظام الترميز $c_1 = 0, c_2 = 1, c_3 = 01, c_4 = 10$ ليس نظام ترميز فريد لأن تتابع البتات 0011 يمكن أن يفك كـ $c_1 c_1 c_2 c_2$ أو كـ $c_1 c_3 c_2$. ان جميع أنظمة الترميز المبينة في الجدول 1.6هي أنظمة ترميز قابلة للفك بشكل فريد.

نظام الترميز الآني instantaneous code هو نظام ترميز يمكن فكه بشكل آني. أي، اذا نظرنا الى تتابع البتات bits القادمة واحدا في كل مرة، نعرف قيمة الدخل عندما نصل الى نهاية كلمة الترميز. ولانحتاج الى النظر الى أي بت قادم مستقبلا لكي نفكك سيل البتات bit stream. ان جميع أنظمة الترميز المبينة في الجدول 1.6 هي أنظمة ترميز آنية باستثناء أنظمة ترميز B – التي تتطلب أن ننظر الى بت لاحق (قادم) كي نفكك الترميز. ان أنظمة ترميز B – مناقشة أدناه.

نريد أن نصمم المرمز ليستعمل أقل عدد ممكن من البتات. ونظراً لأنه يوجد 2^m كلمة ترميز فريدة متساوية الطول طول كل منها $b = \log_2 M$ بت، يستطيع نظام الترميز الثنائي الطبيعي بطول b – بت أن يرمز حتى M سوية دخل ممكنة ويكون عدد بتات الخرج لكل دخل هو b. ان هذا الترميز هو ترميز أمثل optimal عندما تكون جميع سويات الدخل $w_1, w_2, \ldots, w_M$ متساوية الاحتمال. عندما تحدث بعض سويات الدخل أكثر من غيرها، يمكن الحصول على فعالية أكبر باستعمال نظام ترميز غير متساوي الطول وتخصيص أقصر كلمات الترميز للمداخل الأكثر احتمالا وكلمات الترميز الأطول للمداخل الأقل احتمالا.

إذا أعطيت احتمالات الدخل للمرمز، يكون مهما تحديد العدد الأدنى من البتات اللازم لترميز هذه المداخل وتوليد نظام ترميز يحقق هذا العدد الأدنى. ولكي نصل الى هذا الهدف، يجب أن ندرك مفهوم الانتروبيا entropy.

الانتروبيا entropy

افترض أن لدينا مجموعة M من المتحولات العشوائية $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_M$ احتمالاتها هي $p_1 = p(\alpha_1), p_2 = p(\alpha_2), \ldots, p_M = p(\alpha_M)$ نعرف عندئذ الانتروبيا بالبتات كما يلي

$$H = -\sum_{k=1}^{M} p_k \log_2 p_k \qquad (10-2.6)$$

افترض أنه يوجد ثمانية متحولات عشوائية، $M = 8$ ، وأنها جميعها متساوية الاحتمال، أي، $p_1 = p_2 = ... = p_8 = 1/8$ تكون الانتروبيا عندئذ:

$$H = -\sum_{k=1}^{8} \frac{1}{8} \log_2 \frac{1}{8}$$

$$= 3$$

من جهة أخرى، اذا كان $p_1 = 1, p_2 = p_3 = ... = p_8 = 0$ ، تكون الانتروبيا عندئذ

$$H = 0$$

بشكل عام، يمكن لانتروبيا M متحولا عشوائيا أن تتراوح في المدى من 0 الى $\log_2 M$.

ان الانتروبيا هي قياس لدرجة عشوائية randomness مجموعة متحولات عشوائية. تحصل حالة العشوائية الأدنى عندما يكون احتمال أحد المتحولات العشوائية 1 حيث تكون النتيجة معروفة سلفا وتكون $H = 0$. و تحصل حالة العشوائية الأعظم عندما تكون جميع الحوادث events متساوية الاحتمال. في هذه الحالة تكون $p_1 = p_2 = ... p_M = 1/M$ و $H = \log_2 M$. ان هذا المفهوم مشابه لمفهوم الانتروبيا في الترموديناميك.

في تطبيقات الترميز التي نتعامل معها، تمثل الانتروبيا كمية المعلومات المصاحبة لمجموعة قيم دخل المرمز وتعطي حدا أدنى لمتوسط عدد البتات اللازم لترميز هذه الدخول. اذا كانت مجموعة سويات دخل المرمز هي $w_1, w_2, ..., w_M$ واحتمالاتها هي $p_1, p_2, ..., p_M$ ، يكون مؤكدا عندئذ أنه لايمكن ترميزها باستعمال أقل من

$$H = -\sum_{k=1}^{M} p_k \log_2 p_k$$

بت في المتوسط. ولذلك فان الانتروبيا توفر معيار أداء يمكن أن نقيس به أداء أي ترميز معين. أي، اذا صممنا نظام ترميز بكلمات ترميز $c_1, c_2, ..., c_M$ أطوالها $\beta_1, \beta_2, ..., \beta_M$ ، يكون متوسط عدد البتات اللازم للمرمز

$$R = \sum_{k=1}^{M} \beta_k p_k \qquad (11-2.6)$$

اذا كانت R قريبة من H ، يكون المرمز قريبا من الدرجة المثلى، أما اذا كانت R بعيدة عن H بشكل كبير فان المرمز لايكون كذلك.

ان الانـتروبيـا المعرفة بالمعـادلة (2.6-10) هي الانتروبيا من المرتبـة الأولى first-order entropy. انها تأخذ بالحسبان الاحتمالات النسبية للـ M قيمة دخل الممكنة $w_1, w_2, \ldots, w_M$ فقط. اذا كانت الدخول المتتابعة مستقلة، تكون الانتروبيا من المرتبة الأولى عندئذ هي أيضا قيد bound لمتوسط عدد البتات للدخل الواحد اللازم لترميز تتابع الدخول. اذا كانت الدخول المتتابعة غير مستقلة، تكون الانتروبيا المصاحبة لتتابع دخول، أقل للدخل الواحد منها لدخل مستقل. تعرف الانتروبيا من المرتبة الثانية بالمعادلة التالية

$$H_2 = -\sum_{i=1}^{M} \sum_{j=1}^{M} p(w_i, w_j) \log_2 p(w_i, w_j) \qquad (12-2.6)$$

حيث ان $p(w_i, w_j)$ هي دالة كثافة الاحتمال المشترك joint probability density function للمتحولين العشوائيين w_i و w_j. وهي تمثل حداً أدنى lower bound لعدد البتات اللازمة لترميز تتابع دخول معين اذا رمزنا دخلين معا في كل مرة (مثلا، ندخل سويتي مكم متتاليتين ونخرج كلمة ترميز واحدة). نستطيع أن نعرف انتروبيا من المرتبة الثالثة third order entrop y بالمعادلة التالية

$$H_3 = -\sum_{i=1}^{M} \sum_{j=1}^{M} \sum_{k=1}^{M} p(w_i, w_j, w_k) \log_2 p(w_i, w_j, w_k) \qquad (13-2.6)$$

التي هي قيد bound لعدد البتـات اللازمة لترميز الدخول، ثلاثة في كل مرة. يمكن البرهان ان ... $\geqslant H_1 \geqslant H_2$ نحن لانواصل (تتابع) هذه الانتروبيات ذات المرتبة – الأعلى لسببين. السبب الأول هو أن كمية الحساب اللازمة للحصول على الانتروبيات ذات المرتبـة – الأعلى غير ممكنـة عمليا، والسبب الثاني هو أن الغرض من عملية النقل mapping operation في المرمز هو تحويل عناصر صورة الدخل التي تكون في العادة

معتمدة على بعضها لدرجة كبيرة highly dependent الى مجموعة من المعاملات أقل اعتمادا على بعضها بكثير بحيث يمكن ترميزها بفعالية أكبر، عنصراً في كل مرة.

ترميز هافمان Huffman code

ان الترميز المكثف compact code هو ترميز متوسط طول كلمته أقل أو يساوي متوسط أطوال كلمات جميع أنظمة الترميز الأخرى القابلة للفك بشكل فريد. و لنفس مجموعة احتمالات الدخل، أي أنه ترميز بطول أصغري minimum length code. اذا كان لدينا مجموعة من احتمالات الدخل، نستطيع أن نولد ترميزا مكثفاً باستعمال خوارزمية هافمان Huffman 1952. يمكن بناء ترميز هافمان بترتيب احتمالات الدخل حسب مطالاتها أولا، كما هو موضح في الشكل 4.6 من أجل ست قيم دخل. يدمج الاحتمالان الأصغر بالجمع لتشكيل مجموعة جديدة من الاحتمالات. ويتم ترتيب مجموعة الاحتمالات الجديدة، التي تنقص عن المجموعة الأصلية باحتمال واحد، ثانية حسب مطالات احتمالاتها. يمكن ترتيب الاحتمالات المتساوية بأية طريقة (مثلا، يمكن وضع الـ 0,1 الذي حصلنا عليه بدمج احتمالي الدخل 0,06 و 0,04 في أي من المداخل الثلاثة للخطوة الأولى في الأسفل). عندما نصل الى احتمالين، نقف كما في الخطوة 4 ، تولد كلمات الترميز بالبدء عند الخطوة الأخيرة والعمل باتجاه عكسي backward. نبدأ بتخصيص 0 إلى أحد الاحتمالين الأخيرين المدمجين، و 1 إلى الآخر، كما هو موضح في الشكل 5.6 ، حيث وضعنا 0 إلى اليسار من الـ 0,06 في الخطوة الرابعة و 1 الى اليسار من الـ 0,04. نتقدم الآن عكسيا الى الخطوة 3 مفككين الاحتمالات ومولدين كلمات الترميز مع مرورنا. فعلى سبيل المثال الـ 0,6 في الخطوة 4 تفكك الى الاحتمالين 0.3 في الخطوة 3. الـ 0 المصاحب للـ 0,6 يبقى البت الأول للـ 0,4 في الخطوة 3. يضاف بت ثان 0 و 1 على التوالي، لكل من كلمات الترميز المصاحبة لاحتمالاتها التي أعيد بناؤها reconstructed للحصول على كلمات الترميز في الخطوة 3. يعاد نفس الاجراء للرجوع الى الخطوة 2 ، ومرة ثانية الى

الخطوة 1 ، وأخيراً إلى احتمالات الدخل، النقطة التي نكون قد خصصنا فيها كلمة ترميز لكل سوية دخل w_i. يمكن البرهنة على أن الاجراء الملخص أعلاه يولد ترميزاً مكثفاً.

ان الانتروبيا للاحتمالات المدونة في الشكل 4.6 هي

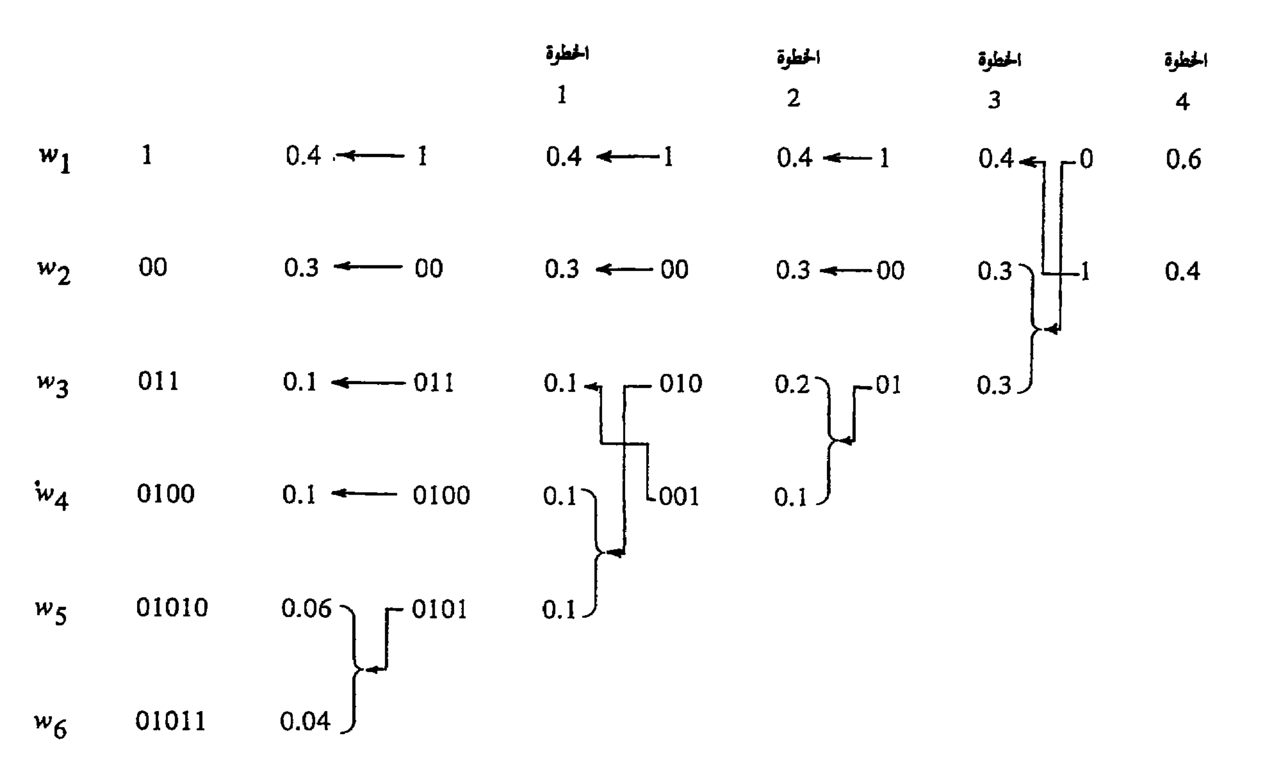
$$H = (-.4)\log(.4) - (.3)\log(.3) - (.1)\log(.1) - (.1)\log(.1) - (.06)\log(.06) - (.04)\log(.04) = 2.14 \text{ bits}$$

ان متوسط طول الكلمة لنظام ترميز هافمان لهذا المثال هو

$$R = 1(.4) + 2(.3) + 3(.1) + 4(.1) + 5(.06) + 5(.04) = 2.20 \text{ bits}$$

سويات الدخل	احتمالات الدخل	الخطوة 1	الخطوة 2	الخطوة 3	الخطوة 4
w_1	0.4	0.4	0.4	0.4	0.6
w_2	0.3	0.3	0.3	0.3	0.4
w_3	0.1	0.1	0.2	0.3	
w_4	0.1	0.1	0.1		
w_5	0.06	0.1			
w_6	0.04				

الشكل 4.6 بناء نظام ترميز هافمان.



الشكل 5.6 بناء كلمات نظام ترميز هافمان

أنظمة ترميز B

في بعض التطبيقات، تتبع احتمالات دخول المرمز قانون قوة power law ، أي أن احتمالات الـ M دخلا هي من الشكل

$$p_k = k^{-\gamma} \qquad (14-2.6)$$

من أجل k = 1,2,..., M ، وثابت ما موجب γ . مثلا، ان توزيع أطوال الاستمرارات run-lengths لأنواع كثيرة من الرسوم (مثل النص المطبوع) هو توزيع أسي تقريبا. ان أنظمة ترميز B- مثلى optimal تقريبا للمعطيات التي تمتثل لـ (تطيع) المعادلة (14-2.6). ان نظام الترميز B_1 - مبين في الشكل 1.6. ان نصف البتات في كل كلمة ترميز هي بتات "استمرار" continuation مرقمة C والنصف الآخر هو بتات "معلومات" information. تستعمل بتات المعلومات نظام ترميز طبيعي يزداد في الطول، كما هو موضح في الشكل 1.6. ان بت الاستمرار هو، بالطبع، 0 أو 1 ، ولكنه يمكن أن يحدد بأحد قانونين. من أجل المعطيات ثنائية السوية 2-level data ، حيث ان كل عنصر pixel أسود أو أبيض، يمكن اعطاء بت الاستمرار قيمة السوية الرمادية، لنَقُل، 0 من أجل الأسود، و 1 من أجل الأبيض. ان الامكانية الأخرى هي أن نجعله يتناوب مع كل كلمة ترميز لأن الغرض منه هو تحديد طول كلمة الترميز فقط. مثلا، ان تتابع كلمات الترميز من أجل تتابع الدخول w_1, w_8, w_5 ، يمكن أن يكون $\underline{0}0\ \underline{1}0\ \underline{1}1\ \underline{0}1\ \underline{1}0\ \underline{1}0\ \underline{0}0$ أو $\underline{1}0\ \underline{1}1\ \underline{0}1\ \underline{0}0\ \underline{0}0\ \underline{1}0$ ، حيث قمنا بوضع خط تحت بتات الاستمرار. يدل تغير بت الاستمرار على بداية كلمة ترميز جديدة. لاحظ ان نظام الترميز غير آني لأن مفكك الترميز يجب أن ينظر الى بت الاستمرار التالي لكي يحدد ما إذا كانت كلمة الترميز الحالية قد انتهت أم لا.

ان تنفيذ نظام الترميز B1 - أسهل بكثير من تنفيذ نظام ترميز هافمان. فعلى سبيل المثال، في ترميز أطوال - الاستمرارات run-lengths يكون مرمز بتات المعلومات، ببساطة عداد- صاعد up-counter يعد تصاعدياً بمقدار 1 لكل معلومة جديدة حتى يتم الوصول الى نهاية الاستمرار. في نهاية كل استمرار، يتم تصفير العداد وقلب بت الاستمرار. بشكل مشابه، يتم فك الترميز بتزويد عداد هابط ببتات

المعلومات وتركه يعد تنازليا الى أن يغير بت الاستمرار حالته. يمكن بناء أنظمة ترميز من مرتبة أعلى أيضا. ان نظام الترميز B_n – (من المرتبة n) يستعمل n –بت – معلومات لكل بت استمرار، كما هو موضح في الشكل 1.6 من أجل n=2. ان متوسط الطول لنظام الترميز – B_1 من أجل احتمالات الدخل المدونة في الشكل 4.6 هو

$$R = 2(.4) + 2(.3) + 4(.1) + 4(.1) + 4(.06) + 4(.04)$$
$$= 2.6$$

و متوسط الطول لنظام الترميز – B_2 هو

$$R = 3(.4) + 3(.3) + 3(.1) + 3(.1) + 6(.06) + 6(.04)$$
$$= 3.3$$

أنظمة ترميز الازاحة shift codes

إن أحد أنظمة الترميز ذات الطول غير المتساوي والتي يمكن أن تنفذ ببساطة وهي فعالة نسبيا من أجل دخول ذوات احتمالات تتناقص على وتيرة واحدة monotonically هو نظام الترميز – S_n. على سبيل المثال، يستعمل نظام الترميز – S_2 كلمتي ترميز ببتين 2 – bits بحيث يكون لدينا ما مجموعه أربع كلمات ترميز مميزة ببتين، c_1, c_2, c_3, c_4. تخصص ثلاث من كلمات الترميز هذه c1 , c2 , c3 لقيم الدخل الثلاثة الأولى w_1, w_2, w_3 وتستعمل كلمة الترميز الرابعة لتدل على أن الدخل خارج هذا المدى. عندما يحدث هذا الأمر، تزاح كلمات الترميز الثلاثة بـ 3 وتخصص للدخول w_4 ، w_5 ، w_6. واذا كان الدخل مايزال خارج هذا المدى، تستعمل كلمة ترميز الازاحة shift code word ثانية وتزاح كلمات الترميز الثلاثة الى w_7, w_8 ، w_9 ، وهكذا. كمثال، افترض أن دخلا يقع في المدى w_1 الى w_3 ، لنقل w_2 ، فتظهر على خرج المرمز كلمة الترميز c_2. افترض أن الدخل w_5 ، سيعطي المرمز في هذه الحالة الكلمة c_4 (لتدل على الازاحة) متبوعة بالكلمة c_2. من أجل الدخل w_9 ، تستعمل كلمة ترميز الازاحة مرتين متبوعة بكلمة الترميز c_3. ان نظام الترميز هذا موضح في

الجدول 1.6 ، حيث $c_1 = 00, c_2 = 01, c_3 = 10, c_4 = 11$. ان متوسط الطول لنظام الترميز S_3 - من أجل احتمالات الدخل المدونة في الشكل 4.6 هو

$$R = 2(.4) + 2(.3) + 2(.1) + 4(.1) + 4(.06) + 4(.04)$$
$$= 2.4$$

هذه النتائج ملخصة في الجدول 2.6 بجانب نتائج الأمثلة السابقة. ان عملية الترميز العامة التي وصفت في الأقسام 1.2.6 حتى 3.2.6 موضحة في سياق معالجة الصورة في الأقسام 3.6 و 4.6 حيث تعطى أمثلة عديدة للترميز الخالي من الخطأ error – free encoding والترميز تبعا لمعيار أمانة معين. على الرغم من أن هذه التقنيات قد طورت في سياق تطبيقات محددة لتوضيح العرض، فان الأساليب المبينة عامة الى حد بعيد ويمكن أن تطبق على صنف من المسائل أكبر بكثير من تلك المدروسة في المناقشة التالية.

الجدول 2.6

المداخل	الاحتمالات	نظام ترميز هافمان	B_1 نظام ترميز	B_2 نظام ترميز	S_2 نظام ترميز	نظام الترميز الطبيعي
w_1	.4	1	C0	C00	00	000
w_2	.3	00	C1	C01	01	001
w_3	.1	011	C0C0	C10	10	010
w_4	.1	0100	C0C1	C11	1100	011
w_5	.06	01010	C1C0	C00C00	1101	100
w_6	.04	01011	C1C1	C00C01	1110	101
الانتروبيا	2.14					
متوسط طول كلمة الترميز		2.2	2.6	3.3	2.4	3.0

3.6 الترميز الخالي من الخطأ error – free encoding

كما أشرنا في بداية هذا الفصل، من المهم في بعض التطبيقات ضغط كمية المعطيات في صورة ما بشرط أن تكون عملية الترميز عكيسة بمعنى أنه يجب أن يكون بالامكان اعادة بناء نسخة طبق الأصل عن المعلومات الأصلية من الصيغة المرمزة. ندرس في هذا القسم ثلاثة أمثلة عن الترميز الخالي من الخطأ error – free encoding.

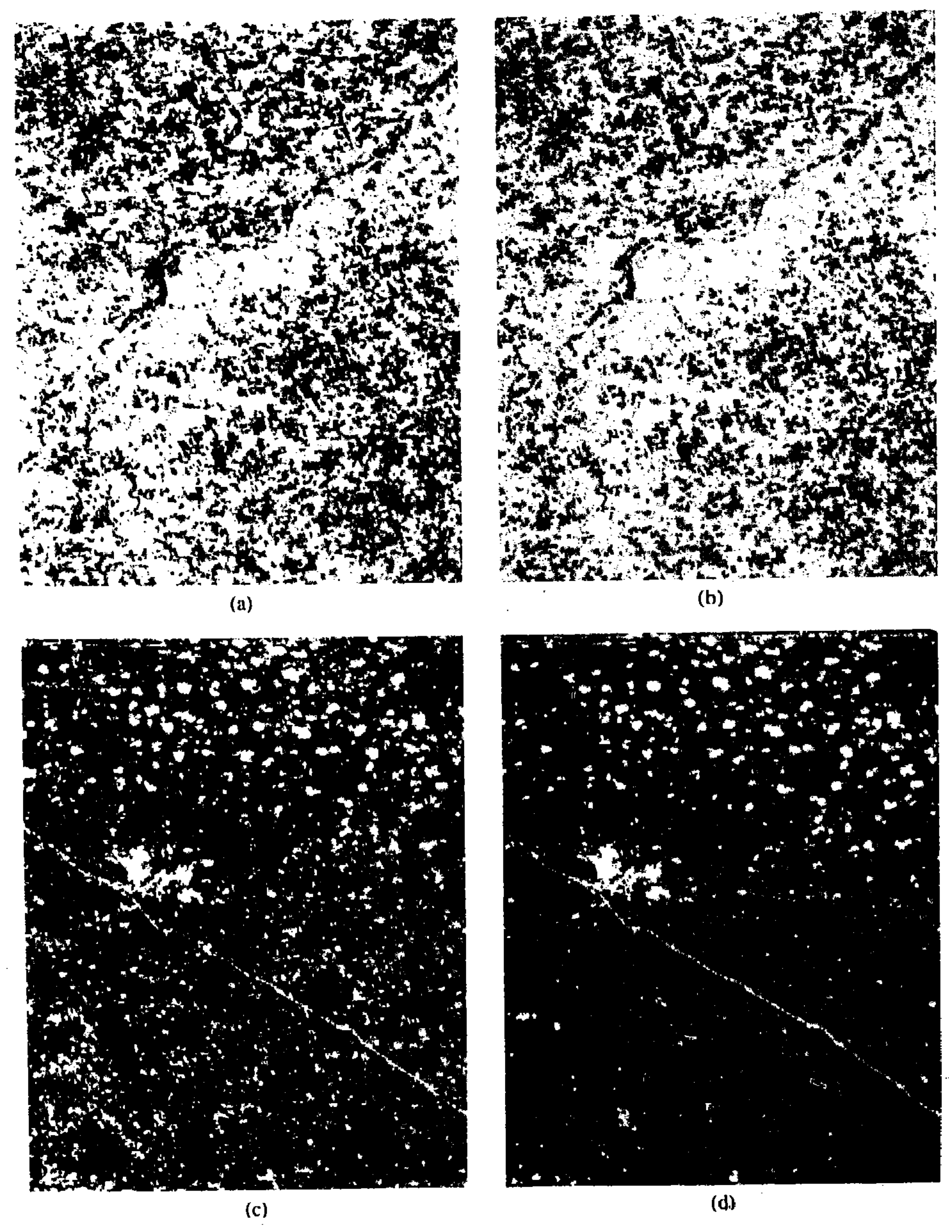
1.3.6 المثال 1. الترميز التفاضلي لتخزين صور لاندسات LANDSAT

differential encoding for storage of LANDSAT imagery

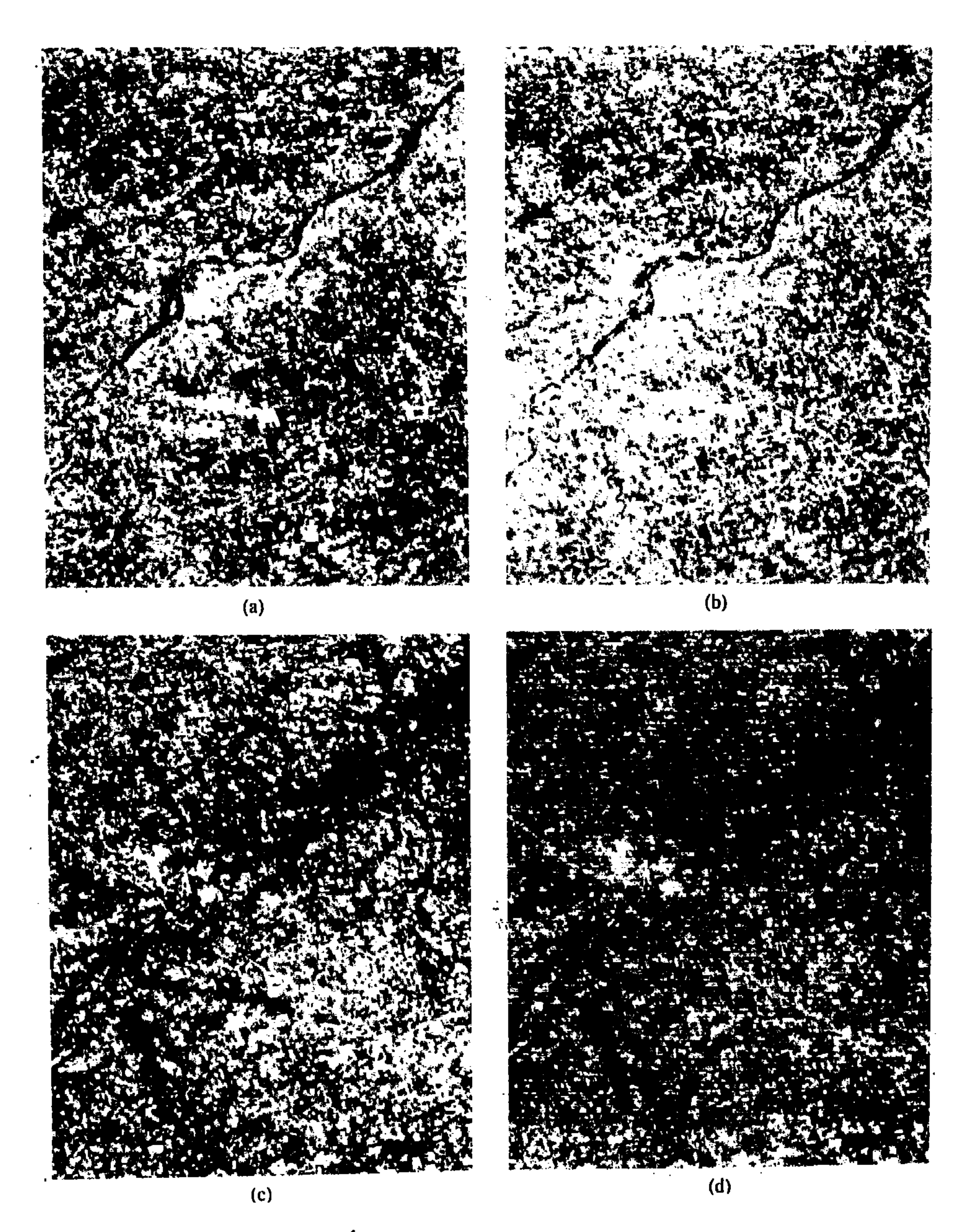
يتألف الاطار الواحد من صور لاندسات LANDSAT من أربع صور رقمية. كل صورة منها مأخوذة لنفس المنظر، ولكن من خلال نافذة طيفية مختلفة. تقع اثنتان من النوافذ الطيفية في المنطقة المرئية من الطيف (تقابل تقريبا المنطقتين الحمراء والخضراء من الطيف المرئي) وتقع اثنتان في منطقة الأشعة تحت الحمراء. ان أحد الأمثلة لاطار لاندسات مبين في الشكل 6.6. الخط الأبيض الذي ينحدر مائلا الى اليمين في الصورتين السفليتين هو طريق عام يصل بين ولايتين أمريكيتين. الشكل 7.6 هو صورة لاندسات أخرى لنفس المكان ولكنها مأخوذة في يوم مختلف. ان أبعاد هذه المناظر هي 100 × 100 ميلاً بحرياً. كل صورة ممثلة بمصفوفة أبعادها 2340 ×3234. كل عنصر صورة pixel ممثل بكلمة ثنائية من سبعة بتات 7 – bits تقابل واحدة من 128 سوية رمادية، حيث يقابل الـ 0 الأسود ويقابل الـ 1 الأبيض.

تخزن صور لاندسات LANDSAT على أشرطة مغناطيسية. ان عدد البتات اللازم لتخزين اطار واحد هو 211000000=(4)(7)(3234)(2340). تجمع لاندسات 30 اطارا كل يوم وبذلك يكون عدد البتات التي تؤرشف كل يوم هو 6000,000,000 أو 2.2×10^{11} بت تقريبا كل عام. فإذا أمكن تخفيض حجم المعطيات (عدد البتات) بعامل 2 فان عدد أشرطة المعطيات (وعدد المستودعات اللازمة لتخزينها) يمكن أن يخفض بنفس العامل. ولكي نتجنب امكانية اتلاف المعلومات التي يمكن أن تكون

مفيدة لمستخدمي المعطيات في المستقبل، يجب أن تخزن بصيغة تسمح باعادة بناء الصور الرقمية الأصلية بدقة.

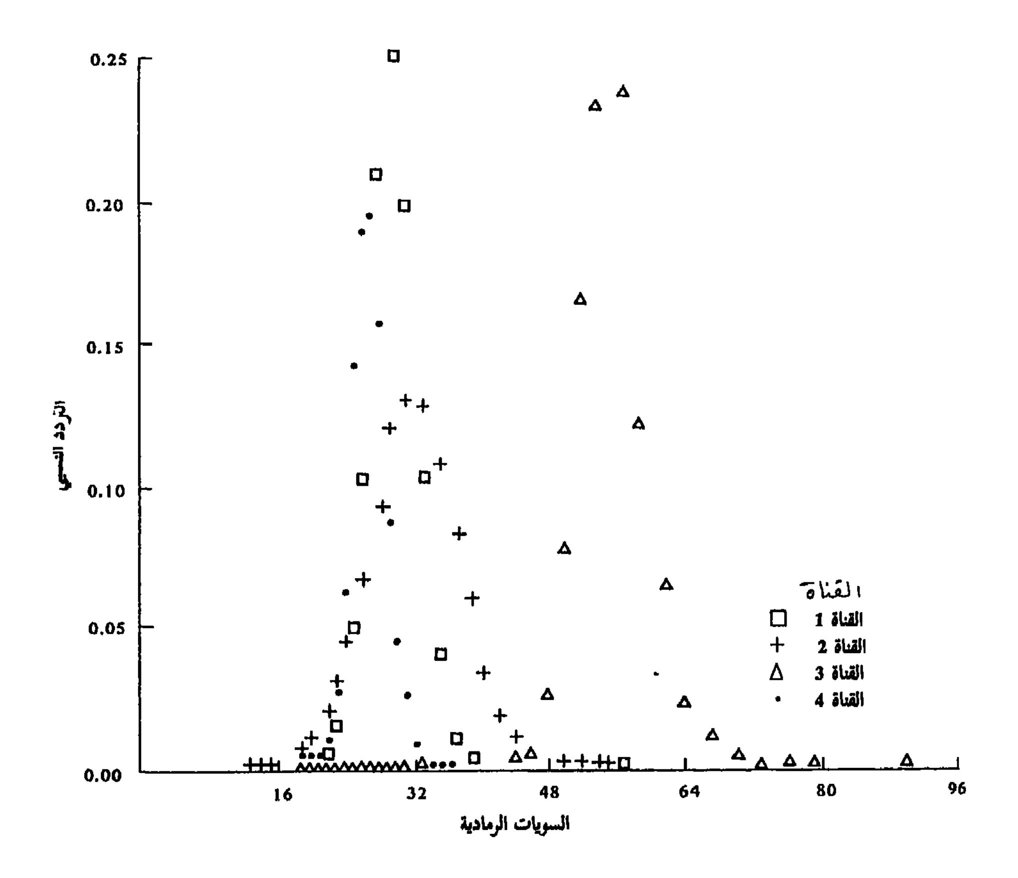


الشكل 6.6 اطار لاندسات.



الشكل 7.6 نفس اطار لاندسات المبين في الشكل 6.6 ولكن مأخوذ في يوم مختلف.

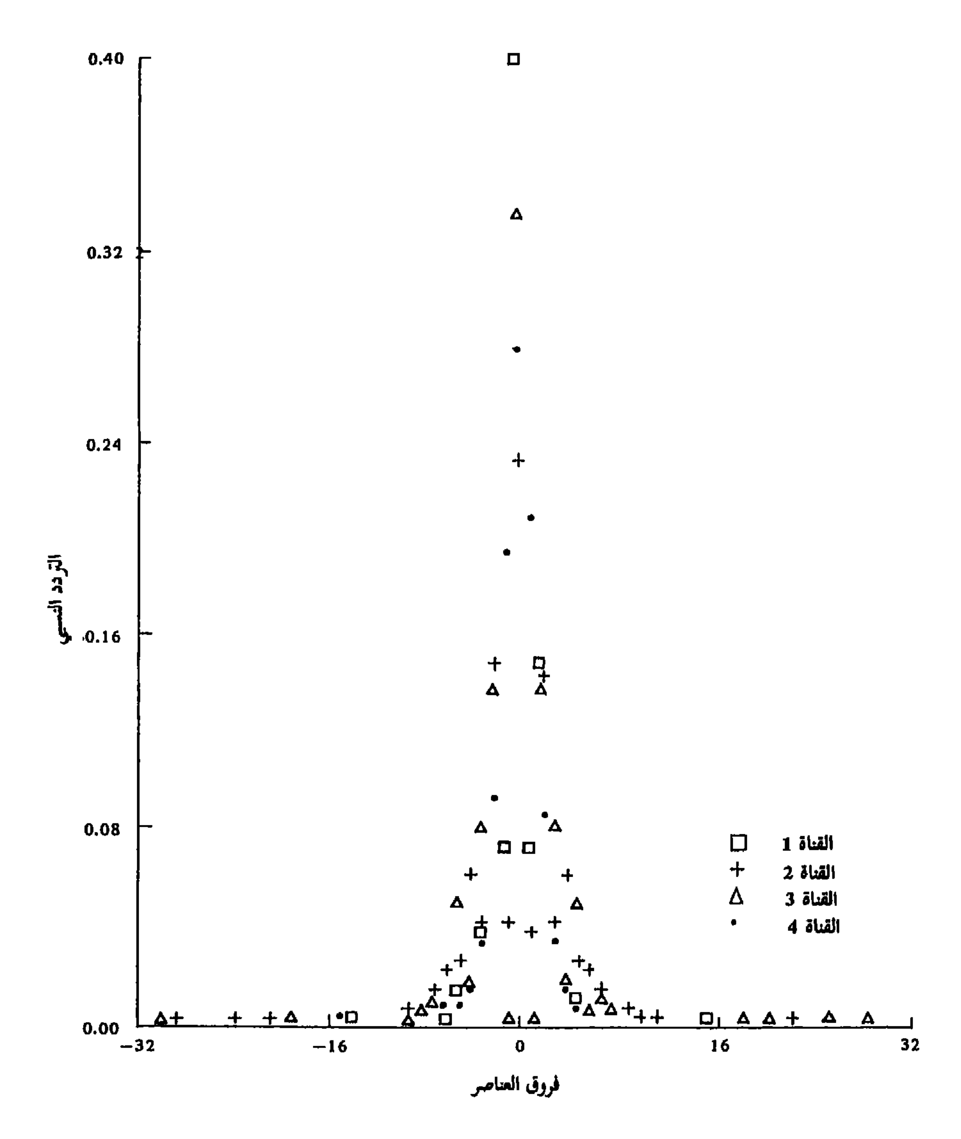
ان هيستوغرامات قيم السويات الرمادية للعناصر لكل صورة من الصور الأربع المعروضة في الشكل 6.6 مبينة في الشكل 8.6. يلاحظ أن معظم قيم السويات الرمادية الـ 128 لا تتكرر. تقع معظم السويات الرمادية في ثلاث من الصور في المدى 16 – 48. ان احدى الصور فاتحة أكثر lighter بحيث تقع معظم سوياتها بين 48 و 64. ولصور لاندسات أخرى خواص أخرى. فعلى سبيل المثال، ان قمم الجليد القطبي أفتح lighter والمحيط أعتم darker.



الشكل 8.6 هيستوغرامات السويات الرمادية للصور المبينة في الشكل 6.6.

دعنا ننظر الى الفروق في السويات الرمادية لعناصر الصورة المتجاورة في كل خط مسح. أي، اذا أعطيت عناصر الصورة من اليسار الى اليمين على طول الصف رقم j (خط المسح) بـ $x_1, x_2, ..., x_{3234}$، نستطيع عندئذ أن ننقل هذه المجموعة من الـ 3234 عددا صحيحا الى المجموعة الجديدة من الـ 3234 عدداً صحيحاً , x_1, x_2-x_1, $x_3-x_2, ..., x_{3234}-x_{3233}$. ان هذه العملية هي نقل الفرق difference mapping المعرف بالمعادلة (2.6 − 3) .

ان كل واحد من عناصر الصورة الأصلية x_i هو واحد من الأعداد الصحيحة. 0,1,2, ..., 127. لذلك، فان كل فرق $x_i - x_{i-1}$ هو عدد صحيح بقيمة بين −127 و 127. لكي نخصص كلمة ترميز ثنائية فريدة متساوية الطول لكل عنصر صورة x_i يلزمنا كلمات ترميز بسبعة بتات 7 − bit code words. ولكي نخصص كلمة ترميز ثنائية فريدة متساوية الطول لكل فرق عنصر صورة $x_i - x_{i-1}$ يلزمنا كلمات ترميز بثمانية بتات 8 − bit code words ، مفترضين أن المكمي يعطي قيمة منفصلة لكل من الفروق الـ 255 المذكورة أعلاه. ان هيستوغرامات الفروق $x_i - x_{i-1}$ لكل صورة من الصور الأربعة المبينة في الشكل 6.6 مبينة في الشكل 9.6. يلاحظ أن لجميع الهيستوغرامات الأربعة ذروة حول الصفر (بما في ذلك صورة القناة 3 التي كان هيستوغرام سوياتها الرمادية مختلفا عن هيستوغرامات القنوات 1 و 2 و 4). ان معظم الفروق تقع في المدى −8 الى +8. لقد نقلت عملية الفرق مجموعة قيم عناصر الدخل الى مجموعة أعداد أخرى لها بنية أكثر وضوحا(أقل عشوائية).



الشكل 9.6 هيستوغرامات فروق العناصر للصور المبينة في الشكل 6.6.

افترض أننا نبني نظام ترميز يتألف من 16 كلمة ترميز $c_1, c_2, \ldots, c_{16}$.
نستطيع، على سبيل المثال، استعمال نظام الترميز الطبيعي بحيث تكون c_1=0000, c_2=0001,..., c_{16}=1111 : دعنا نخصص 14 من كلمات الترميز هذه للفروقات الـ 14: +6 , +5 , +4 , +3 , +2 , +1 , 0 , −1 , −2 , −3 , −4 , −5 , −6 , −7 ، كما هو مبين في الشكل 10.6. نستعمل الكلمة c_{16} من الكلمتين الباقيتين c_1 و c_{16} للدلالة على أن فرق العنصر كان أكبر من +6 ونستعمل ا لكلمة c_1 للدلالة على أنه كان أصغر من −7. ان هذا الترميز نسخة ثنائية الاتجاه لترميز الازاحة الذي نوقش في القسم السابق.

الفروق

... −9 −8	−7	−6	−5	−4	−3	−2	−1	0	+1	+2	+3	+4	+5	+6	+7 +8 ...
← c_1	c_2	c_3	c_4	c_5	c_6	c_7	c_8	c_9	c_{10}	c_{11}	c_{12}	c_{13}	c_{14}	c_{15}	c_{16} →

كلمات الترميز

الشكل 10.6 توضيح لتخصيص assignment كلمات الترميز.

يمكن بعدئذ ترميز فرق أي عنصر من −127 الى +127 بواحدة أو أكثر من كلمات الترميز الـ 16 اذا استعملنا القانون التالي: اذا وقع الفرق $\Delta_i = x_i - x_{i-1}$ في المدى −7 الى +6 استعمل كلمة الترميز المقابلة لقيمة الفرق. فعلى سبيل المثال، سترمز −7 بـ c_2 و −6 بـ c_3 و الخ. اذا كان الفرق Δ_i أكبر من +6 نستعمل أولا كلمة ترميز الأزاحة الى أعلى c16 shift – up code word ونزيح كافة كلمات الترميز بـ 14 وحدة بحيث أنها تخصص الآن للفروق +7 و +8 و ... و +20 ، كما هو موضح في الشكل 11.6. يرمز أي فرق يقع في المدى +7 الى +20 باستعمال كلمة ترميز الازاحة الى أعلى c_{16} متبوعة بكلمة الترميز المقابلة للفرق. مثلا، يمكن أن ترمز +8 باستعمال تتابع كلمتي الترميز c_{16} , c_3. اذا كان الفرق أكبر من +20 نستعمل كلمة ترميز الازاحة ثانية ونزيح كلمات الترميز الى الأعلى +14 وحدة بحيث تمسح الآن المدى +21 ، +22 ، ....، +34. سيرمز الفرق +22 باستعمال تتابع كلمات الترميز الثلاثة c_{16}, c_{16}, c_3. من أجل فروق أكبر من +34 يعاد الاجراء. تستعمل كلمة ترميز

الازاحةالى أعلى ثانية وثالثة و هكذا حتى يقع الفرق Δ_i في المدى المسموح بــه بكلمات الترميز الـ 14 $C_2, C_3, \ldots, C_{15}$.

الفروق

+5 +6	+7	+8	+9	+10	+11	+12	+13	+14	+15	+16	+17	+18	+19	+20	+21 +22
c_1	c_2	c_3	c_4	c_5	c_6	c_7	c_8	c_9	c_{10}	c_{11}	c_{12}	c_{13}	c_{14}	c_{15}	c_{16}

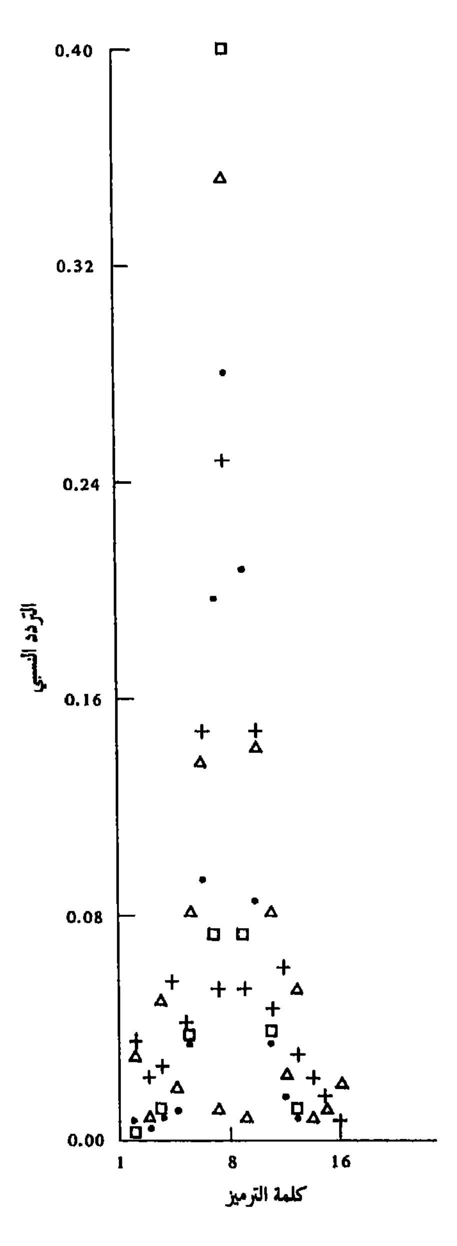
كلمات الترميز

الشكل 11.6 توضيح تخصيص كلمات الترميز بعد الازاحة

من أجل فروق أقل من -7 نستعمل نفس الاجراء باستثناء أننا نستعمل بدلا من كلمة ترميز الازاحة الى أعلى كلمة ترميز الازاحة الى أسفل c_1 ، shift-down ، مرة أو أكثر متبوعة باحدى كلمات الترميز $c_2, c_3, \ldots, c_{15}$ مشيرين الى المدى الذي يقع فيه الفرق. مثلا، سترمز -23 بالتتابع c_1, c_3, c_{14}

يمكن أن ترمز أية قيمة فرق من -127 الى $+127$ باستخدام تتابع من كلمة واحدة أو أكثر من كلمات الترميز $c_1, c_2, \ldots, c_{15}$. اذا استعملنا نظام الترميز الطبيعي $c_1 = 0000, c_2 = 0001, \ldots, c_{16} = 1111$، يمكن عندئذ ترميز معظم الفروق بـ 4 بتات لأن معظمها يقع في المدى -7 الى $+6$. يلزم أحيانا استعمال كلمتي ترميز كل منهما بـ 4 بتات، أي، 8 بت. وفي أحيان نادرة يلزم 12 بت أو أكثر. في المتوسط، يلزم حوالي 4,3 بتا لعنصر الصورة من أجل الصور المبينة في الشكلين 6.6 و 7.6.

ان التردد النسبي لاستعمال كل من كلمات الترميز الـ 16 لصور الشكل 6.6 معروض في الشكل 12.6. ان كلمات الترميز المقابلة للفروق القريبة من الصفر مستعملة أكثر بكثير من تلك المقابلة للفروق الأبعد عن الصفر. وبالتالي فان نظام ترميز بطول غير متساو سيكون أكثر فعالية من نظام ترميز ذي طول متساو مثل نظام الترميز العادي الذي استعمل أعلاه. لقد وجد أن نظام الترميز المبين في الشكل 13.6 فعال لعدد كبير من اطارات لاندسات. لقد كان متوسط عدد البتات لكل عنصر صورة للقنوات الأربعة لعدد كبير من اطارات لاندسات هو 3.5 بتا لكل عنصر صورة، كما هو موضح في الجدول 3.6. وهذا يقابل نسبة ضغط 2 بالنسبة لعناصر



الشكل 12.6 الترددات النسبية لاستعمال كل كلمة ترميز.

صورة الدخل ذات الـ 7- بتات. يبين الجدول 3.6 أيضا متوسط عدد البتات اللازم لترميز المعطيات المبينة في الشكل 6.6 باستعمال نظام ترميز هافمان. انه يتطلب أجزاء من البت أقل من نظام الترميز المبين في الشكل 13.6.

الجدول 3.6 متوسط عدد البتات للعنصر الواحد اللازمة لترميز بعض اطارات لاندسات

القناة 4	القناة 3	القناة 2	القناة 1	
3.3685	3.5894	3.8466	3.0865	ترميز الازاحة
2.8101	3.2900	3.5893	2.75175	ترميز هافمان

1010	c_1
111 1111	c_2
11 1110	c_3
1 1110	c_4
1101	c_5
100	c_6
1100	c_7
00	c_8
0110	c_9
0111	c_{10}
0100	c_{11}
0101	c_{12}
1 1100	c_{13}
1 1101	c_{14}
111 1110	c_{15}
1101	c_{16}

الشكل 13.6 نظام ترميز ذو فعالية تقارب فعالية نظام ترميز هافمان .

ان عدد كلمات الترميز اللازمة لترميز اطار لاندسات باستعمال أي من نظامي الترميز اللذين نوقشا في الفقرة السابقة (متساوي الطول وغير متساوي الطول) يعتمد على خواص المعطيات لأن عدد المرات التي تستعمل فيها كلمات الازاحة يعتمد الى درجة كبيرة على التغيرات في المشهد. ان لنظام الترميز ذي الطول المتساوي ميزة هي

أن جميع كلمات الترميز ذات طول 4- بتات وباالتالي يمكن أن تكتب على الأشرطة المغنـاطيسية كلمتان لكل بايت - 8 بت، على الرغم من أن طول السجل record length مختلف لاطارات مختلفة من المعطيات.

2.3.6 المثال 2 . ترميز الكفافات countour encoding

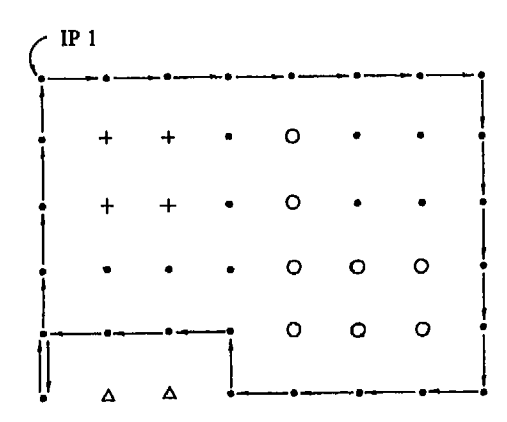
يمكن أن ينظر الى الصورة الرقمية كدالة بمتحولين. المتحولان هما الاحداثيان الحيزيان، و قيمة الدالة عند كل احداثي هي السوية الرمادية للصورة عند تلك النقطة. نظرا لأن عدد السويات الرمادية المنفصلة محدد، نستطيع أن نتصور الدالة كعدد من الهضاب plateaus بحيث يساوي ارتفاع الهضبة السوية الرمادية. تقابل القيم العاتمة dark الهضاب المنخفضة وتقابل القيم الفاتحة light الهضاب المرتفعة. تنتج مساحة كبيرة من عناصر الصورة بنفس السوية الرمادية هضبة كبيرة، بينما ينتج عنصر صورة وحيد محاط بعناصر لها سويات رمادية مختلفة هضبة صغيرة. ان معرفة الارتفاع والموضع وشكل الهضبة مكافىء لمعرفة الصورة.

إن خوارزمية ترميز الكفافات المعروضة في هذا القسم تختصر الصورة الى قائمة list من الكفافات أو الهضاب. يحدد كل كفاف بشكل فريد بتحديد: (1) سويته الرمادية و (2) موضع (الصف والعمود) عنصر pixel واحد على حدوده (IP) يسمى نقطة ابتدائية initial point و (3) تتابع اتجاهيات تعطي اتجاه التحرك عندما نتتبع الطرف الخارجي للكفاف. تتألف الخوارزمية من خوارزميتين فرعيتين — خوارزمية IP لايجاد نقطة ابتدائية جديدة (كفاف جديد)، وخوارزمية T لتتبع الكفافات بعد تحديد موضعها. تستخدم الخوارزميتـان الفرعيتان بشكل تتابعي. تستخدم الخوارزمية IP لتحـديد موضـع النقطـة الابتـدائيـة الأولى على الكفـاف الأول وبعدئذ، تستخدم الخوارزمية T لتتبعها، وبعد ذلك تستخدم الخوارزمية IP لتحديد موضع نقطة ابتدائية ثانية على الكفاف الثاني وتستخدم الخوارزمية T لتتبعها وهكذا. تحدد الخوارزمية IP مواضع جميع الكفافات، ولاتحدد موضع أي منها مرتين. تتتبع الخوارزمية T الحدود الخارجيـة لأكبر مجموعة متصـلة من العنـاصر التي لها نفس السوية الرمادية للنقطة

الابتدائيـة، وهي تتوقف دائماً بالرجوع الى النقطـة الابتدائيـة. ولكل كفاف، تعطي الخوارزمية قيمة (السوية الرمادية) وموضع النقطة الابتدائية واتجاه التحرك حول الحدود وتهمل جميع العناصر المحاطة بالكفاف ولها نفس قيمتها (سويتها الرمادية).

الخوارزمية T

تستخدم الخوارزمية T القانون التقليدي لايجاد طريق الخروج من متاهة "در دائماً الى اليسار". كما هو موضح في الشكل 14.6 ، يتضمن تتبع الكفاف تحديد اتجاه التحرك بين العناصر المتجاورة بحيث لايكون لأي عنصر خارج الكفاف أو مجاور له نفس السوية الرمادية للعناصر الواقعة على الكفاف. تعطى قاعدة تحديد اتجاه التحرك من كل عنصر بـالنسبـة لاتجاه الدخول اليـه بقـاعدة "النظر الى أقصى اليســار" .(left – most – looking LML)



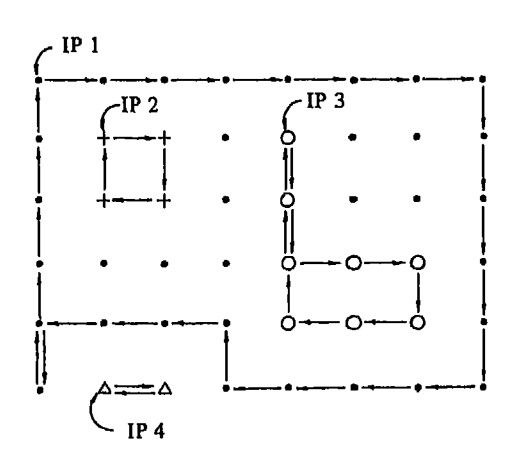
الشكل 14.6 الكفاف رقم 1 لمصفوفة بأربعة سويات رمادية.

قاعدة LML

انظر الى العنصر الموجود الى اليسار (بالنسبة الى اتجاه الدخول)، اذا كان لهذا العنصر نفس القيمة، تحرك اليه، والا، انظر الى العنصر الموجود الى الأمام مباشرة، اذا كان لهذا العنصر نفس القيمة، تحرك اليه، والا، انظر الى اليمين، اذا كان لهذا العنصر نفس القيمة تحرك اليه، والا، انظر الى الوراء، اذا كان لهذا العنصر نفس القيمة، تحرك اليه والا فليس لأي من هذه العناصر نفس القيمة وبالتالي يتألف الكفاف من نقطة وحيدة فقط.

لقد تم تتبع الكفاف المبين في الشكل 14.6 بالتطبيقات المتكررة لهذا القانون بدءا من النقطة الابتدائية IP المشار اليها. يفترض أن يكون اتجاه التحرك الى النقطة الابتدائية الأولى من الجهة اليسرى للصورة دائما بحيث يكون "اليسار بالنسبة لاتجاه الدخول الى IP" هو "الأعلى" ولكن، لانستطيع التحرك فوق النقطة IP وبذلك ننظر الى الأمام مباشرة. ان لهذا العنصر نفس قيمة IP وبالتالي نتحرك اليه ونطبق قانون LML. يلاحظ أن الاجراء يتوقف بالرجوع الى IP. يوضح الشكل 15.6 الكفافات الأربعة بالتطبيقات الأربعة للخوارزمية T. يبدأ كل منها من النقطة IP المبينة في الشكل.

تقوم الخوارزمية T أيضا بتخصيص أحد المؤشرات الأربعة لكل عنصر من المصفوفة ثنائية الأبعاد. هذه المؤشرات مطلوبة في الخوارزمية IP المشروحة في القسم التالي. من هنا، عندما تخزن المصفوفة ثنائية الأبعاد في الذاكرة، يجب أن يخصص بتان اضافيان لكل عنصر لكي يتم تخزين المؤشر الصحيح. نرمز للمؤشرات الأربعة بـ D, A, R and I. عندما تقرأ المصفوفة ثنائية الأبعاد وتدخل الى الذاكرة يخصص لكل عنصر المؤشر I. ومع تحرك الخوارزمية T من عنصر لآخر وهي تتتبع كفاف ما، تقوم باستبدال مؤشر كل عنصر بالمؤشر D, A, or R ، حسب قاعدة تخصيص المؤشر indicator assignment (IA) rule.



الشكل 15.6 أربعة نقاط ابتدائية والكفافات المقابلة لها.

القاعدة IA

يعتمد المؤشر المخصص لكل عنصر كفاف على اتجاه التحرك الى العنصر واتجاه التحرك منه، كما هو مبين في الشكل 16.6. يتم المرور ببعض العناصر مرتين. عندما نمر بعنصر مرة ثانية (يمكن تحديد ذلك بتفحص مؤشره فاذا لم يكن I فاننا نمر به للمرة الثانية). نحدد أولا مؤشرا لهذا الممر من الشكل 16.6 ، ولكن نستعمل بعد ذلك الشكل 17.6 لتحديد المؤشر الذي سيخصص في النهاية لهذا العنصر (لايتم المرور خلال أي عنصر أكثر من مرتين). الاستثناء الوحيد لهذه القاعدة هو النقطة الابتدائية IP والتي تحتفظ دائمًا بالمؤشر I.

اتجاه الخروج من العنصر

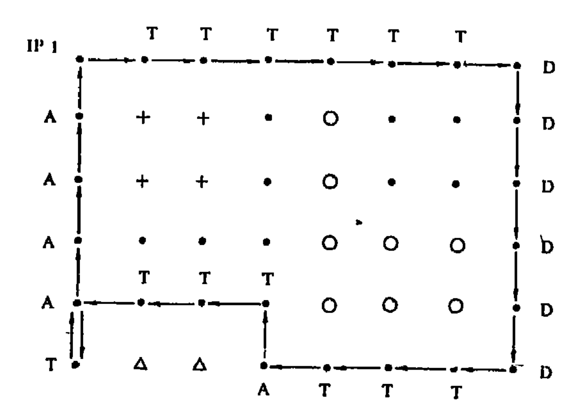
اتجاه الدخول الى العنصر	↑ or →	↓ or ←
↑ or ←	A	R
↓ or →	R	D

الشكل 16.6 مؤشرات لجميع التركيبات الممكنة للتحرك الى و من عنصر ما.

المؤشر المخصص 1,1G1oa (المرور الاول والمرور الثاني)	(D,A) (A,D) (R,R)	(D,R) (R,D) (D,D)	(A,R) (R,A) (A,A)
التخصيص النهائي للمؤشر	R	D	A

الشكل 17.6 تخصيص المؤشرات النهائية لكل زوج من المؤشرات المحددة في المرورين الأول والثاني.

كمثال، نأخذ ثانية الكفاف الموضح في الشكل 14.6. تطبق الخوارزمية T القاعدة LMLعند كل عنصر لتحديد الاتجاه الثاني للتحرك ومن ثم تطبق القاعدة IA لتحديث مؤشر ذلك العنصر. ان المؤشر المخزن في الذاكرة لكل عنصر على الكفاف المبينة في الشكل 15.6 موضّع labeled بجانب ذلك العنصر في الشكل 18.6. في هذه المرحلة، جميع العناصر التي لاتقع على الكفاف مايزال مؤشرها I. ولكن، لأن الكفافات 2 و 3 و 4 قد تم تتبعها، فان جميع العناصر على هذه الكفافات (باستثناء النقاط IP) ، سيخصص لها المؤشر A أو R أو D. النقاط الابتدائية IPs وجميع العناصر التي لاتقع على الكفاف تحتفظ بالمؤشر I.



الشكل 18.6 مثال لتخصيص المؤشرات.

الخوارزمية IP

تستخدم الخوارزمية IP اجراء بحث منهجي **systematic search procedure** لتحديد النقاط الابتدائية. يبدأ البحث عن النقاط الابتدائية IPs بالعنصر الموجود في الزاوية العليا اليسرى (عنصر الصف الأول، العمود الأول) ويتقدم الى اليمين عبر الصف الأول حتى يصل الى نهايته. بعد ذلك، يبحث في الصف الثاني من اليسار الى اليمين ، وبعد ذلك في الصف الثالث وهكذا، حتى يصل الى العنصر الموجود في الزاوية اليمنى السفلى من مصفوفة المعطيات. لذلك، يتم فحص كل عنصر من مصفوفة المعطيات ثنائية الأبعاد لتحديد ما اذا كان نقطة ابتدائية IP أم لا. ومع تحركنا من عنصر الى عنصر عبر كل صف في المعطيات باحثين عن النقاط الابتدائية IPs يجب أن نجمع بنفس الوقت قائمة نقاط مقارنة **comparison point list (CPL)**.

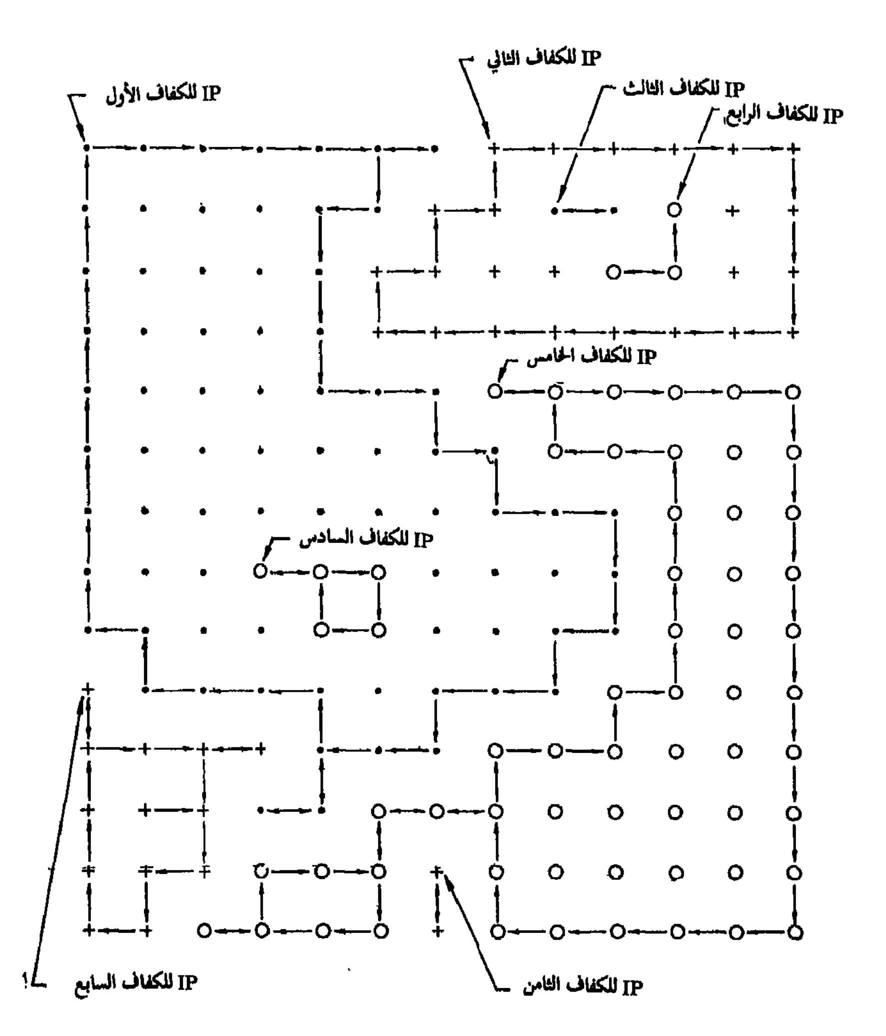
قاعدة لبناء CPL

عندما نبدأ عبر كل صف تكون القائمة فارغة. ومع تحركنا عبر الصف نتفحص مؤشر كل عنصر نواجهه. اذا كان المؤشر A (من أجل أضف add) نضيف ذلك العنصر (سويته الرمادية) الى أسفل القائمة واذا كان المؤشر D (من أجل أسقط drop) ، نحذف الدخل الأخير في القائمة، أما اذا كان المؤشر R أو I فنترك القائمة بدون تغيير. في نهاية الصف، ستكون قائمة نقاط المقارنة فارغة لأن عدد الاضافات يساوي عدد مرات الحذف. نحن الآن جاهزون لتوصيف الاختبار الذي يجب أن يجرى على كل عنصر لتحديد ما اذا كان نقطة ابتدائية IP أم لا.

القاعدة IP

يكون العنصر موضع الاختبار نقطة ابتدائية IP اذا حقق الشرطين التاليين (1) أن يكون مؤشره I و (2) ألا تساوي قيمته (سويته الرمادية) قيمة الادخال الأخير في قائمة نقاط المقارنة (CPL).

تلخص المصفوفة ذات الأبعاد 14 × 13 وبثلاث سويات رمادية، المبينة في الشكل 19.6 المفاهيم التي نوقشت للتو. في هذه الحالة، اختصرت خوارزمية تتبع كفافات الصورة الى تمثيل يتطلب ثمانية كفافات.



الشكل 19.6 مثال لعملية متتبع الكفافات.

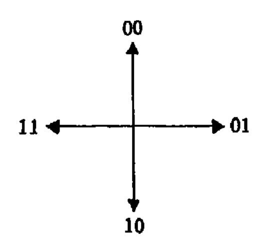
طريقة ترميز encoding approach

ان التطبيقات التابعية للخوارزميتين IP و T تشكل قسم النقل mapping section لعملية الترميز الموضحة في الشكل 1.6. يتم البدء بالخوارزمية عند عنصر الصف الأول والعمود الأول. هذا العنصر هو دائمًا نقطة ابتدائية IP ، لنقُل IP رقم 1. بعدئذ نستعمل الخوارزمية T لتتبع الكفاف الأول وتخصيص مؤشرات العناصر بنفس الوقت. بعد أن نعود الى النقطة الابتدائية Ip رقم 1 ، نستدعي الخوارزمية IP لتبحث عن IP جديدة. وعندما يتم ايجاد نقطة IP جديدة، لنقل IP رقم 2 ، ندعو ثانية الخوارزمية T لتتبع هذا الكفاف وتخصيص المؤشرات الصحيحة للعناصر. بعد ذلك نستعمل الخوارزمية IP للبحث عن IP رقم 3 ، و هكذا. يتألف كل كفاف ناتج من (1) سويته الرمادية و (2) رقم صف نقطته IP و (3) رقم عمود نقطته IP و (4) تتابع الاتجاهيات (اتجاهات التحرك) حول محيطه.

ان احدى امكانيات ترميز الكفافات هي استعمال نظام الترميز الطبيعي من أجل السويات الرمادية و صفوف و أعمدة النقاط الابتدائية، و سلسلة رموز فريمان Freeman chain – code (Freeman 1961).من أجل الاتجاهيات.تستخدم سلسلة الرموز هذه والموضحة في الشكل 20.6 كلمة الترميز 00 لترمز الى "الأعلى" up ، و 01 الى اليمين و 10 الى الأسفل، و 11 الى اليسار. مثلا، ان سلسلة الاتجاهات للكفاف الثالث في الشكل 15.6 هي 10,10,01,01,10,11,11,00,00,00. يبين الشكل 21.6(a) الرموز التي استعملت لترميز رقم الكفاف وسويته الرمادية وصف وعمود نقطته الابتدائية والاتجاهيات، على التوالي. يبين الشكل 21.6(b) خرج المرمز الذي يستخدم هذه الرموز لترميز الكفافات الأربعة في الشكل 15.6.

من أجل الفك decoding ، من المهم أن نعرف متى نصل الى نهاية كل مجموعة من الاتجاهيات ومتى يجب أن يبدأ كفاف جديد. يمكن الحصول على ذلك بدون بتات اضافية لأن جميع الكفافات (تتابعات اتجاهات) يجب أن تنتهي بالرجوع الى النقطة الابتدائية. نحن بحاجة لأن نعرف عدد الاتجاهيات من اليسار الى اليمين left – right ومن الأعلى – الى – الأسفل top – down. عندما يكون كلاهما صفرا، نكون قد

رجعنا الى النقطة الابتدائية IP والمعلومة التالية يجب ان تتبع كفافا جديدا. وتسري هذه القاعدة على جميع الكفافات التي طولها 2 أو أكثر. من أجل الكفافات التي طولها 1 (نقاط وحيدة) نستعمل الزوج الثنائي 11. لا يمكن أن يكون هذا الترميز هو الاتجاهية الأولى لأن العنصر لا يمكن أن يكون نقطة ابتدائية IP اذا كان له نفس السوية الرمادية للعنصر الموجود على يساره.



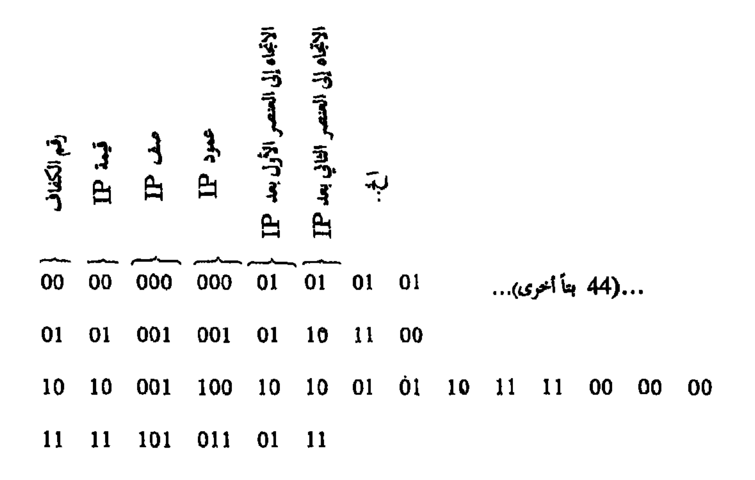
الشكل 20.6 الترميز الثنائي للاتجاهيات

يمكن استعمال أنظمة ترميز أكثر تعقيدا لترميز الكفافات ببتات أقل فعلى سبيل المثال، نظرا لأن السويات الرمادية المتتابعة عالية الترابط عادة ، فان انتروبيا فروق السويات الرمادية هي عادة أقل من انتروبيا السويات الرمادية بكثير. وبالتالي فانه من الممكن ترميز الفروق بعدد بتات أقل من العدد اللازم لترميز السويات الرمادية مباشرة. ان نفس الشيء صحيح بالنسبة لأرقام أعمدة و صفوف النقاط الابتدائية. ان ترميز الفروق بين أرقام صفوف الكفافات المتتابعة سيتطلب بتات أقل من ترميز تتابعات أرقام الصفوف عندما، في المتوسط، تسمي هذه التتابعات نقاطا ابتدائية IPs جديدة على كل صف، كما هي الحال في كثير من أنواع الصور، وتسري ملاحظات مشابهة على أرقام الأعمدة.

كما أشرنا أعلاه، فإن استعمال سلسلة رموز فريمان **Freeman chain code** هو طريقة مباشرة لترميز الاتجاهيات **directionals**. من الواضح أن جميع تتابعات الاتجاهيات الممكنة ليست متساوية الاحتمال. في الواقع، ان معظم التتابعات مستحيلة بسبب شرط (تقييد) انتهاء الكفاف بالرجوع الى النقطة الابتدائية. ولكن، من الصعب أخذ هذه البنية بالحسبان. فمثلا، تتطلب تقنية نظام ترميز هافمان **Huffman code technique** نظام ترميز هافمان مختلف لكل تتابع مختلف الطول (مثال، نظام ترميز معين

كلمة الترميز	اتجاه التحرك	كلمة الترميز	الصف او العمود	كلمة الترميز	السوية الرمادية	كلمة الترميز	رقم الكفاف
00	↑	000	1	00	•	00	1
01	→	001	2	01	X	01	2
10	↓	010	3	10	O	10	3
11	←	011	4	11	Δ	11	4
		100	5				
		101	6				
		110	7				
		111	8				

(a)



(b)

الشكل 21.6(a) مجموعة رموز لرقم الكفاف والسوية الرمادية و الصف والعمود واتجاه التحرك. (b) خرج المرمز للمثال المبين في الشكل 15.6.

للتتابعات ذات الطول 0 ونظام ترميز آخر للتتابعات الأخرى بطول 2 ، وهكذا.).
وأكثر من ذلك، حتى تعداد التتابعات الممكنة، تحديد احتمالاتها بدرجة أقل بكثير، يصبح غير ممكن مع تزايد طول التتابع.

لايعتمد عدد البتات اللازمة لترميز صورة معينة على مجموعة أنظمة الترميز المستخدمة فقط، بل يعتمد أيضا على عدد الكفافات، التي تعتمد بدورها على كمية التفاصيل في الصورة وعلى عدد السويات الرمادية. نعرض في الشكل 22.6(d) بعض النتائج للصور الثلاثة المبينة في الشكل 22.6(a) حتى (c). ان مجموعة أنظمة الترميز التي استخدمت هي:

السويات الرمادية: لقد تم ترميز الفروق بين السويات الرمادية المتتابعة باستخدام نظام ترميز هافمان.

أرقام صفوف IPs: لقد تم ترميز الفروق بين أرقام الصفوف المتتابعة (أطوال-الاستمرارات) باستعمال نظام الترميز الطبيعي.

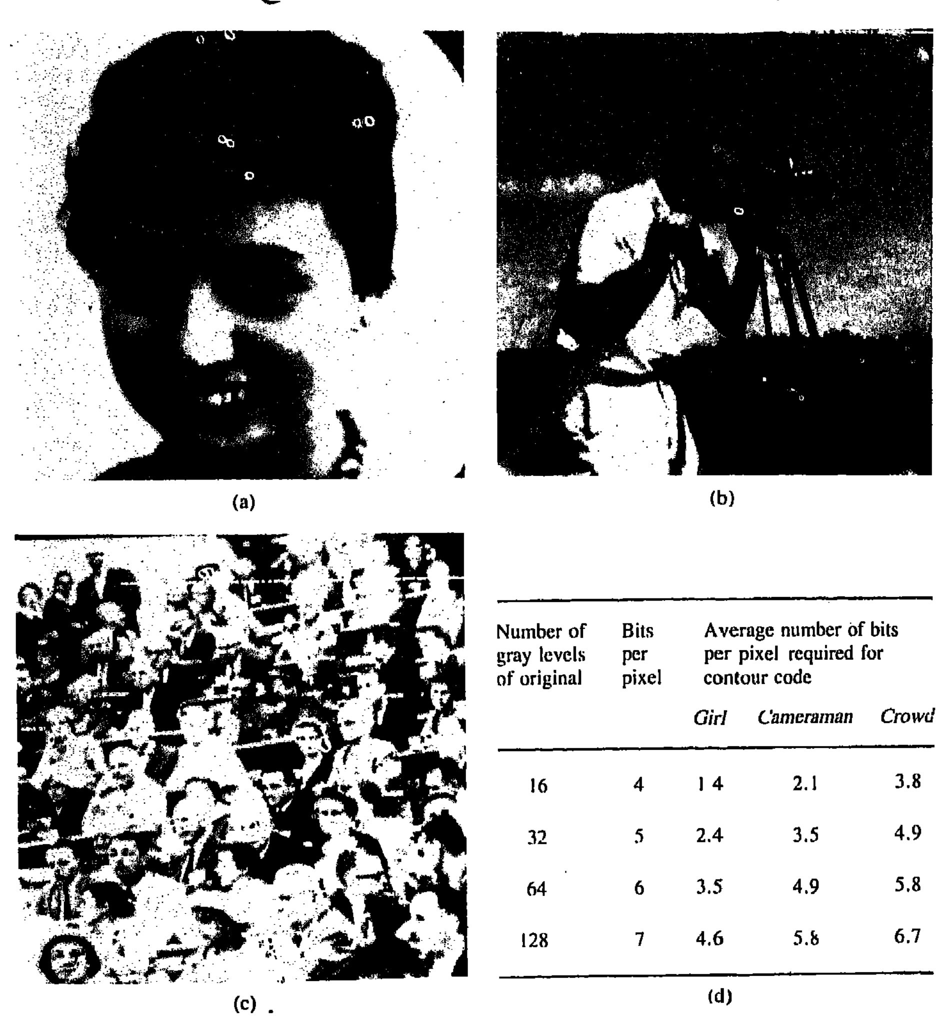
أرقام أعمدة IPs: لقد تم ترميز الفروق بين أرقام الأعمدة المتتابعة باستخدام نظام ترميز هافمان.

الاتجاهيات directionals: لقد تم ترميز الاتجاهيات باستخدام سلسلة رموز فريمان.

لقد بنيت جميع أنظمة ترميز هافمان على احصاءات فروق السويات الرمادية موسطة ضمن الصور الثلاثة المبينة في الشكل 22.6. يلاحظ أن فعالية الكفافات تعتمد على كمية التفاصيل في الصور وأيضا على عدد سويات التكمية للعناصر. بعبارة أخرى، ان الطريقة غير فعالة جدا من أجل الصور التي تحتوي عددا كبيرا من الكفافات الصغيرة، وتتحسن فعالية الطريقة من أجل الصور التي تحتوي عدداً قليلاً من الكفافات الأكبر.

تظهر هذه الحقائق بوضوح أكثر في التجارب التي أجريت على الصور الثنائية المبينة في الشكل 23.6. لقد استعمل جاتي و وينتز Gatti and Wintz 1971 اجراءا

مشابها للاجراء الذي شرحناه للتو لترميز كفافات هذه الصور. لقد كان متوسط عدد البتات اللازمة لترميز كفافات الرسم والنص المطبوع وبصمة الاصبع 0.5 ، 0.15 و0.15 ، على التوالي. كما توقعنا، لقد كان متوسط عدد البتات متناسبا مع تعقيد الصورة.

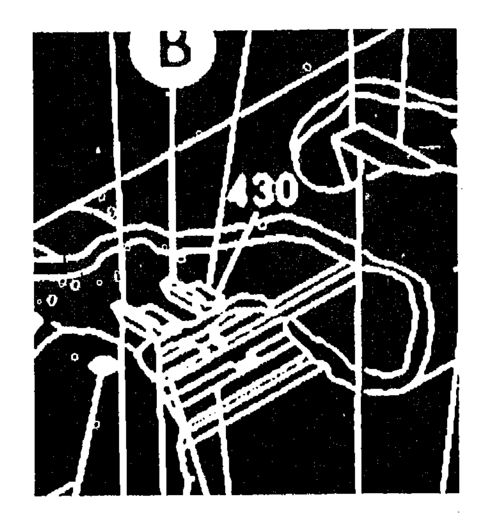


(a) (b) (c)

Number of gray levels of original	Bits per pixel	Average number of bits per pixel required for contour code		
		Girl	*Cameraman*	*Crowd*
16	4	1.4	2.1	3.8
32	5	2.4	3.5	4.9
64	6	3.5	4.9	5.8
128	7	4.6	5.8	6.7

(d)

الشكل 22.6(a) بنت. (b) مصور. (c) جمهور. (c) نتائج ترميز الكفافات.



(a)

ite (RRWW) se-
st word times do
is case, the half-
n in Fig. 7. If the
he result must be
th the first write

(b)



(c)

الشكل 23.6 نتائج ترميز انكفافات. (a) قسم من رسم لمركبة فضائية، 0.15 بت للعنصر. (b) عينة من نص مطبوع، 0.15 بت للعنصر. (c) قسم من بصمة اصبع، 0.50 بت للعنصر.

نقل اعادة البناء reconstruction mapping

ان اعادة بناء صورة ما من ترميز كفافاتها هو اجراء مباشر اذا فهمنا استراتيجية النقل mapping strategy. يستخدم اجراء اعادة بناء الصورة القواعد الأساسية التي استعملت في الخوارزمية T والخوارزمية IP. تبني خوارزمية البناء كل عنصر في مصفوفة المعطيات مبتدئة بعنصر الصف الأول والعمود الأول. نظرا لأن هذا العنصر هو IP رقم 1 فان قيمته معروفة. وأكثر من ذلك، يمكن اعادة بناء عناصر مصفوفة المعطيات المقابلة للكفاف رقم 1 بالتوازي مع مؤشراته باستعمال خرج النظام والقاعدة IA. بعد اعادة بناء هذا الكفاف والعودة الى النقطة الابتدائية IP رقم 1 ، ننتقل عنصرا فعنصرا عبر الصف الأول وبعد ذلك عبر الصف الثاني، وهكذا. ومع تحركنا عبر كل صف نجمع أيضا قائمة نقاط المقارنة CPL طبقا للقاعدة CPL. ان كل عنصر نواجهه هو اما نقطة ابتدائية أو عنصر لايتبع لكفاف. ان قاعدة اعادة البناء هي

(1) اذا كان العنصر IP ، ابنِ الكفاف وعين المؤشرات.

(2) اذا لم يكن مؤشر العنصر هو I ، فانه يكون قد بني، و لذلك تحرك الى العنصر التالي.

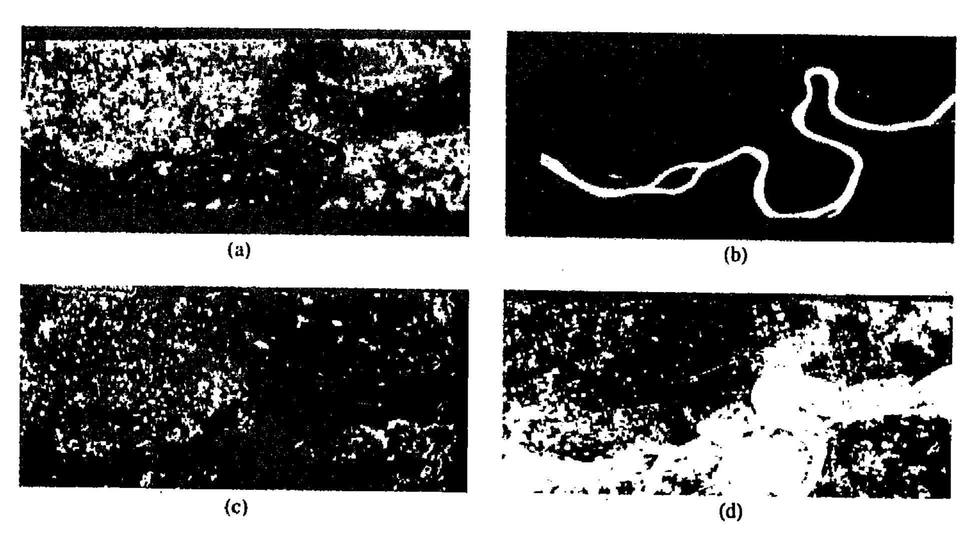
(3) اذا لم يكن العنصر نقطة بداية وكان مؤشره I ، فان قيمته هي آخر دخل في قائمة نقاط المقارنة CPL.

المثال 3. ترميز طول–الاستمرار لخرائط الفيضان

run – length encoding for flood maps

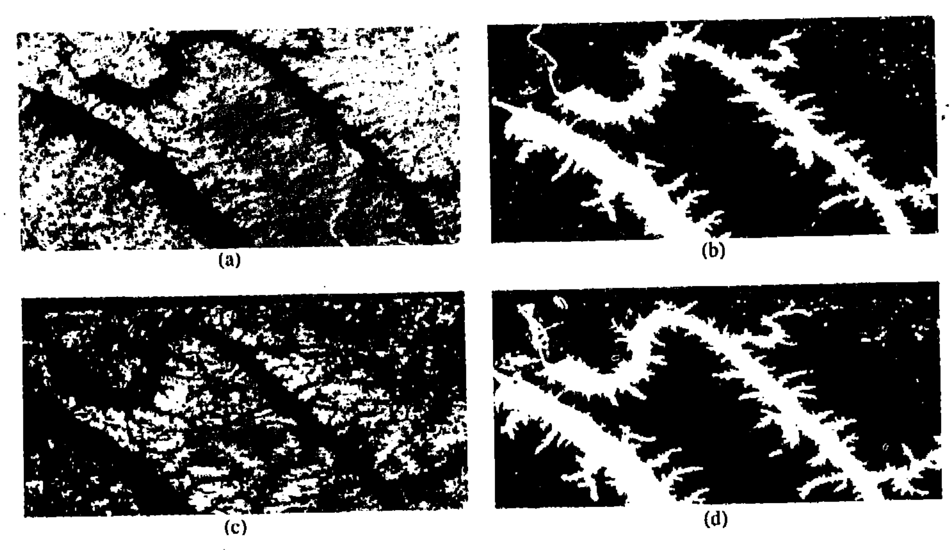
ان التحكم في فيضان الأنهار في الولايات المتحدة الأمريكية هو مسؤولية فيالق المهندسين في الجيش الأمريكي (USACE). تراقب هذه الوكالة الجداول وسويات الخزانات والمطر الخ..، للتنبؤ بحالات الفيضان الممكنة ولتخفيض الخراب الناتج عن الفيضان الى الحد الأدنى بفتح أو اغلاق فتحات الفيضان، ورفع أو خفض سويات الخزانات. ان جمع معطيات الدخل هذه لكامل حوض مائي مثل وادي نهر الميسيسيبي هو مشكلة كبيرة. يبين الشكل 24.6(a) صورة بالأشعة تحت الحمراء من اطار

لاندسات LANDSAT الذي يحتوي جزءا من نهر أوهايو Ohio river. يظهر الماء عاتما dark بسبب امتصاصه للأشعاعات الكهرمغناطيسية في نطاق الأشعة تحت الحمراء. لهذا السبب، من السهل تصنيف كل عنصر على أنه "ماء" أو "غير ماء" بدقة عالية، باستعمال تقنيات تحليل - التواقيع متعددة النطاقات الطيفية multispectral signature analysis techniques. ان نتيجة هذا التحليل مبينة في الشكل 24.6(b) بشكل صورة، حيث ان جميع عناصر الميز resolution elements* المصنفة "ماء" قد أعطيت سوية رمادية سوداء، وجميع عناصر الميز "غير الماء" قد أعطيت سوية رمادية بيضاء light. لقد تم أخذ هذه الصورة بوقت كان فيه النهر قرب الوضع الطبيعي. يبين الشكل 24.6(c) صورة لهذا النهر ولكنها أخذت عندما كان النهر في حالة فيضان. ان نتائج التصنيف مبينة في الشكل 24.6(d). بشكل مشابه يبين الشكل 25.6 خزانا في حالته العادية وفي مراحل الفيضان، مع نتائج التصنيف. ان الصور المعالجة كتلك المعروضة في الشكلين 24.6(b) و (d) والشكلين 25.6(b) و (d) قيِّمة بالنسبة لـ USACE، شريطة أن تسلم خلال ساعات. ان المشكلة هي ارسال هذه الصور بكلفة معقولة الى حاسوب الـ USACE من محطة استقبال يمكن أن تكون على بعد مئات الأميال.



الشكل 24.6 جزآن من اطار لاندسات (a,c) وخرائط التصنيف المقابلة (b,d).

* في تطبيقات مصادر الأرض (الثروات الباطنية)، تدعى عناصر الصورة أحياناً عناصر الميز resolution.



الشكل 25.6 نفس المناطق المبينة في الشكل 24.6 ولكن في حالات الفيضان.

ترميز طول – الاستمرار أحادي – البعد

one – dimensional run – lemgth encoding (RLC)

يتألف خط مسح العناصر بشكل عام من تتابع أعداد صحيحة (سويات رمادية) $x_1, x_2, ..., x_N$. في ترميز طول الاستمرار، ننقل تتابع الأعداد الصحيحة هذا الى تتابع أزواج (g_k, l_k) حيث ترمز g_k الى السويات الرمادية وترمز l_k الى أطوال – الاستمرارات. ان طول الاستمرار هو عدد عناصر الصور المتجاورة juxtaposed ذات نفس السوية الرمادية.

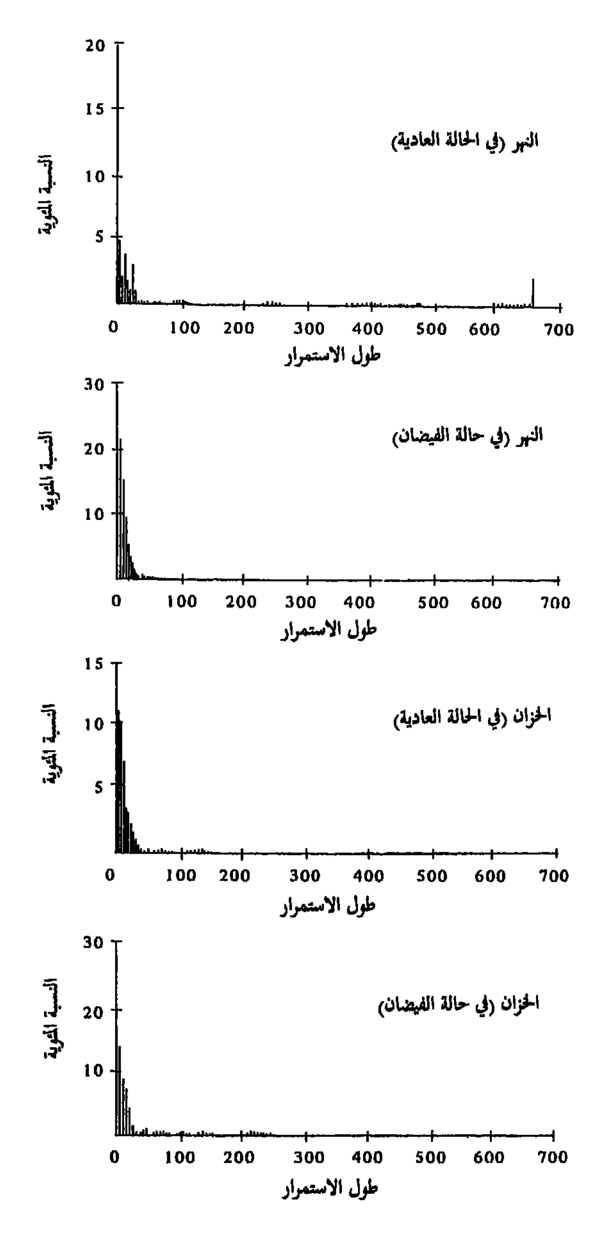
كما وضحنا في الشكل 3.6 ، نبدأ بالعنصر pixel الموجود في أقصى اليسار ونجعل g_1 تساوي x_1 و l_1 يساوي طول استمرار العناصر ذات السوية الرمادية g_1. عند أول انتقال في السوية الرمادية، نجعل g_2 مساوية للسوية الرمادية للاستمرار الثاني و l_2 مساويا لطول هذا الاستمرار. يعاد هذا الاجراء حتى نصل الى نهاية خط المسح. يمكن أن يتغير عدد الاستمرارات من 1 (لكل عنصر على خط المسح نفس السوية الرمادية)

الى N (لايوجد عنصران متجاوران لهما نفس السوية الرمادية). يمكن أن يتغير طول الاستمرار المقابل l_k من N الى 1. كي نتمكن من ترميز أطول استمرار ممكن، سيتطلب الترميز الطبيعي $\log_2 N$ بت. اذا كانت معظم أطوال الاستمرارات أقصر بكثير من N فان هذا الترميز ليس فعالا جدا لأن كثيرا من كلمات الترميز لاتستعمل أو تستعمل بشكل غير متكرر. بافتراض أن المكمي يعطي قيمة خرج فريدة لكل زوج منقول (g_k, l_k)، تكون المسألة التالية هي اختيار نظام ترميز لأطوال الاستمرارات والسويات الرمادية.

ان احصائيات طول الاستمرار لنتائج التصنيف للأشكال 24.6 و 25.6 مبينة في الشكل 26.6. لاحظ أن أطوال الاستمرارات قريبة بشكل معقول من قانون قوة power law و كما ناقشنا أعلاه، فان نظام ترميز- B_1 هو تقريب جيد لنظام ترميز هافمان الأمثل لمعطيات بسويتين 2 - level تحقق هذا الشرط. نظرا لأن بت الاستمرار continuation - bit يمكن أن يستخدم لترميز السويات الرمادية في حالة المعطيات الثنائية binary data، سنفترض أن C=0 تستعمل للاستمرارات السوداء و C=1 تستعمل للاستمرارات البيضاء.

ان نظام الترميز- B_1 لأطوال استمرارات منوعة مبين في العمود الأخير من الجدول 4.6 (العمود المتوسط مناقش في القسم التالي). ان نسب ضغط المعطيات بالنسبة لبت واحد للعنصر الواحد الذي سيلزم في حال الترميز المباشر لكل عنصر، مبينة في العمود الأول من الجدول 5.6 لكل من صور الشكلين 24.6 و 25.6 المصنفة. العمودان الثاني والثالث مناقشان في القسم التالي.

ان مخطط ترميز طول الاستمرار الموصوف في الفقرات السابقة يأخذ بالحسبان بنية المعطيات في كل خط مسح ولكن لايأخذ بالحسبان البنية بين خطوط المسح. بصياغة أخرى نقول، انه يأخذ بالحسبان الترابطات بين عناصر الميز resolution elements الأفقية ولكن لايأخذ بالحسبان الترابطات بين عناصر الميز العمودية.

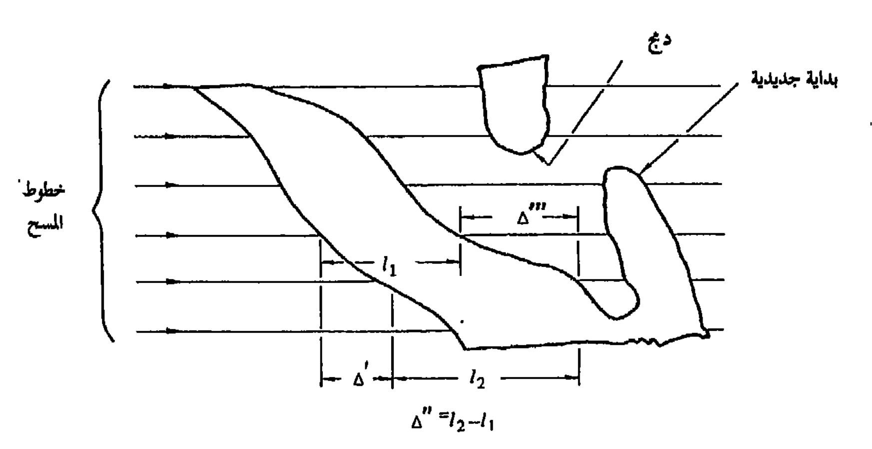


الشكل 26.6 احصائيات طول الاستمرار لنتائج التصنيف في الشكلين 24.6 و 25.6.

ترميز طول – الاستمرار ثنائي – الأبعاد (PDQ و DDC)

two – dimensional run – length encoding

يوضح الشكل 27.6 تقنية ترميز ثنائية–الأبعاد تدعى "المكمي التفاضلي التنبؤي" predictive differential quantizer (PDQ). ان أسلوب النقل الـ PDQ هو أن ننقل مصفوفة عناصر الميز الى تتابع أزواج صحيحة integer pairs △ و "△، حيث ان △ هي الفرق بين نقاط البداية للاستمرارات على الخطوط المتتابعة، و "△ هي الفرق بين أطوال الاستمرارات على الخطوط المتتابعة مع مؤشري بداية جديدة "new start" ودمج "merge" تستعمل للاشارة الى بداية ونهاية كل منطقة سوداء dark area.ان نقل الـ PDQ مشابه لخوارزمية الكفافات الموصوفة في القسم 2.3.6 باستثناء أنها تتتبع حواف الكفاف الأمامية والخلفية معا بدلا من أن تتبع الى الأسفل الجانب الخلفي أولا وبعد ذلك تتبع الى الأعلى الجانب الأمامي. ان لهذه الطريقة مزية الحاجة الى تخزين خطين من العناصر فقط، في حين أن خوارزمية الكفافات تتطلب تخزين كامل الصورة. من جهة أخرى، تنتج خوارزمية PDQ بدايات جديدة "new starts" أكثر من خوارزمية الكفافات، كما هو موضح في الشكل 27.6 ، حيث أنه، بخوارزمية الكفافات، سيتم احتواء المنطقة السوداء المرقومة (الموسومة) بداية جديدة "new start" في نفس الكفاف مثل المنطقة السوداء الموجودة الى يسارها.



الشكل 27.6 توضيح خوارزمية PDQ.

بافتراض أن المكمي quantizer يعطي في خرجة قيمة مختلفة لكل خرج من الناقل mapper ، تكون المسألة الباقية هي ترميز خروج الناقل △و ″△ وبداية start و دمج merge. ان هيستوغرامات الكميتين △و ″△ للصور المصنفة في الشكلين 24.6 و 25.6 مبينة في الأشكال 28.6 حتى 31.6. لقد أعطى استعمال نظام ترميز B_1 – من أجل △و ″△ (انظر الجدول 4.6) و لأرقام الأعمدة والبدايات الجديدة والدمج أيضا، نسب ضغط المعطيات المبينة في العمود الثاني من الجدول 5.6. ان نظام ترميز B_1 – غير فعال لترميز أرقام أعمدة الـ ″بداية جديدة″ والـ ″دمج″ الموزعة بانتظام تقريبا، ولكنها لاتحدث بشكل متكرر بالنسبة لـ △و ″△ (يرمز في المتوسط كثير من △و ″△ من أجل كل بداية جديدة new start ودمج merge) وانه لمن الملائم استعمال ترميز واحد فقط لمخارج النواقل الأربعة.

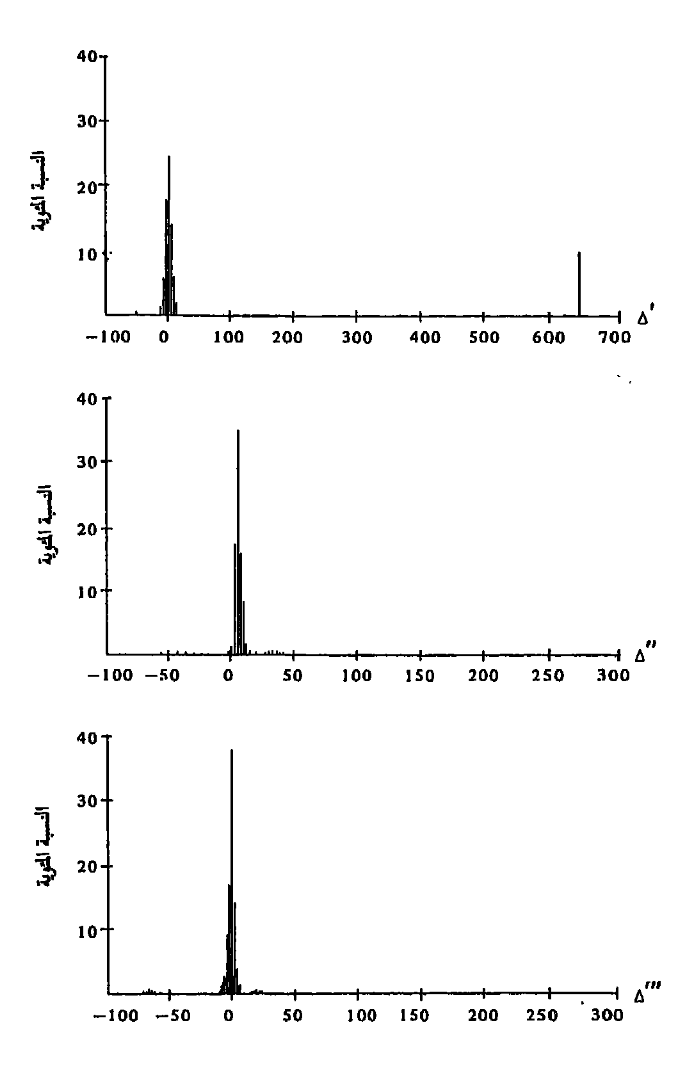
الجدول 4.6 نظام ترميز B_1 –. C=0 من أجل الاستمرارات السوداء، و C=1 من أجل الاستمرارات البيضاء في ترميز طول الاستمرار. C=0 من أجل ´△ ، و C=1 من أجل ″△ أو ‴△ في ترميز PDQ و DDC.

طول الاستمرار	△′, △″, △‴	كلمة الترميز
1	0	C0
2	+1	C1
3	−1	C0C0
4	+2	C0C1
5	−2	C1C0
6	+3	C1C1
7	−3	C0C0C0
8	+4	C0C0C1
9	−4	C0C1C0
10	+5	C0C1C1
11	−5	C1C0C0
12	+6	C1C0C1
13	−6	C1C1C0
14	+7	C1C1C1
15	−7	C0C0C0C0
16	+8	C0C0C0C1
.	.	.
.	.	.
.	.	.

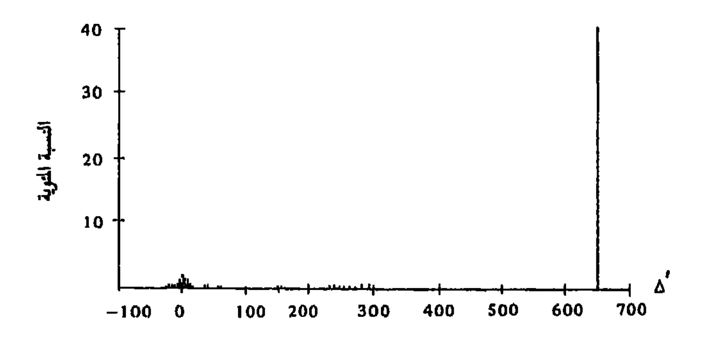
الجدول 5.6 نسب ضغط المعطيات بالنسبة الى بت واحد للعنصر المطلوب في حالة الصورة الرقمية الأصلية

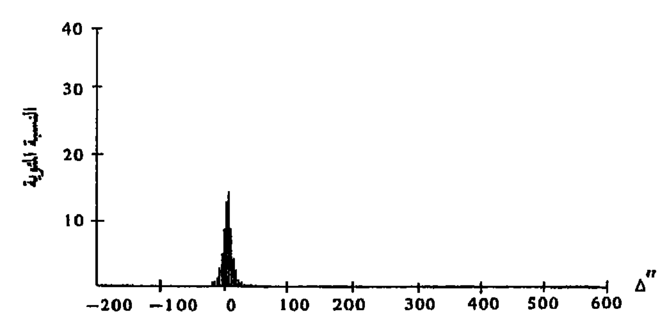
	RLC	PDQ	DDC
النهر عادي	9.6	13.0	14.7
النهر في حالة فيضان	2.9	1.2	1.4
الخزان عادي	6.7	5.3	6.2
الخزان في حالة فيضان	6.3	4.5	5.6

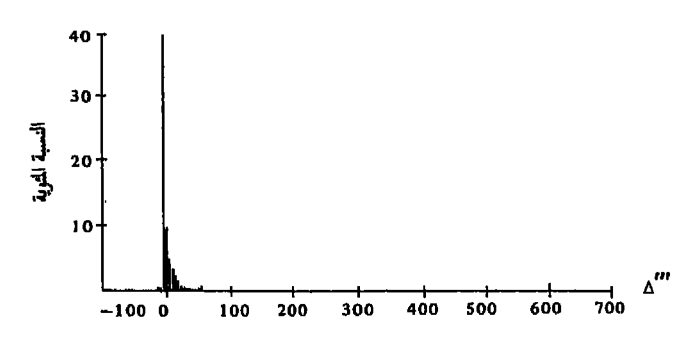
توجد امكـانيـة أخرى وهي ترميز △ و ″△ (التغيرات في الحواف الأمامية والخلفية للمناطق السوداء) بدلا من △ و ″△ . و يدعى هذا الترميز ″ترميز دلتا المضاعف″ double delta coding (DDC). ان الخوارزميات من أجل ″△ مبينة أيضا في الأشكال 28.6 حتى 31.6. باستعمال نظام ترميز B_1 – ثانية نحصل على نسب الضغط المدونة في الجدول 5.6 تحت DDC. نستخلص من هذه النتائج أنه عندما توجد مناطق سوداء صغيرة قليلة يكون ترميز طول الاستمرار ثنائي الأبعاد أكثر فعالية. أما من أجل مناطق سوداء صغيرة كثيرة، فان ترميز طول–الاستمرار أحادي–البعد أكثر فعالية.



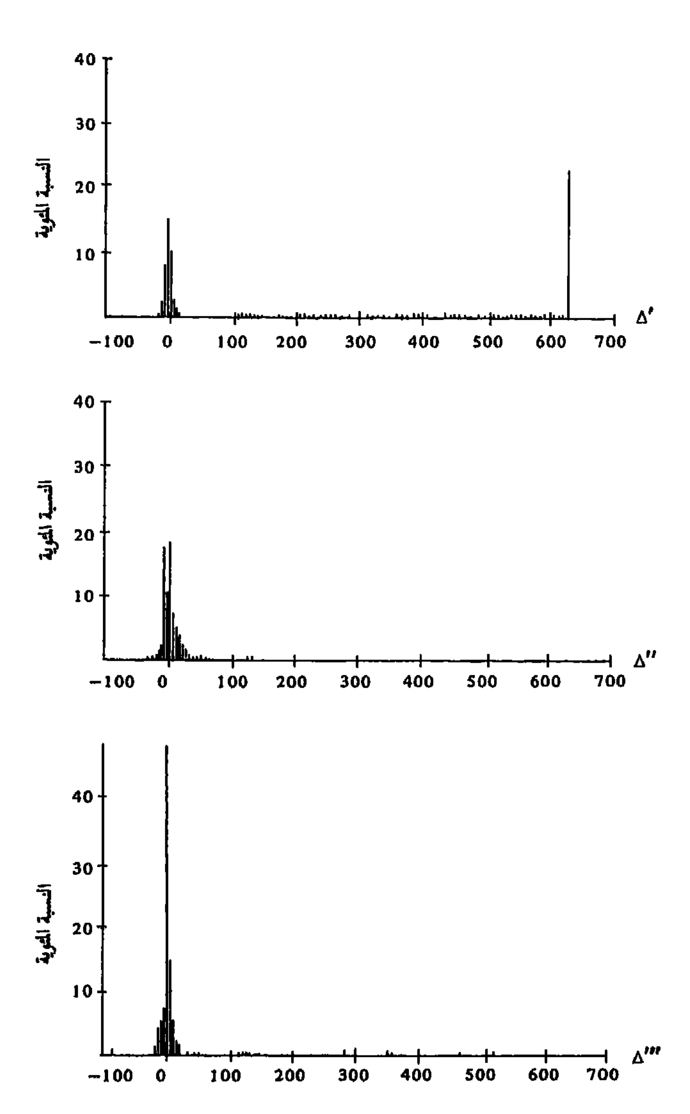
الشكل 28.6 هيستوغرامات الفرق للشكل 24.6(b) •



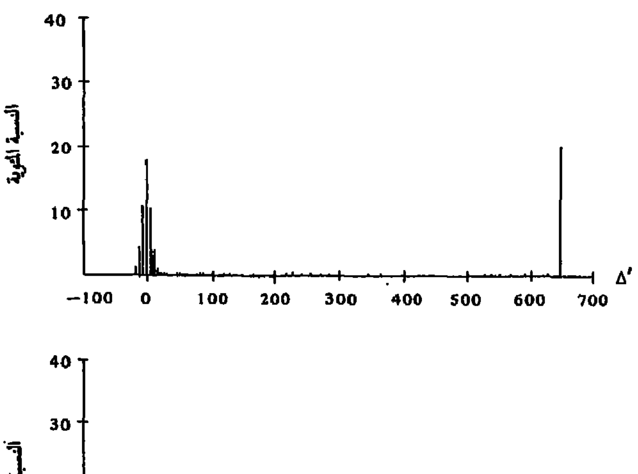


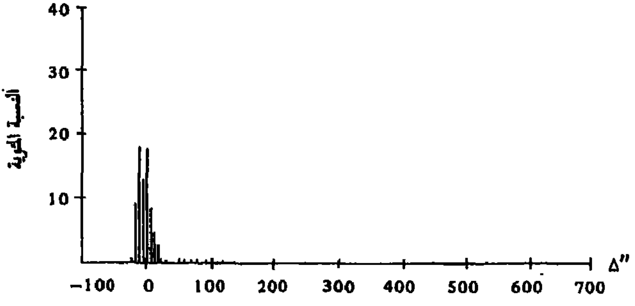


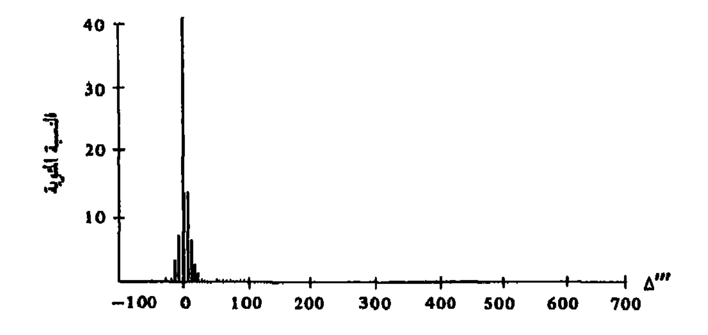
الشكل 29.6 هيستوغرامات الفرق للشكل 24.6(d).



الشكل 30.6 هيستوغرامات الفرق للشكل 25.6(b).







الشكل 31.6 هيستوغرامات الفرق للشكل 25.6(d).

4.6 ترميز الصورة بالنسبة لمعيار أمانة

image encoding relative to a fidelity criteria

في كثير من التطبيقات، يمكن التسامح ببعض الخطأ في الصور التي أعيد بناؤها reconstructed.نعرض في هذا القسم بعض الأمثلة على هذه الحالة.

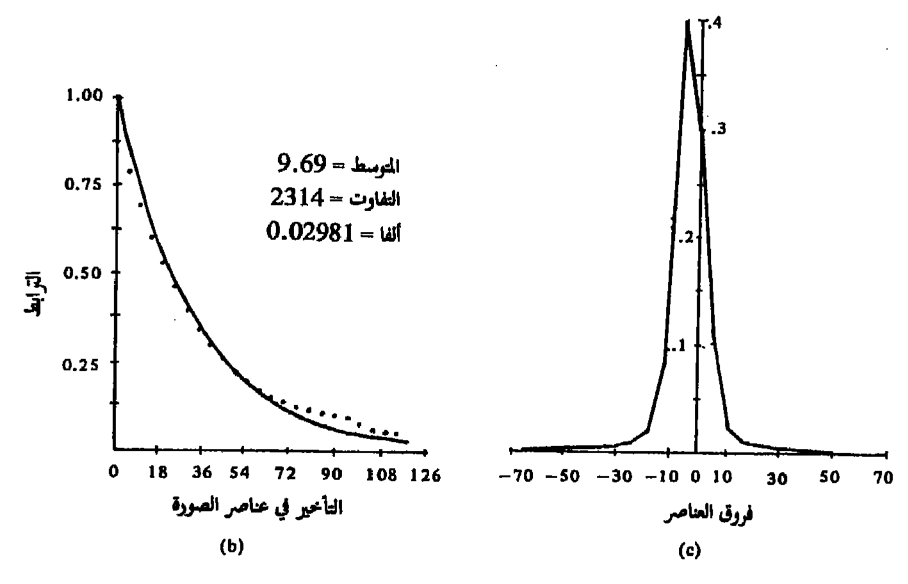
1.4.6 مثال 1. التشكيل النبضي التفاضلي المرمز (DPCM)

differential pulse code modulation

ان قيم العناصر المتجاورة عالية الترابط في معظم الصور. ان دالة الترابط الذاتي لصورة المصور cameraman في الشكل 32.6(a) مبينة في الشكل 32.6(b). اذا كان العنصر x_{i-1} سوية رمادية معينة، يكون من المحتمل عندئذ أن يكون للعنصر x_i المجاور على طول خط المسح قيمة مشابهة. ان هذا الأمر موضح أيضا بهيستوغرام فروق العناصر $x_i - x_{i-1}$ المبينة في الشكل 32.6(c). في حين أن قيم العنصر تتغير في مدى الـ 256 سوية رمادية في الصورة، فان معظم فروق العناصر المتجاورة موجودة في مدى حوالي 20 سوية رمادية. ان التشكيل النبضي التفاضلي المرمز (DPCM) يستخدم هذه الخاصة بالطريقة التالية. نلاحظ عنصرا x_{i-1} وبناءاً على هذه القيمة الملاحظة نتنبأ بقيمة العنصر التالي x_i لتكن $\hat{x}_i$ القيمة المتنبأ بها لـ x_i ، و لنطرح هذه القيمة من القيمة الفعلية $\hat{x}_i$ لنحصل على الفرق $d_i = x_i - \hat{x}_i$. بافتراض أن التقديرات دقيقة الى حد معقول، سيكون الفرق $x_i - \hat{x}_i$ ، في المتوسط، أصغر بكثير في المطال من مطال العنصر x_i. وبالتالي، سيلزم أمداء تكمية جزئية وبتات لترميز تتابع الفروق أقل مما سيلزم لترميز تتابع عناصر الصورة .



(a)



الشكل 32.6(a) صورة أصلية. (b) دالة الترابط الذاتي. (c) هيستوغرام فروق العناصر.

ان المســـألة هي تقـدير x_i اذا كنـــا نعرف x_{i-1}. ان المقدّر الخطي linear estimatorالذي يعطي متـوسـط تربيع أخطـاء التقـدير الصـغرى $E\{(x_i-\hat{x}_i)^2\}$، least – mean – square estimation errors، يعطى بالعلاقة

$$\hat{x}_i = \rho x_{i-1} + (1-\rho)m \qquad (1-4.6)$$

حيث ان m هي متوسط السويات الرمادية و ρ هي الترابط المقيس بين عناصر الصورة المتجاورة، أي

$$\rho = \frac{E\{x_i x_{i-1}\}}{E\{x_i^2\}} \qquad (2-4.6)$$

يمكن أن يفسر التقدير $\hat{x}_i$ في المعادلة (4.6 – 1) كمتوسط موزن weighted average للعنصر السابق x_{i-1} و متوسط x_i. تعتمد الأوزان على معامل الترابط ρ

عندما تكون قيم العنـاصر عاليـة الترابط، فـ ρ تقارب الـ 1 و $(1-\rho)$ تقارب الصفر، الحالة التي يبنى التقدير فيها بشكل أولي على القيمة x_{i-1}. عندما لاتكون قيم العناصر مترابطة جدا، تسري الحالة المعاكسة ويبنى التقدير بشكل أساسي على القيمة المتوسطة. نموذجيا تقع ρ للصور المعتانة بشكل صحيح بين 0.85 و 0.95.

من السهل أن نبين أن تفاوت الفرق variance of the difference

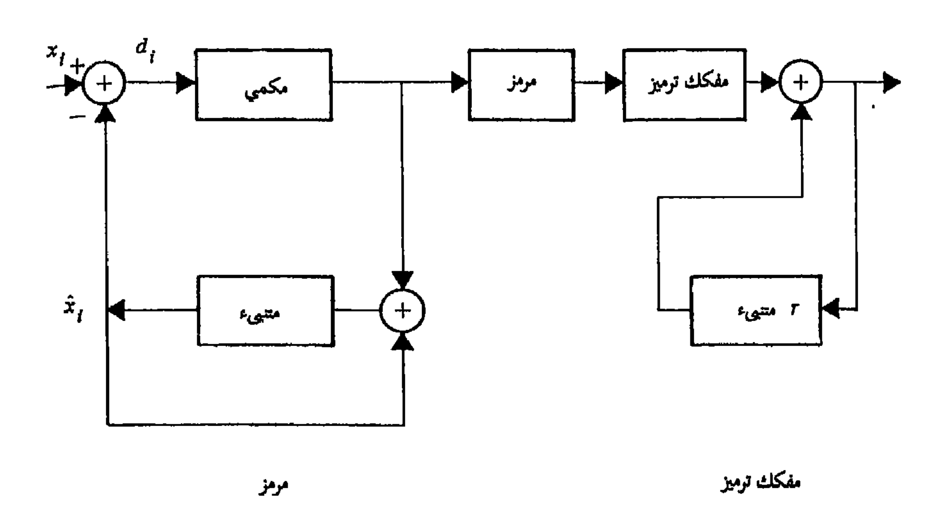
$$d_i = x_i - \hat{x}_i \qquad (3-4.6)$$

يعطى بالعلاقة

$$\sigma_{d_i}^2 = (1-\rho^2)\sigma_{x_i}^2 \qquad (4-4.6)$$

حيث $\sigma_{x_i}^2$ هي تفاوت x_i. يمكن أن نبين أيضا أن الـ d_is غير مترابطة، أي أن النقل من x_i الى d_i ينتج معاملات غير مترابطة. لاحظ أنه اذا كانت ρ=1 ، يكون هذا النقل مماثلا لنقل الفرق difference mapping المعرف بالتحويل المعطى بالمعادلة (2.6 – 3).
وبعبارة أخرى نقول، ان نقل الفرق المعرف بالمعادلة (2.6 – 3) يطابق القول ان $\hat{x}_i$ هي نفس x_{i-1}.

ان المسألتين الباقيتين هما تكمية الفروق d_i و ترميزها. يبين الشكل 33.6 مخطط كتلي لنظام مرمز – مفكك ترميز DPCM نموذجي. إن المتنبئان في المرمز ومفكك الترميز متماثلان. ويقوم كل منهما ببساطة بتأخير الدخل لفترة زمنية تساوي الزمن بين العينات (معكوس معدل الاعتيان) وتقييس هذا الدخل المؤخر بثابت α. يسمى هذا العامل معامل التنبؤ prediction coefficient ويتم اختياره وفقا للمعادلة (4.6 – 2)، أي أن القيمة المثلى لمعامل التنبؤ α هي معامل الترابط ρ.



الشكل 33.6 مخطط كتلي لنظام DPCM .

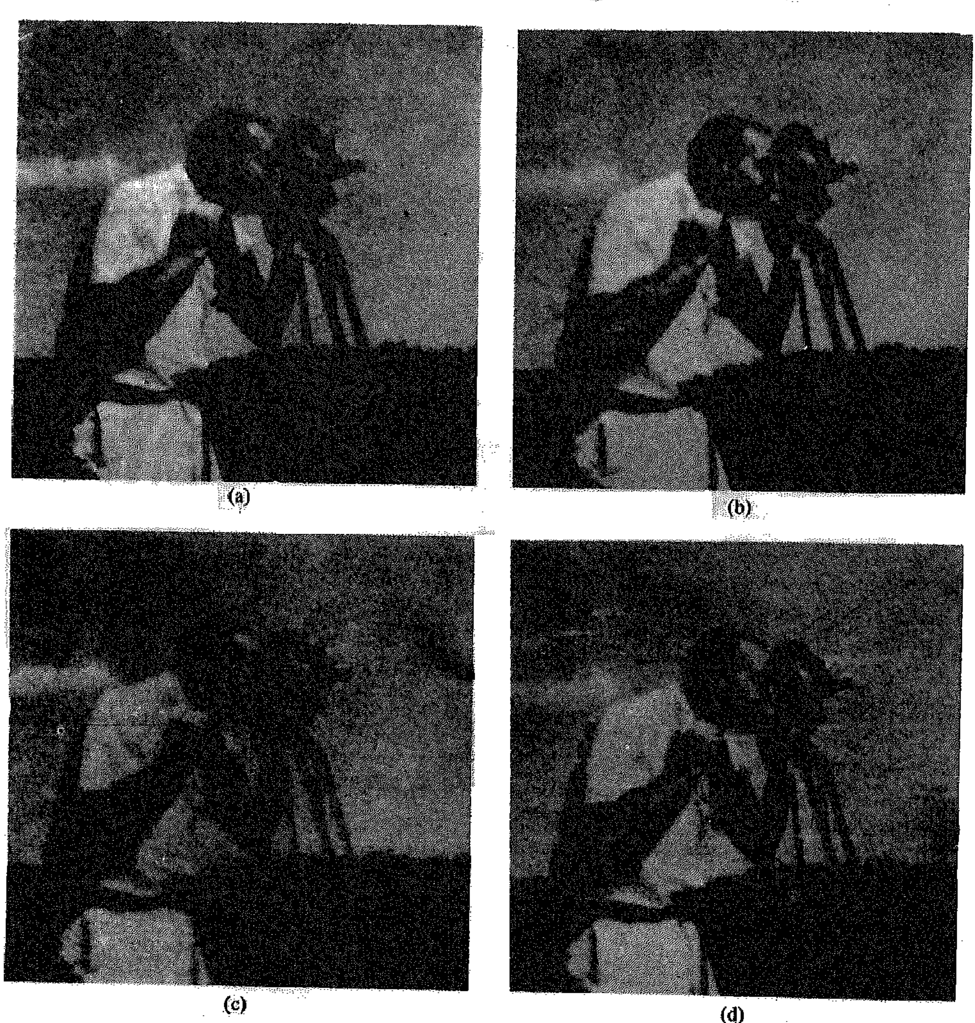
كما أشرنا أعلاه، يتكون النقل mapping في هذه الحالة من تكوين الفروق المعطاة بالمعادلة (4.6 – 3). بدون المكمي quantizer في الحلقة، ستكون التقديرات المعطاة بمتنبيء المرمز مبنية على الفروق الدقيقة d_i بالاضافة الى ذلك، ستكون عملية تفكيك الترميز، ببساطة، النقل العكسي inverse mapping. وبوجود المكمي في الحلقة، ستكون التقديرات مبنية على الفروق المكماة، ولن تكون عملية تفكيك الترميز دقيقة. افترض، على سبيل المثال، أنه يمكن أن يكون للمكمي ثمانية دخول فقط متباعدة بانتظام. سيجلب مفكك الترميز خطأً قليلا نسبيا في خطوط المسح المتغيرة

ببطء (فروق صغيرة) ولكن في خطوط المسح المتغيرة بسرعة، سيصبح الفرق بين العناصر المتجاورة كبيرا ولن يكون مفكك الترميز قادرا على متابعة الدخل لأن أكبر فرق خارج من المكمي يقابل خطوة قدرها +4 أو -4 مرات عرض الأمداء الجزئية. يدعى عدم القدرة على تتبع تغيرات السويات الرمادية هذه "التحميل الزائد للميل" slope overload وتؤدي الى تلطيخ (تغبيش) الحواف الحادة في الصورة التي أعيد بناؤها reconstructed. يمكن أن يجعل المرمز قادرا على الاستجابة بسرعة أكبر لدخل يتغير بسرعة بزيادة عرض المدى الجزئي bin ، ولكن يحصل هذا الأمر على حساب تزايد الأخطاء عندما تكون الاشارة متغيرة ببطء. يدعى هذا الخطأ "الضجيج الحبيبي" granual noise لأن الأقسام الصغيرة من الصورة المستعادة تبدو "حبيبية" grainy.وبالتالي يتم اختيار عرض أمداء المكمي الجزئية لتأمين أفضل حل وسط بين هذين المصدرين للخطأ. يمكن تخفيض كلا من ضجيج التحميل الزائد للميل و الضجيج الحبيبي بزيادة عدد سويات التكمية على حساب بتات أكثر لترميز عدد السويات المزادة.

ان بعض الأمثلة لصور مرمزة ومفككة الترميز باستخدام DPCM مبينة في الشكل 34.6(a) حتى (c). لقد تم ضبط معامل التنبؤ ليساوي معامل الترابط في جميع الحالات الثلاثة. و تمت تكمية الفروق بمكم أسي يوائم احصائيات الفروق للصورة، وتم استعمال الترميز الطبيعي لترميز خرج المكمي. عند 3 بت للعنصر يمكن ملاحظة تشوه قليل جدا في الصورة. وعند 2 بت للعنصر نلاحظ أن حواف السوية الرمادية ملطخة smeared gray level edges ونلاحظ ضجيجاً حبيبياً في الخلفية (السماء). عند 1بت للعنصر، تتضح التشوهات حادة في الصورة. يسمى DPCM بمكم بـ 1 بت "تشكيل الدلتا" delta modulation.

في كثير من التطبيقات ترسل البتات الخارجة من المرمز عبر نظام ارسال معطيات (يسمى القناة) الى مفكك الترميز. هذه القنوات ليست مثالية عادة، بمعنى أن أخطاء تحدث، أي، يمكن أن يوضع بت في القناة كواحد "1" ولكن يأتي في الخرج

"0". إن أثر خطأ البت للقناة channel bit error على صورة الشكل 34.6(b) المرمزة بـ 3 –بت للعنصر موضح في الشكل 36.4(d). يمكن اثبات أنه بمعامل تنبؤ α تكون مدة durationفترة الخطأ تتناسب مع $1/(1-\alpha^2)$. من أجل $\alpha = 1$ ، يستمر الخطأ



الشكل 34.6 مثال لترميز DPCM للشكل 32.6(a) وبعد ذلك فك ترميز النتيجة. (a) 3 –بت للعنصر. (b) 2 –بت للعنصر. (c) 1 – بت للعنصر. (d) أثر خطأ القناة بـ 3 – بت للعنصر ونسبة الاشارة الى الضجيج تساوي 13.7.

حتى يتم اجراء تصحيح ما، كما هو موضح في الشكل 35.6(a) حيث قمنا باعادة الضبط في بداية كل خط مسح، أي، تم ضبط خرج المتنبىء predictor ليساوي السوية الرمادية المتوسطة من اجل العنصر الأول لكل خط مسح بحيث أن الخطأ في السطر السابق لن يستمر بعد نهاية ذلك الخط. ان احدى الطرق لمقاومة هذا الأثر هي استبدال كل خط مسح يحتوي خطأ بخط المسح السابق. لقد تم الحصول على الصورة في الشكل 35.6(b) بتطبيق طريقة استبدال الخط line replacement method على صورة الشكل 35.6(a).



(b)



(a)

الشكل 35.6 توضيح لـ (a) اعادة ضبط الخط line initialization و (b) استبدال الخط. في كلتا الحالتين كانت $\alpha = 1$ و كانت نسبة الأشارة الى الضجيج 19.3 واستعملت 3 – بتات للعنصر.

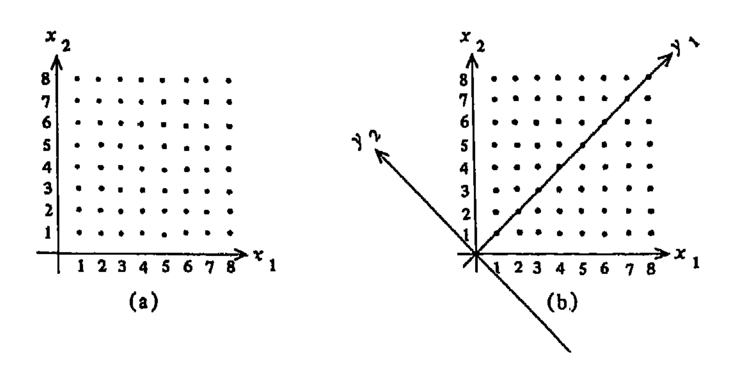
2.4.6 مثال 2. ترميز التحويل transform encoding

ان تحويلات الصورة كتلك التي نوقشت في الفصل 3 كثيرا ما تستعمل كدالة النقل mapping function في اجراء الترميز الذي وصف في الشكل 1.6. تدعى طريقة الترميز التي تستخدم هذا النوع من النقل "تقنية ترميز التحويل" transform encoding technique.

في ترميز التحويل، تقسم أولا صورة معينة بأبعاد N×N الى مصفوفات فرعية. من

أجل التحويل أحادي-البعد تكون المصفوفات الفرعية subarrays بقياس n × 1 حيث n<N ويمكن أن تفسر كل صورة فرعية subimage بأنها متجه بـ n- بعدا n-dimentional vector. في الترميز ثنائي-الأبعاد تكون الصور الفرعية عادة مصفوفات مربعة من العناصر بقياس n×n حيث N>n. بعد تقسيم الصورة الى صور فرعية، ترمّز كل صورة فرعية كوحدة unit ، بشكل مستقل عن الصور الفرعية الأخرى. في ترميز التحويل غير المتكيف nonadaptive transform encoding نستعمل نفس المرمز لجميع الصور الفرعية. أما في ترميز التحويل المتكيف adaptive transform encoding، فنستطيع اختيار المرمز الذي يعطي الأداء الأفضل بمفهوم ما من أجل محتوى الصورة الفرعية المعينة.

ان الغرض من نقل التحويل transform mapping هو تخفيض الترابط بين العناصر. ان الدافع لاستعمال هذا الأسلوب هو تحسين فعالية الترميز بمعالجة المعاملات المحولة بشكل مستقل عن بعضها البعض. لتوضيح هذه النقطة نقدم مثالا مبسطا مستعملين صورة افتراضية بثمان سويات رمادية (3 بت). خذ مرمز تحويل أحادي-البعد بـ n=2 بحيث نقسم الصورة أولا الى مصفوفات فرعية أبعادها 2×1 ، وحيث يكون العنصران في كل مصفوفة أبعادها 2×1 متجاورين. و بعبارة أخرى، تتكون المصفوفة الأولى من العنصرين الأول والثاني على خط المسح الأول، وتتكون المصفوفة الثانية من العنصرين الثالث والرابع على خط المسح الأول، وهكذا. دع المتجه $x=(x_1, x_2)$ يمثل عنصري صورة متجاورين، ودعنا نرسم رسما تبعثريا scattar plot لقيمة سوية x_1 الرمادية مقابل قيمة سوية x_2 الرمادية، كما هو موضح في الشكل 36.6(a). نظرا لأن كل عنصر يمكن أن يأخذ أيا من السويات الرمادية الثمانية، يوجد 64 تركيبا ممكنا لـ x_1 و x_2 ولكن ليست جميع التركيبات متساوية الاحتمال. من غير المحتمل أن تأخذ x_1 قيمة عالية و x_2 قيمة منخفضة والعكس بالعكس. و نظرا لأن أغلب الاحتمال أن تأخذ العناصر المتجاورة نفس القيمة تقريبا فان التركيبات الأغلب احتمالا هي تلك التي تكون في جوار $x_1 = x_2$ ، أي تلك الواقعة في المنطقة المظللة من الشكل 36.6(a).



الشكل 36.6(a) عناصر مترابطة. (b) نظام احداثيات جديد (y_1 , y_2) لحذف الترابط.

افترض الآن أننا ندور نظام الاحداثيات، كما هو موضح في الشكل 36.6(b). في نظام الاحداثيات الجديد، ليست القيم الأغلب احتمالا في جوار $y_1 = y_2$ ولكنها تشكل صفا مع المحور الاحداثي y_1. لهذا السبب فان المتحولين y_1 و y_2 "أكثر استقلالية" more independent مما كانت x_1 و x_2 أي، من المحتمل أن تكون y_2 صغيرة بشكل مستقل عن قيمة y_1. لقد أعاد تدوير نظام الاحداثيات أيضا ترتيب التفاوتات variances. المجموع هو نفسه، $\sigma^2_{y_1} + \sigma^2_{y_2} = \sigma^2_{x_1} + \sigma^2_{x_2}$ ، ولكن في حين أن كلا العنصرين الأولين كان لهما نفس التفاوت ($\sigma^2_{x_1} = \sigma^2_{x_2}$) ، فان معظم التفاوت الآن كائن في المركبة الأولى من الحيز المحول ($\sigma^2_{y_1} > \sigma^2_{y_2}$) . أخيرا، نشير الى أنه اذا أعطي المعاملان y_1 و y_2 نستطيع اجراء الدوران العكسي للحصول على العنصرين x_1 و x_2.

يمكن استعمال نفس الاجراء من أجل مصفوفة عناصر أبعادها n×n ، كل عنصر منها مكمى الى واحد من 2^K سوية رمادية. في هذه الحالة، يلزم نظام احداثيات من n^2 – بعدا n²-dimensional coordinate system و كل محور احداثي فيه مرقم بالقيم 1,2...2ᵏ. تتبع كل نقطة من الـ 2^{n^2K} نقطة الى واحدة من الـ 2^{n^2K} صورة ممكنة بأبعاد n×n .

التحويلات آحادية- البعد one – dimensional transformations

ان تدوير نظام الاحداثيات ذي الـ n- بعدا للـ n عنصرا، يقابل ترتيب العناصر في المتجه $x = (x_1, x_2, ..., x_n)'$ ، واجراء التحويل الخطي

$$y = Ax \qquad (5-4.6)$$

حيث ان A هي مصفوفة واحدية أبعادها n×n و عناصرها $a_{ki}, k,i=1,2,...,n$ ، التي تحدد الدوران، و $y = (y_1, y_2, ..., y_n)'$ هو n متجهـا. نظرا لأنه من أجل المصفوفة الواحدية يكون $A^{-1}=A'$ ، يمكن الحصول على الدوران العكسي بالتحويل العكسي

$$x = A'y \qquad (6-4.6)$$

حيث ان A' هو منقول A.

وحسب المعادلة (4.6-5) فان كل معامل y_k هو تركيب خطي من جميع العناصر أي،

$$y_k = \sum_{i=1}^{n} a_{ki} x_i \qquad (7-4.6)$$

من أجل $k=1,2,...,n$.

بشكل مشابه، تعطي المعادلة (4.6-6) كل عنصر كتركيب خطي من جميع المعاملات:

$$x_i = \sum_{k=1}^{n} b_{ik} y_k \qquad (8-4.6)$$

من أجل $i=1,2,...,n$.

بتغيير بسيط في الرموز، نرى أن المعادلة (4.6-7) و (4.6-8) مماثلتان في الشكل لعلاقات التحويل العام المعطى بالمعادلتين (5.3-1) و (5.3-2) مع كون a_{ki} و b_{ki} نواتي التحويل المباشرة والعكسية، على التوالي.

من أجل غرضنا (ترميز الصورة) فان أفضل تحويل هو ذلك التحويل الذي يعطي متحولات y مستقلة احصائيا statistically independent. لايمكن تحديد هذا التحويل لسببين. أولا، انه يعتمد بشكل واضح على احصائيات مفصلة جدا (دالة

كثافة الاحتمال المشترك joint probabili tydensity function للـ n عنصرا)، التي لم تستنبط بعد من القوانين الفيزيائية الأساسية والتي لايمكن قياسها. ثانيا، حتى اذا كانت دالة الكثافة المشتركة للـ n عنصرا معروفة، فان مسألة تحديد تحويل قابل للعكس والذي يعطي معاملات مستقلة هي مسألة غير محلولة. ان أقرب تحويل الى التحويل الذي يعطي معاملات مستقلة بواسطة تحويلات خطية هو التحويل الذي يعطي معاملات غير مترابطة uncorrelated coefficients. ان المعاملات الناتجة غير مترابطة ولكن ليست بالضرورة مستقلة احصائيا.

كما أشرنا في القسم 6.3 ، فإن مصفوفة التحويل A التي تعطي معاملات غير مترابطة هي تلك المصفوفة التي تشكل صفوفها بالمتجهات المميزة eigenvectors لمصفوفة التفاوت المتبادل covariance matrix لمتجهات العناصر الأصلية. في هذه الحالة، ستكون العينات المستعملة للحصول على مصفوفة التفاوت المتبادل هي جميع المتجهات ذات الـ n- بعدا التي تم فيها تفكيك صورة معطاة بأبعاد N×N. تؤمن المعادلة (6.3-5) طريقة ملائمة لتقدير مصفوفة التفاوت المتبادل للعدد المحدود من عينات المتجهات.

التحويلات ثنائية-الأبعاد two – dimensional transformations

من أجل التحويلات ثنائية-الأبعاد، ترتب مصفوفة العناصر ذات الأبعاد n×n بشكل مصفوفة X أبعادها n × n وعناصرها $x_{i,j}$, i,j = 1,2,...,n ، وتحول بعدئذ الى مصفوفة Y أبعادها n×n وعناصرها y_{kl}, kl=1,2,..., n.

تعطي الصيغة العامة للتحويل الذي ينقل عناصر X الى عناصر لـ Y بالعلاقة.

$$y_{kl} = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} x_{ij} a_{ijkl} \qquad (9-4.6)$$

من أجل k,l=1,2,...,n. بتغيير في الرموز، نرى أن المعادلة (4.6-9) مماثلة في الشكل للمعادلة (5.3 - 3) مع كون a_{ijkl} نواة التحويل الأمامية.

يعطي التحويل العكسي كل عنصر أصلي كتركيب خطي من المعاملات، أي،

$$x_{ij} = \sum_{k=1}^{n} \sum_{l=1}^{n} y_{kl} b_{ijkl} \qquad (10-4.6)$$

من أجل i,j=1,2,...,n ، حيث ان b_{ijkl} هي نواة التحويل العكسي.

كما أشرنا في القسم 5.3 ، يمكن التعبير عن أنواع متعددة من التحويلات بصيغة المعادلتين (4.6 – 9) و (4.6 – 10)، اعتمادا على اختيار النواة. ان تحويلات فورييه وهادامارد وهوتيللينغ هي التحويلات الأكثر شيوعا لتطبيقات ترميز التحويل. ان تحويلي فورييه و هادامارد قابلان للاستعمال مباشرة في المعادلتين (4.6 – 9) و (4.6 – 10). ولكن ، عند استعمال تحويل هوتيللينغ، يجب أن نتوخى الحذر في تفسير الرموز في هذه المعادلات. يمكن توضيح سبب ذلك بمثال بسيط. خذ مسألة تحويل مصفوفة صورة فرعية بأبعاد 2×2

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{bmatrix}$$

يعطي نشر المعادلة (4.6 – 9) مايلي

$$y_{11} = x_{11}a_{1111} + x_{12}a_{1211} + x_{21}a_{2111} + x_{22}a_{2211}$$
$$y_{12} = x_{11}a_{1112} + x_{12}a_{1212} + x_{21}a_{2112} + x_{22}a_{2212}$$
$$y_{21} = x_{11}a_{1121} + x_{12}a_{1221} + x_{21}a_{2121} + x_{22}a_{2221}$$
$$y_{22} = x_{11}a_{1122} + x_{12}a_{1222} + x_{21}a_{2122} + x_{22}a_{2222}$$

ان حساب قيم النواة من أجل، لنَقُل، تحويل فورييه أو هادامارد هو حساب مباشر. نحن نعرف من القسم 5.3 ، على سبيل المثال، أن نواة فورييه تعطى بالعلاقة

$$a_{ijkl} = \frac{1}{N} \exp[-j2\pi(ik + jl)]$$

حيث ان N=2 في هذه الحالة.

ان تفسير قيم النواة من أجل تحويل هوتيللينغ هو أمر مختلف لأنه، كما أشرنا في الفصل 6.3 وأشرنا مرة ثانية في القسم 2.4.6 يعبر عن هذا التحويل بالصيغة الاتجاهية y=Ax vector form. من أجل المسألة ثنائية- الأبعاد، يمكن التعبير عن الصورة الفرعية X ذات الأبعاد 2×2 بالصيغة الاتجاهية، كما يلي:

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_{11} \\ x_{12} \\ x_{21} \\ x_{22} \end{bmatrix}$$

تشكل مصفوفة التحويل A من المتجهات المميزة لمصفوفة التفاوت المتبادل covariance matrix لجميع الـ x's المستخلصة من صورة معطاة. افترض أن لـ A الشكل التالي

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} e_{11} & e_{12} & e_{13} & e_{14} \\ e_{21} & e_{22} & e_{23} & e_{24} \\ e_{31} & e_{32} & e_{33} & e_{34} \\ e_{41} & e_{42} & e_{43} & e_{44} \end{bmatrix}$$

حيث ان $e_{i,j}$ هي المركبة رقم j للمتجه المميز رقم i. اذا عبرنا عن الصورة المحولة Y بصيغة اتجاهية، تكون

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} y_{11} \\ y_{12} \\ y_{21} \\ y_{22} \end{bmatrix}$$

نظرا لأن y=Ax ، لدينا

$$y_{11} = x_{11}e_{11} + x_{12}e_{12} + x_{21}e_{13} + x_{22}e_{14}$$
$$y_{12} = x_{11}e_{21} + x_{12}e_{22} + x_{21}e_{23} + x_{22}e_{24}$$
$$y_{21} = x_{11}e_{31} + x_{12}e_{32} + x_{21}e_{33} + x_{22}e_{34}$$
$$y_{22} = x_{11}e_{41} + x_{12}e_{42} + x_{21}e_{43} + x_{22}e_{44}$$

من هنا نرى أن شكل هذا النشر مماثل لصيغة النشر التي حصلنا عليها من المعادلة (4.6−9)، لأن كل y_{kl} تعطى كتركيب خطي من جميع الـ x_{ij} ، من أجل $i,j=1,2,\ldots,n$. ولكن، لاحظ أن عناصر مصفوفة التحويل A لاتتبع نفس الرموز التي استعملت من أجل النوى kernels في المعادلة (4.6−9). بكلمات أخرى، يمكن أن يستعمل تحويل هوتيللينغ في تشكيل ثنائي−الأبعاد مادامت العناصر في التحويل تفسر بشكل صحيح. و تسري تعليقات مشابهة على التحويل العكسي.

الصور الأساسية Basis images

من الممكن تفسير المعادلة (4.6 −10) بطريقة أخرى. دعنا نكتب المعادلة بالشكل التالي

$$\mathbf{X} = \sum_{k=1}^{n} \sum_{l=1}^{n} y_{kl}\mathbf{B}_{kl} \qquad (11-4.6)$$

ونفسر هذا على أنه سلسلة نشر series expansion للصورة الفرعية X بأبعاد n×n إلى n^2 صور أساسية basis images أبعادها n×n

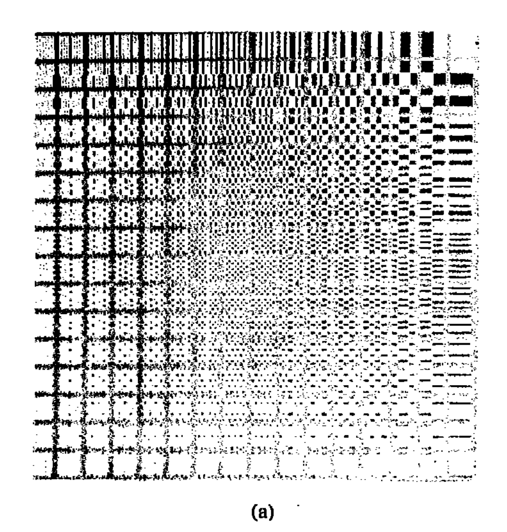
$$\mathbf{B}_{kl} = \begin{bmatrix} b_{kl11} & b_{kl12} & \cdots & b_{kl1n} \\ b_{kl21} & b_{kl22} & \cdots & b_{kl2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{kln1} & b_{kln2} & \cdots & b_{klnn} \end{bmatrix} \qquad (12-4.6)$$

مع كون y_{kl} ، من أجل k,l=1,2,...,n ، معاملات (أوزان) النشر. من هنا، تعطي المعادلة (4.6 − 11) الصورة X كمجموع موزن للصور الأساسية B_{kl} . تعطى معاملات النشر coefficients of the expansion بالمعادلة (4.6 − 9)، التي يمكن أن تكتب بالشكل

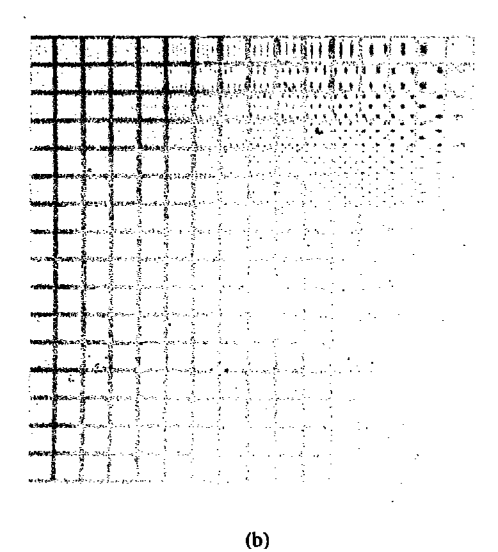
$$y = A_{kl}X \qquad (13-4.6)$$

حيث تكوّن A_{kl} بنفس الطريقة التي تكون فيها B_{kl} ، باستثناء أن النواة الأمامية تستعمل.

يبين الشكل 37.6(a) صور تحويل هادامارد الأساسية Hadamard basis images من أجل N=256 و n=16 . نظرا لأن نواة هادامارد العكسية b_{ijkl} تعتمد على قيم i و j و k و l فقط، فان جميع الصور التي أبعادها N×N والمقسمة الى n×n صورا فرعية لها نفس مجموعة صور هادامارد الأساسية B_{kl} . من جهة أخرى، فان حساب B_{kl} من أجل تحويل هوتيللينغ يعتمد على معكوس مصفوفة التحويل A. بعبارة أخرى، تعتمد b_{ijkl} في المعادلة (4.6 − 10) في هذه الحالة على قيم A^{-1} بنفس الطريقة المبينة أعلاه من أجل التحويل المباشر. ونظرا لأن المداخل في A^{-1} تعتمد بدورها على مصفوفة التفاوت المتبادل covariance matrix للصور الفرعية، فان الصور الأساسية B_{kl} لتحويل هوتيللينغ تختلف باختلاف الصور المحولة. ان الحالة المبينة في الشكل 37.6(b) ، على سبيل المثال، تابعة لصورة المصور cameraman في الشكل 32.6(a) مع n=16 .



(a)



(b)

الشكل 37.6(a) صور هادامارد الأساسية. (b) صور هوتيللينغ الأساسية.

لقد أشرنا الى أنه اذا حولت مجموعة من صور فرعية بحيث تكون المعاملات y_{kl} أكثر استقلالية more independent من العناصر الأصلية x_{ij} ، تكون تفاوتات variances المعاملات عندئذ غير متساوية، على وجه العموم. ولذلك يمكن أن نعطي الصور الأساسية دليلا index بحيث ترتب الحدود في المعادلة (4.6 – 11) تبعا لتفاوتات المعاملات. بهذه الطريقة، فان ما تقدمه الحدود المتتابعة في المتوسط للمجموع يتناقص مع تقدم تتابعها. في الواقع، تصبح المعاملات، من أجل بعض الخيارات للصور الأساسية، غير هامة بعد، لنقُل، η حدا بحيث انه يمكن الحصول على الصورة الأصلية باهمال السلسلة بعد η حدا أي

$$\mathbf{X} = \sum_{k=1}^{n} \sum_{l=1}^{n} y_{kl}\mathbf{B}_{kl} \approx \sum_{k=1}^{\eta} \sum_{l=1}^{\eta} y_{kl}\mathbf{B}_{kl} = \hat{\mathbf{X}} \tag{14 – 4.6}$$

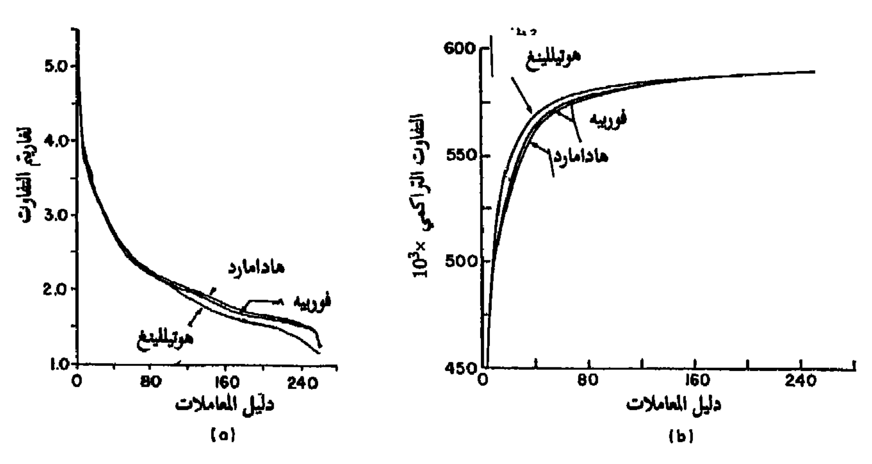
يعطى متوسط – تربيع – أخطاء التقريب mean – square approximation error بين الصورة الأصلية $\mathbf{X}$ والصورة التقريبية $\hat{\mathbf{X}}$ بالعلاقة

$$\begin{aligned} e_{ms} &= E\{\|\mathbf{X} - \hat{\mathbf{X}}\|^2\} \\ &= E\left\{\left\| \sum_{k=1}^{n} \sum_{l=1}^{n} y_{kl}\mathbf{B}_{kl} - \sum_{k=1}^{\eta} \sum_{l=1}^{\eta} y_{kl}\mathbf{B}_{kl} \right\|^2\right\} \\ &= E\left\{\left\| \sum_{k=\eta+1}^{n} \sum_{l=\eta+1}^{n} y_{kl}\mathbf{B}_{kl} \right\|^2\right\} \\ &= \sum_{k=\eta+1}^{n} \sum_{l=\eta+1}^{n} \sigma_{y_{kl}}^2 \end{aligned} \tag{15 – 4.6}$$

حيث ان $\|\mathbf{X} - \hat{\mathbf{X}}\|$ هو مقدار فرق المصفوفة norm of the matrix difference $(\mathbf{X} - \hat{\mathbf{X}})$ ، وتتبع الخطوة الأخيرة لأن الصور الأساسية متعامدة. تنص المعادلة (4.6 – 15) على أن متوسط تربيع أخطاء التقريب يعطى بمجموع تفاوتات variances المعاملات المهملة.

نطرح الآن المسألة التالية: ما هي مجموعة الصور الأساسية التي تخفض متوسط تربيع الأخطاء الى الحد الأدنى بتجميع معظم التفاوت في الـ η معاملات الأولى؟ ان الحل لهذه المسألة هو نفس الحل للمسألة التي لاتبدو متعلقة بها وهي تحديد مجموعة الصور الأساسية التي تعطي معاملات غير مترابطة. ان تحويل هوتيللينغ: (a) يعطي معاملات غير مترابطة و (b) يخفض متوسط تربيع أخطاء التقريب mean – square approximation error الى الحد الأدنى و (c) يجمع المقدار الأعظمي من التفاوت في الـ η احداثيات الأولى(لأية η).

لقد قسمت صورة المصور cameraman الى صور فرعية أبعاد كل منها 16×16 وتم نشر كل صورة فرعية بسلسلة نشر هوتيللينغ وفورييه وهادامارد. ان تفاوتات العينات للمعاملات موضحة في الشكل 38.6(a). يلاحظ من الشكل 38.6(b) أن جميع التحويلات الثلاثة متساوية الفعالية تقريبا في تجميع التفاوتات في المعاملات ذات المرتبة الأخفض.



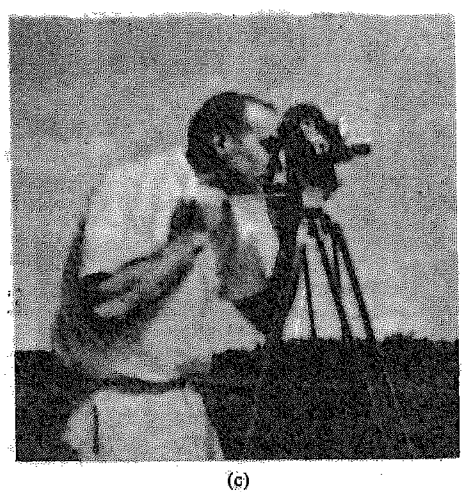
الشكل 38.6(a) تفاوتات المعاملات. (b) المجموع التراكمي للتفاوتات.

ان بعض التقريبات لصورة المصور باستعمال تحويلات هوتيللينغ و هادامارد وفورييه موضحة في الشكلين 39.6 و 40.6. لقد تم الحصول على هذه الصور بتقسيم الصورة الى صور فرعية بأبعاد 16 × 16 وتمثيل كل صورة فرعية مع نشرها بدلالة صور أساسية بأبعاد 16 × 16 واهمال النشر بعد η حدا. كما يظهر في الشكل 38.6 ، يمكن اهمال نصف الحدود ($\eta = 128$) بدون تدن ملحوظ في نوعية الصورة، على الرغم من أن ذلك قد أوجد بعض متوسطات تربيع الأخطاء. ان اهمال النشر بعد 64 حدا (الشكل 40.6) يعطي أثر تغبيش أو ترشيح ترددات منخفضة ملحوظ. يمكن شرح هذه الظاهرة بدراسة الصور الأساسية المبينة في الشكل 37.6. لاحظ في هذه الصور أن زيادة الدليل index يقابل زيادة محتوى التردد (أي، يزداد تعقيد الصور الأساسية كدالة للدليل المتزايد). من هنا، فان اهمال النشر عند η حدا يقابل اهمال جميع طاقة الصورة عند ترددات أعلى من تلك الترددات المقابلة للـ η صور أساسية الأولى. يبين الشكل 41.6 الخطأ بين صورة الشكل 39.6(b) التي أعيد بناؤها (المستعادة) وصورة المصور الأصلية. من الواضح أن الأخطاء الأكبر تحصل في أجزاء الصورة ذات التفاصيل العالية (التردد-العالي) وعند حواف الصور الأساسية.





(b)



(c)

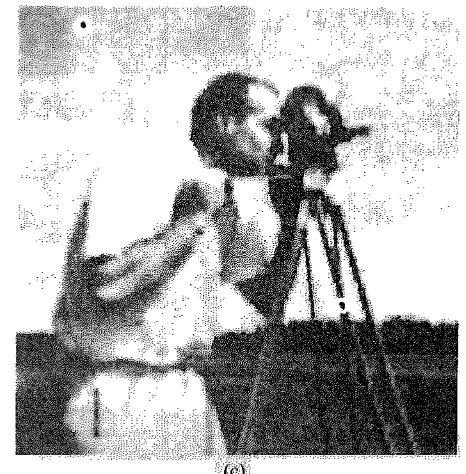
الشكل 39.6 صور أعيد بناؤها وقد تم الحصول عليها بالاحتفاظ بالـ 128 حدا الاولى من الـ $256=n^2$ حدا في المعادلة (4.6 – 15) لكل من الـ 256 صورة الفرعية ذات الأبعاد 16×16 ، لصورة المصور الأصلية ذات الأبعاد 256 × 256 . (a) تحويل هوتيللينغ: e_{ms}=0.34%. (b) تحويل فورييه e_{ms}=0.45%. (c) تحويل هادامارد e_{ms}=0.49%.



(a)



(b)



(c)

الشكل 40.6 صور أعيد بناؤها وقد تم الحصول عليها بالاحتفاظ بالـ 64 حداً الأولى من الـ $n^2=256$ حداً في المعادلة (4.6 – 15) لكل من الـ 256 صورة فرعية ذات الأبعاد 16× 16 ، لصورة المصور الأصلية. (a) تحويل هوتيلليـنغ: $e_{ms}=0.34\%$. (b) تحويل فورييه $e_{ms}=0.45\%$.(c) تحويل هادامارد $e_{ms}=0.49\%$.



الشكل 41.6 الخطأ بين الشكل 39.6(b) وصورة المصور الأصلية.

تكمية المعاملات coefficient quantiz ation

لقد افترضنا في مناقشتنا لمرمز الصورة، حتى الآن، أن المكمي يستطيع تخصيص قيمة فريدة لكل خرج من الناقل mapper. هذا الافتراض معقول من أجل الطرق التي نوقشت سابقا في هذا الفصل لأننا كنا نتعامل مع عدد من خروج الناقل المميزة التي يسهل التعامل معها. في "نقل الفرق" difference mapping ، على سبيل المثال، يكون عدد الفروق المميزة الخارجة من الناقل من نفس مرتبه عدد السويات في الصورة. في نقل التحويل transform mapping ، من جهة أخرى، يمكن أن يكون عدد قيم الخرج المميزة غير محدود. على سبيل المثال، ان كل مركبة y_{kl} خارجة من تحويل هوتيللينغ هي تركيب خطي من مجموع العناصر في مصفوفة الدخل الفرعية. على الرغم من ان عناصر الدخل يمكن أن تتغير ضمن مدى السويات الرمادية L ، يشكل التركيب الخطي الذي ينتج y_{kl} بتوزين weighting كل عنصر بمركبه متجه مميز eigenvector. ولأن هذه المركبات تعتمد على مصفوفة التفاوت المتبادل covariance matrix لمصفوفة

الدخل الفرعية، ليس من الصعب أن نرى أن كل y_{kl} يمكن، نظريا، أن يأخذ عددا غير محدود من القيم المختلفة. في الواقع العملي، يكون العدد محدوداً بسبب تقييدات الحاسوب computer limitations ، ولكن بالرغم من ذلك، فان مدى القيم التي يمكن الحصول عليها من حاسوب نموذجي كبيرة بالقدر الذي يصبح ضروريا عنده استعمال استراتيجية تكمية لخروج الناقل mapper.

كما وضحنا في الشكل 38.6 ، يتغير تفاوت معاملات الخرج ضمن مدى عريض. لذلك سيكون استعمال نفس المكمي لجميع المعاملات غير فعال. بعبارة أخرى، اذا تم ضبط سويات خرج المكمي لتمتد في مدى المعاملات ذات التفاوت الأكبر ، ستقع عندئذ المعاملات ذات التفاوتات الأصغر بكثير في مدى أصغر بكثير، وستكون النتيجة أن معظم سويات المكمي لن تستعمل. يمكن تخفيض هذا الأثر بتقييس scaling كل معامل بمعكوس انحرافه المعياري standard deviation لتشكيل المعاملات المقيسة $y_{kl} = y_{kl}/\sigma_{kl}$ بحيث يكون لكل منها تفاوت الوحدة unit variance أولاً وبعد ذلك يمكن أن تكمى بشكل فعال بنفس المكمي. ان استعمال نفس المكمي لكل معامل مقيس y_{kl} واستعمال الترميز الطبيعي natural code أو ترميز غري gray code لتخصيص كلمات ترميز متساوية الطول لجميع سويات خرج المكمي يؤدي الى أن كل معامل يتطلب نفس عدد البتات. نظرا لأن المعاملات ذات التفاوتات الأكبر تشارك عادة في الصورة التي أعيد بناؤها reconstructed بشكل أكثر أهمية من المعاملات ذات التفاوتات الأصغر، يمكن أن يقلل التشوه الاجمالي الناتج عن تكمية المعاملات بتخصيص سويات تكمية أكثر و/أو بتات أكثر للمعاملات ذات التفاوتات الأكبر وسويات تكمية و/أو بتات أقل بشكل تناسبي للمعاملات ذات التفاوتات الصغيرة. وأيضا، نظرا لأن كل معامل يقابل نطاقا ترددیا معينا، و لأن حساسية نظام الابصار لدى الانسان للتشوه تعتمد على تردد التشوهات، يمكن الحصول على نوعية شخصية subjective quality أفضل في بعض الحالات بتخصيص سويات تكمية و/أو بتات أكثر للمعاملات المقابلة للترددات التي تكون العين أكثر حساسية لها في صورة معطاة (معينة).

ان احدى استراتيجيات التكمية الأخرى هي اختيار السويات بحيث تخفض متوسط تربيع أخطاء المكمي الاجمالية total quantizer mean square error الى الحد الأدنى. يعرف هذا الخطأ من أجل مصفوفة بأبعاد n×n بالعلاقة

$$e_q = E\left\{\sum_{k=1}^{n}\sum_{l=1}^{n}(y_{kl}-\hat{y}_{kl})^2\right\} \qquad (16-4.6)$$

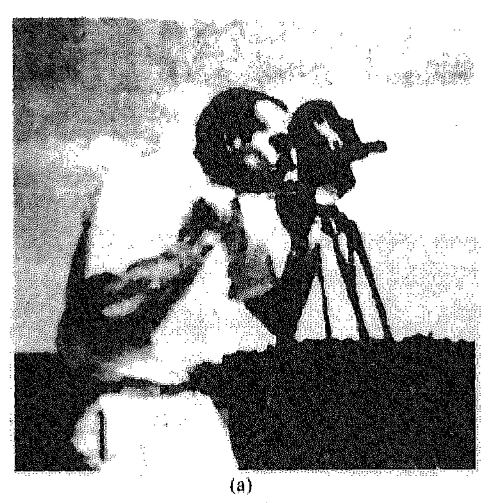
حيث ان $\hat{y}_{kl}$ هي القيمة المكماة لـ y_{kl}. تعتمد المعادلة (16-4.6) على دالة كثافة الاحتمال المشترك joint probability density function لـ y_{kl} و $\hat{y}_{kl}$. نظرا لأن كل معامل هو تركيب خطي من n^2 عنصرا فان نظرية الحد المركزي central limit theorm تشير الى أن توزيعات المعاملات y_{kl} تميل باتجاه الكثافة الغوصية Gaussian density لأن بعض العناصر مستقلة تقريبا. في الواقع، تمت اعادة بناء هيستوغرامات للمعاملات من أجل تحويلات مختلفة و وجد أن لها شكل جرس bell shaped تقريبا. يصبح هذا الأثر أكثر بروزا مع ازدياد أبعاد المصفوفة.

لقد بحث بانتر و دايت Panter and Dite عام 1951 وماكس Max عام 1960 استراتيجيات تكمية تخفض متوسط تربيع الأخطاء لمعامل منفرد، single coefficient الى الحد الأدنى. لقد وجدوا أنه اذا كانت دالة كثافة الاحتمال لـ y_{kl} منتظمة يكون المكمي ذو سويات الخرج المتباعدة بانتظام مكميا أمثلا optimal quantizer. من أجل توزيعات أخرى، يمكن انقاص متوسط تربيع الأخطاء باستعمال مكم غير منتظم بحيث يتم انقاص الفواصل spacings بين سويات الخرج في المناطق ذات الاحتمال العالي وزيادتها في المناطق ذات السوية المنخفضة الاحتمال. من أجل التوزيع الغوصي، يمكن أن يكون المكمي غير المنتظم أكثر فعالية من المكمي المنتظم بمقدار 20 الى 30%.

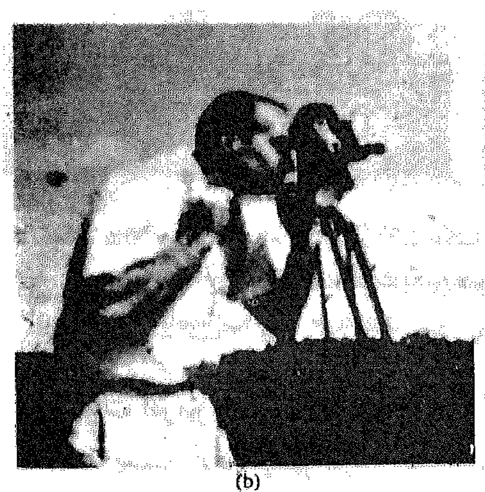
لقد تم بحث استراتيجيات لتخفيض اجمالي متوسط تربيع الأخطاء total mean square error من قبل هوانغ و شولسيس Huang and Schultheiss عام 1963 ، اللذان حددا التخصيص الأمثل لـ M - بت لـ n^2 - معامل عند استعمال ترميز طبيعي natural code لكل معامل. أي أن جميع كلمات الترميز لكل معامل لها نفس الطول،

ولكن المعـاملات المختلفة لها عدد مختلف من سويات التكمية ولذلك تتطلب ترميزا طبيعيا natural code بطول مختلف. لقد وجدوا أن عدد البتات m_{kl} المستعملة لترميز معامل y_{kl} يجب أن يكون متناسبا مع $\log\sigma^2_{kl}$. انهم يعطون خوارزمية لحساب m_{kl}، $k,l = 1, 2, ..., n$ ، بحيث تخفض المعادلة (16-4.6) الى الحد الأدنى من أجل M ومجموعة تفاوتات σ^2_{kl} $k,l = 1, 2, ..., n$ معينين. هذه التقنية، التي تدعى تكمية الكتلة block quantization ، أكثر فعالية بشكل هام من استعمال نفس عدد البتات $m_{kl} = M/n^2$ من أجل جميع المعاملات. تكمن سيئة هذه التقنية في مشاكل التنفيذ الملازمة لاستخدام كلمات ثنائية غير متساوية الطول.

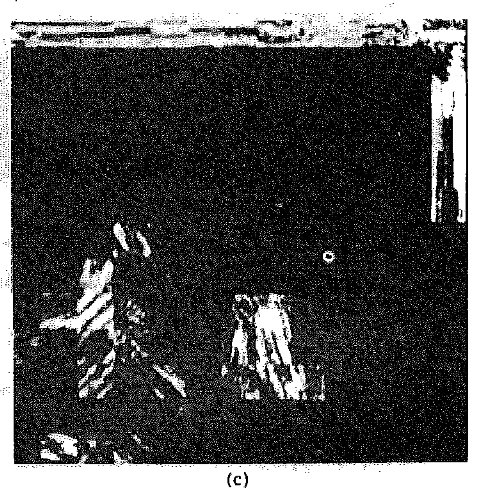
تعني تكمية الكتلة، ببسـاطة، استعمال مكم مختلف لكل معامل. يمكن أن يكون لكل مكم عدد مختلف من أمداء التكمية الجزئية وعرض مختلف للأمداء ذاتها. لقد تم الحصول على الصورتين في الشكل 42.6 بتقسيم صورة المصور الى صور فرعية أبعادها 16 × 16. لقد نشرت كل صورة فرعية في مجموعة من صور فورييه الأساسية وتم اهمال النشر عند 128 =nحدا. الـ 128 معاملا y_{kl} المحتفظ بها تمت تكميتها باستعمال الأسلوبين الأساسيين اللذين نوقشا أعلاه. لقدتم الحصول على النتائج المبينة في الشكل (a)42.6 بتقييس المعـاملات (أي $y_{kl} = y_{kl}/\sigma_{kl}$) واستعمال مكم منتظم بـ 16 - سوية. لقد تم تشكيل نشر فورييه بعدئذ بالمعاملات الناتجة لاعطاء الصورة التي أعيد بناؤها reconstructed. لقد تم استعمال نفس الاجراء لبناء الصورة المبينة في الشكل (b)42.6 باستثنـاء أن عدد السـويات التي استعمـلت لتكمية الـ 128 معاملا جعلت متناسبة مع الكمية $\log\sigma^2_{kl}$. لقد كانت النتيجتان بنوعية شخصية متساوية تقريبا، على الرغم من أن الخطأ [محسوباً بتوسيط $(y_{kl} - \hat{y}_{kl})^2$ ضمن جميع الصور الفرعية] أكبر بكثير من أ جل الصورة (a)42.6. ان الخطأ الحيزي بين الصورة الأصلية والشكل (b)42.6 مبين في الشكل (c)42.6.



(a)



(b)



(c)

الشكل 42.6 صور أعيد بناؤها تم الحصول عليها بتكمية الـ 128 معاملا للشكل 39.6(b) باستعمال 2 بت للعنصر في المتوسط (4 بت للمعامل المحتفظ به). (a) تمت تكمية جميع الـ 128 معاملا المقيسة الى 16 سوية: الخطأ =2.09%. (b) تمت تكمية الكتلة ذات الـ 128 معاملا: الخطأ = 0.78% (c) مطال الخطأ الجزي بين 39.6(b) و 42.6(b).

يبين الشكل 43.6(a) نتائج تجربة مماثلة باستثناء أن أربع سويات تكمية قد استعملت لكـل من المعـاملات المقيســة. يبـين الشكل 43.6(b) نتيجة استعمال نفس العدد الاجمالي من البتـات ولكن بخوارزميـة تكميـة الكتلة block quantization. تستخدم التقنية الأخيرة البتات بفعالية أكبر بكثير وهذا ما يعطي صورة ذات نوعية شخصية sbjective quality أفضل بكثير وبها متوسط تربيع أخطاء أقل بكثير.


(a)


(b)

الشكل 43.6 صور أعيد بناؤها تم الحصول عليها بتكمية معاملات الشكل 39.6(b) الـ 128 باستعمال 1 بت للعنصر (2 بت للمعامل المحتفظ به). (a) تمت تكمية جميع الـ 128 معاملا في 4 سويات؛ الخطأ= 8.86%. (b) تمت تكمية كتلة المعاملات: الخطأ = 2.21%.

اعتبارات الترميز coding considerations

يعتمـد أداء الترمـيز لمرمز تحويـي مـا بشـكـل أولي على (1) التحويل و (2) استراتيجية التكمية و (3) قياس الصورة الفرعية و (4) شكل الصورة الفرعية.

التحويل transformation

ان أفضل تحويل من وجهة نظر متوسط – تربيع – الأخطاء والنوعية الذاتية هو تحويل هوتيللينغ، ولكن يليه بشكل قريب تحويلي فورييه وهادامارد. يفصل كل منهما

عن تحويل هوتيللينغ 0.1 أو 0.2 بت للعنصر من أجل n=8 أو n=16. من أجل n=4 ، يكون الأداء نفسه أساسا لجميع التحويلات.

استراتيجية التكمية quantization strategy

كل من متوسط تربيع الأخطاء mean – square error والنوعية الشخصية subjective quality حساس الى حد بعيد للفعالية التي تستعمل فيها البتات لترميز المعاملات. ان أبسط استراتيجية هي تشكيل المعاملات المقيسة $y_{kl} = y_{kl}/\sigma_{kl}$ باستعمال نفس المكمي (عدد البتات) لكل معامل. اذا تم الاحتفاظ بـ η معاملا باستعمل m بتا لترميز كل معامل، يكون مطلوبا عندئذ ما مجموعه $m\eta/n^2$ بتا للعنصر. لاعادة بناء reconstruction جيد النوعية، يجب الاحتفاظ بنصف المعاملات تقريبا، الحالة التي يجب أن يستعمل فيها 7 بت للمعامل. لذلك فان $m\eta/n^2 \approx m(n^2/2)n^2 = m/2 = 3.5$ bits أي يلزم 3.5 بت للعنصر. اذا تمت تكمية العناصر المقيسة normalized بنفس مكمي الـ 7 أو 8 بت، ولكن تم الاحتفاظ بالـ $m_{kl} \sim \log\sigma^2_{y_{kl}}$ بتا الأكثر أهمية most significant bits (تكمية الكتلة) يمكن الحصول على صور بنفس النوعية ولكن بتوفير "بت واحد" للعنصر. يمكن في بعض الأحيان توفير بتا اضافيا للعنصر باختيار تخصيص البتات bit assignments ليعطي أفضل نوعية شخصية. ويمكن الحصول أيضا على توفير 0.2 الى 0.3 -بت للعنصر بتكمية المعاملات بنفس المكمي واستعمال ترميز هافمان لتخصيص كلمات ترميز غير متساوية الطول لسويات خرج المكمي.

قياس الصورة الفرعية subpicture size

يجب أن يتحسن أداء متوسط-تربيع- الأخطاء بزيادة n لأن عدد الترابطات المأخوذ بالحسبان يزداد بزيادة n. ولكن، معظم الصور تحتوي ترابطات هامة بين العناصر لحوالي 20 عنصرا متجاورا فقط، على الرغم من أن هذا الرقم يعتمد بشكل كبير على كمية التفاصيل في الصورة. لذلك، فقد تم الوصول الى نقطة عائدات

التلاشي diminishing returns و n>16 غير مكفولة. حتى n أصغر، لتَقُل n=8 ، لاتزيد الخطأ بشكل هام.

لاتبدو هذه المناقشة قابلة للتطبيق عندما تكون النوعية الشخصية هي معيار الجودة. تبدو النوعية الشخصية مستقلة عن n من أجل4 ⩽ n ونظراً لأن عدد العمليات الحسابية لكل عنصر يتناسب مع n ، فإن 4×4 هو خيار معقول لقياس الصورة الفرعية.

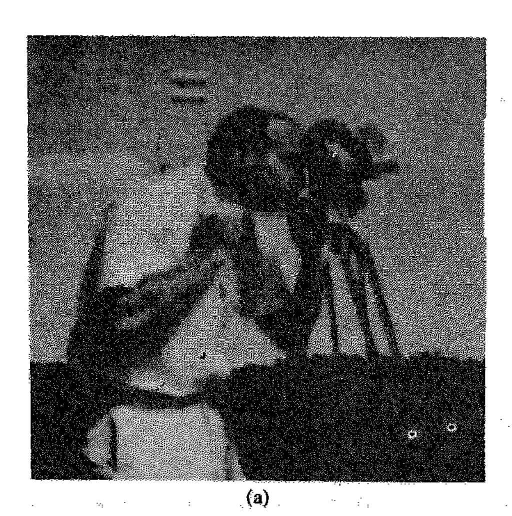
شكل الصورة الفرعية subpicture shape

يعطي تحويل مصفوفة عناصر ثنائية الأبعاد أبعادها n×n أداءا أفضل من أداء مصفوفات العناصر أحادية-البعد، ولكن الربح صغير بشكل مدهش حوالي 0.2 بت لكل عنصر. ولكن يلزم n أكبر من أجل المصفوفات أحادية- البعد. فعلى سبيل المثال، اذا كانت مصفوفات ثنائية الأبعاد بأبعاد 4 ×4 معقولة، فان مصفوفات أحادية البعد بأبعاد 1 ×16 عنصرا تلزم للحصول على نتائج متشابهة من حيث الجودة.

أثر أخطاء البت في المعاملات effects of bit error in the coefficients

نظراً لأن مفكك الترميز يعيد بناء عناصر pixels من تركيبات خطية linear combinations من المعاملات، فان خطأً ما في المعامل يؤدي الى أخطاء في جميع العناصر التي أعيد بناؤها منه. إذا تم تحويل الصورة بكاملها كوحدة، (أي n=N) فإن خطأً واحداً أو أكثر في المعاملات يعطي عندئذ بعض الأخطاء في جميع العناصر التي أعيد بناؤها. إذا تم أولاً تقسيم الصور ذات الأبعاد N×N الى صور فرعية بأبعاد n×n ورمزت كل صورة فرعية بشكل مستقل، ستتأثر الصور الفرعية الحاوية على الخطأ فقط. لقد تم الحصول على الصور المبينة في الشكل 44.6 بالبدء بصورة الشكل 42.6(b) وادخال أخطاء بت عشوائية في المعاملات بمعدلات قدرها خطأ واحد لكل 1000 بت و لكل 100 بت، على التوالي. يمكن أن توضح بنية الكتل الحاوية على أخطاء بتذكر

أن كل صورة فرعية ناتجة هي مجموع موزن weighted من صور أساسية basis. لذا، فان تغيير قيمة المعامل يؤدي الى أن تستقبل الصورة الفرعية المقابلة الوزن الخاطىء في عملية اعادة البناء reconstruction process.


(a)


(b)

الشكل 44.6 صور أعيد بناؤها و قد تم الحصول عليها بعد تقسيم الصورة الى صور فرعية بأبعاد 16 × 16 ونشر كل صورة فرعية بسلسلة نشر فوريه Fourier series expansion والاحتفاظ بالـ 128 حدا الأولى وتكمية العناصر بطريقة تكمية الكتلة block quantization باستعمال 2 بت للعنصر وجعل: (a) معدل أخطاء البتات $= 10^{-3}$ و (b) معدل أخطاء البتات $= 10^{-2}$.

ترميز التحويل المتكيف adaptive transform encoding

يمكن أن تجعل مرمزات التحويل تتكيف مع بنية الصورة الموضعية بالسماح بعدد من أنماط التشغيل لكل صورة فرعية، و اختيار النمط الأكثر فعالية لتلك الصورة الفرعية. ان معلومات حفظ السجلات bookkeeping التي تدل على النمط المستخدم يجب أن ترمّز بالتوازي مع عناصر الصورة الفرعية. على العموم، ان زيادة عدد الأنماط ينقص عدد البتات اللازمة لترميز عناصر الصورة الفرعية ولكنه يزيد عدد البتات اللازمة لترميز معلومات "حفظ السجلات".

نظراً لأن تحويل هوتيللينغ مواءم مع احصاءات الصور الفرعية، ربما أغرى هذا الأمر البعض على استخدام تحويلات مختلفة من أجل صور فرعية ذات احصاءات مختلفة. ولكن، اذا عزلنا الصور الفرعية للمصور ذات الاحصاءات المختلفة الى مجموعات مختلفة وحسبنا مصفوفة تحويل هوتيللينغ لكل مجموعة، سنجد أنها متشابهة بشكل ملفت للنظر. لذلك، فان استعمال تحويلات مختلفة لصور فرعية مختلفة ليس مضمونا عموما. من جهة أخرى، بعد أن يتم اختيار التحويل(سواء كان هوتيللينغ أو فورييه أو هادامارد أو الخ.) يمكن الحصول على فعالية ترميز هامة بالتكيف مع المعاملات المولدة لكل صورة فرعية. يوجد عدد من الخطط لبلوغ ذلك، ولكن جميعها أشكال مختلفة للطرق الثلاثة التالية:

الطريقة 1 احسب جميع الـ n^2 معاملا (مرتبة تبعا لتفاوتاتها variances) وحدد أصغر ηالتي من أجلها تتجاوز الكمية التالية

$$\sum_{k=1}^{\eta}\sum_{l=1}^{\eta}|y_{kl}|^2 \Big/ \sum_{k=1}^{n}\sum_{l=1}^{n}|y_{kl}|^2$$

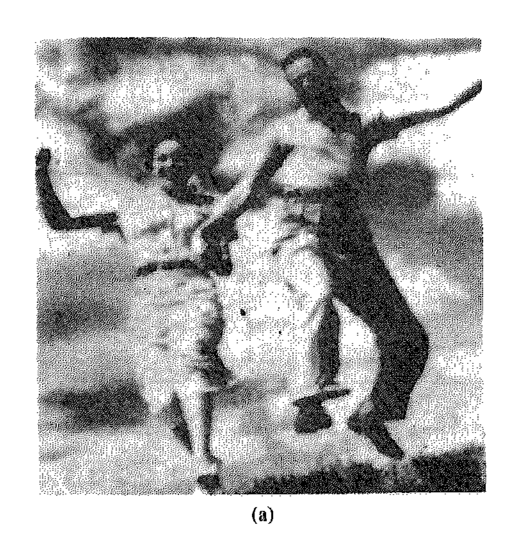
عتبة محددة سلفا (مثل 0.99). رمّز الـ η معاملا الأولى ورمز الرقم η. ان جعل العتبة معتمدة على متوسط لمعان الصورة الفرعية يحسن النوعية الشخصية للصورة بسبب خصائص نظام الابصار لدى الانسان التي نوقشت في القسم 3.1.2.

الطريقة 2 احسب جميع الـ n^2 معاملا و احتفظ بجميع المعاملات التي تتجاوز عتبة محددة سلفاً. رمّز المعاملات المحتفظ بها ورمز ما هي المعاملات التي تم الاحتفاظ بها، مثلا، باستعمال ترميز طول–الاستمرار run – length code. كما في الطريقة 1 يمكن أن تعتمد العتبة على متوسط اللمعان.

الطريقة 3 تستعمل أولا خوارزمية تعرف على الأنماط pattern recognition algorithm (انظر Tou and Gonzalez 1974) لتصنيف كل صورة فرعية في واحد من ثلاثة أنواع، تبعا للسوية الرمادية وكمية التفاصيل في الصورة الفرعية. ان الأنواع الثلاثة للصور الفرعية هي (1) عالية التفاصيل، و (2) منخفضة التفاصيل وأعتم من المتوسط و (3) عالية التفاصيل وأفتح من المتوسط. يستعمل تحويل هوتيللينغ لنقل map مصفوفة

الصـورة الفرعيـة الى مجموعة من المعـاملات. يستعمـل مكمي كتلة مختلف block quantizer و نظام ترميز هافمان لاكال ترميز كل من أنواع الصور الثلاثة. من أجل الصور الفرعية عالية التفاصيل يتم الاحتفاظ بضعف مايحتفظ به من المعاملات لنوعي الصور منخفضي التفاصيل. أما بالنسبة للنوعين منخفضي التفاصيل فيستعمل مكم أدق finer quantizer للصـور العاتمة dark لأن نظام الابصـار لدى الانسـان أكثر حساسية للأخطاء في المناطق العاتمة.

لقد تم الحصول على النتائج المبينة في الشكل 45.6 بترميز التحويل المتكيف adaptive transform coding بـاستعمـال الطريقـة 3. لقد تم ترميز الشكـلين 45.6(a) و (b) باستعمـال 0.59 و 1.3 بت للعنصر في المتوسط، على التوالي. أما من أجل صـورة الشكل 45.6(c) الأصلية ذات الـ 64 سوية رمادية، فقد تم الحصول على الصورة المرمزة المبينة في الشكل 45.6(d) باستعمال 0.86 بت للعنصر. تدل هذه النتائج على أن ترميز التحويل المتكيف يمكن أن يعطي صـورا ذات نوعية شخصية جيدة بشكل معقول بمعدلات أقل من 1 بت للعنصر.



(a)



(b)

الشكل 45.6 توضيح أداء ترميز التحويل المتكيف. (a) صورة أصلية. (b) صورة فكك ترميزها الذي تطلب 0,89 بت للعنصر. (c) صورة أصلية. (d) صورة فكك ترميزها الذي تتطلب 0.86 بت للعنصر.

3.4.6 مثال 3 . ترميز هجين من اجل المرْكَبات الموجهة عن بعد

hybrid encoding for remotely piloted vehicles (RPVs)

ان المركبات الموجهة عن بعد RPVs هي طائرات صغيرة تعمل بدون طيار. في بعض التطبيقـات العسكرية، تكون الـ RPVs أكثر فعالية من الطائرات التي يقودها طيارون لأنها أصغر وبالتالي تؤمن مقطعا عرضيا راداريا أصغر وتبدو أصغر حجما من الهدف الاعتيـادي. وهي أقل كلفة لأنها لاتحتاج الى أجهزة مسـاعدة للطيار. تقوم كاميرا تلفزيونية داخل الـ RPV بالنظر الى الأمام وترسل صورة مستمرة الى الشخص الموجه pilot الذي يراقب شاشة المراقبة التلفزيونية في مكان يبعد مسافة ما عن الطائرة. يقوم الشخص بتوجيه الـ RPV باشارات تحكم عن بعد. يتطلب سرب من 20 طائرة موجهة عن بعد 20 ارسالا تلفزيونيا آنياً. ويلزم ضغط معطيات هام لارسال هذا العدد من القنوات التلفزيونية بشكل موثوق reliably على مدى مسافات بعيدة بمرسلات transmitters رخيصة وبهوائيات تعمل في بيئة معادية. تستدعي المواصفات النموذجية معدل ارسال للبتات transmission bit rate قدره 0.5 ميغا بت في الثانية. يقابل هذا المعدل ضغط معلومات بنسبة 60 الى 1 تقريبا.

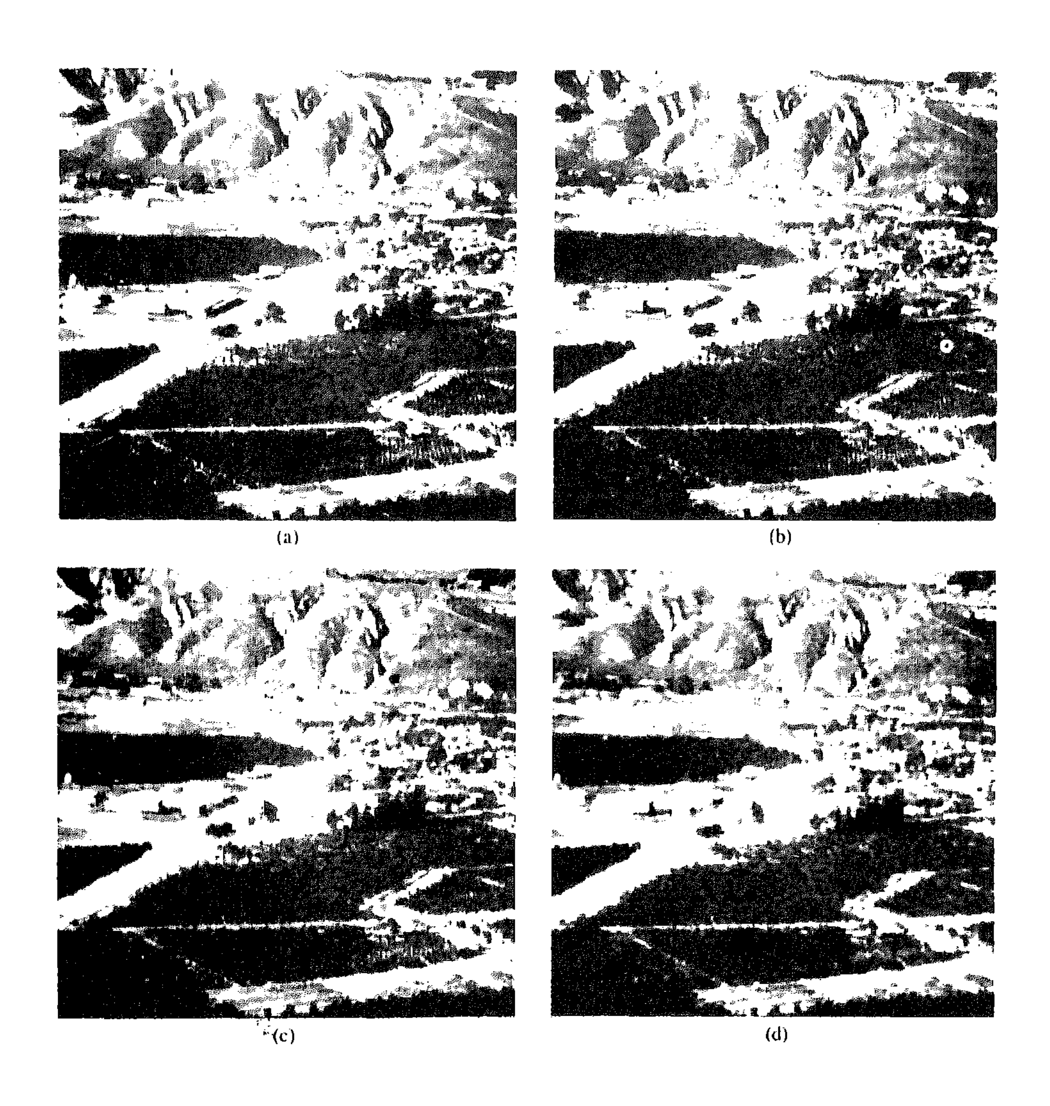
ان احدى الامكانيات هي ارسال كل عشر اطار فقط، أي، ارسال 3 أطر frames في الثانية بدلا من 30 اطارا في الثانية المولدة بالكاميرا التلفزيونية. وهذا الرقم هو حوالي العدد الأدنى من الأطر في الثانية اللازم للطيار للحفاظ على تحكم كاف بالطائرة RPV بسبب ارتجاف (jumming) الصورة بسبب تأرجح الوضع attitude fluctuations. اذا أرسـلت معلومات وضع الـ RPV أيضـا واستعملت للحفاظ على الصورة في مركز شاشة المراقبة، يمكن عندئذ التسامح بتخفيض معدل الاطار من 30 اطار في الثانية الى 3 أطر في الثانية مما يعطي نسبة ضغط قدرها 10 الى 1.

المشكلة الباقية هي تأمين ضغط 6 الى 1 بترميز كل اطار مرسل. مما يسمح لنا بـ 1 بت للعنصر، بافتراض أن الصورة التلفزيونية الأصلية قد رقمنت باستعمال 6 بتات. يجب أن يحقق مفكك الترميز decoder ، بالطبع، شروطا حادة نوعا ما في الوزن والحجم ومتطلبات الطاقة مع كلفة معقولة، لنقل، 2 ليبرة و 25 انش مكعب و 10

واط . يمكن أن تحقق هذه المواصفات باستخدام تقنيات الترميز الهجين hybrid encoding techniques.

يضم الترميز الهجين، حسب [حبيب 1974] ، مفاهيم ترميز التحويل و DPCM في نظام يحقق أساسا نفس أداء ترميز التحويل ثنائي-الأبعاد، ولكنه أسهل تنفيذا. يستعمل الترميز الهجين ترميز التحويل أحادي-البعد في الاتجاه الأفقي و الـ DPCM في الاتجاه العمودي. يقسم أولا كل خط مسح الى كتل فرعية subblocks تحتوي كل منها n×1 عنصرا، يعالج كل من الأصفة الناتجة ذات الأبعاد n×1 باستعمال تحويل مثل هوتيللينغ أو هادامارد أو التجيب المتقطع، على سبيل المثال. إن الغرض من التحويل هو تخفيض الترابط (أي الحشو redundancy) في الاتجاه الأفقي. ان خطوط المسح المتتابعة عالية الترابط أيضا في معظم الصور. وهكذا، فلأن العناصر في المصفوفة الفرعية ذات الأبعاد n × 1 مترابطة مع المصفوفة الفرعية المقابلة في السطر التالي، نتوقع أيضا أن تكون المعاملات الناتجة عن التحويل مترابطة. يمكن أن يتلاشى هذا الترابط بين المعاملات في الاتجاه العمودي بمفاضلة المعاملات باستعمال DPCM. نظرا لأن للمعاملات تفاوتات variances مختلفة عموما، ينتج أن الفروق بين المعاملات سيكون لها تفاوتات مختلفة أيضا. ولكي نرمز فروق المعاملات بشكل فعال، نستطيع استعمال طريقة تكمية الكتلة المذكورة في القسم السابق.

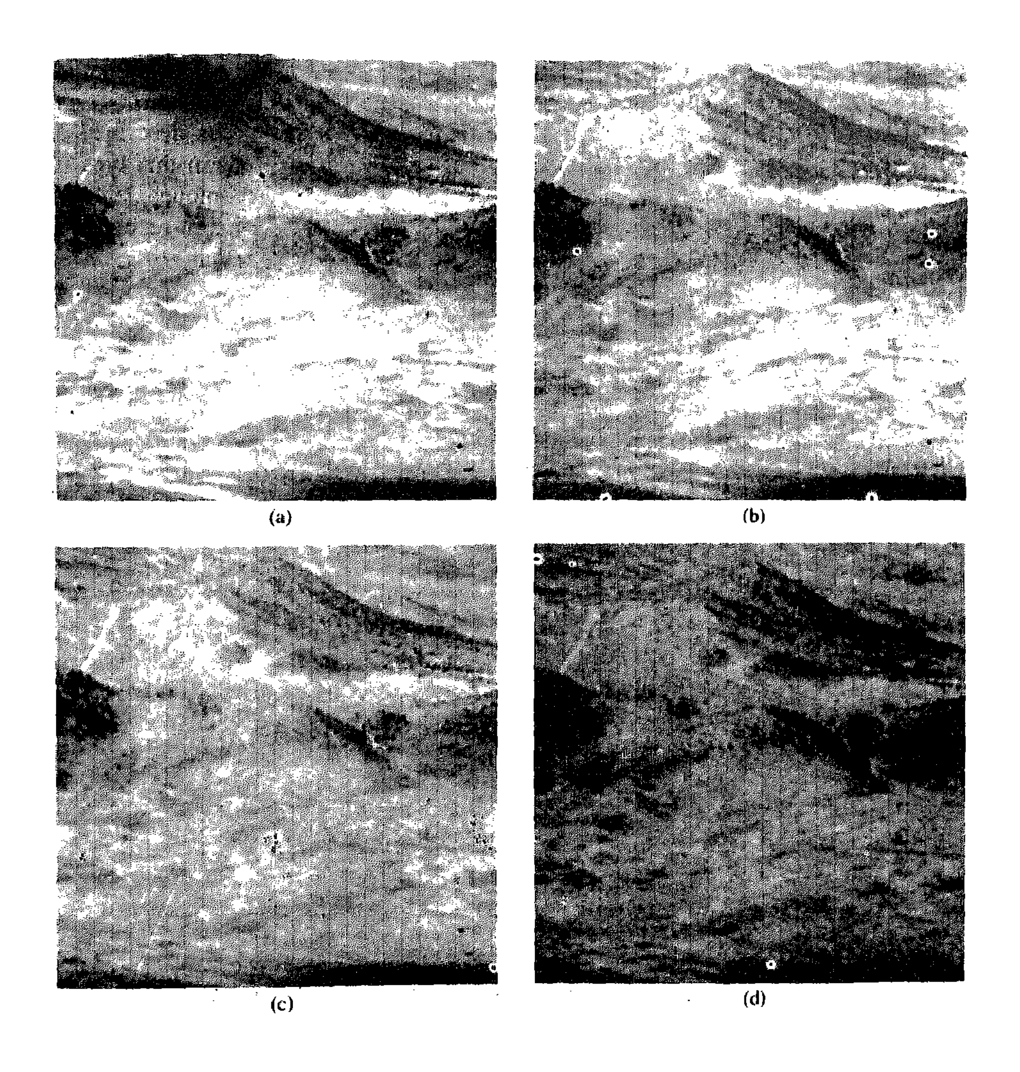
كتوضيح للترميز الهجين، تأمل الصورة المبينة في الشكل 46.6(a). لقد رمزت هذه الصورة باستعمال تحويل التجيب المتقطع (بـ n=32) في الاتجاه الأفقي و DPCM في الاتجاه العمودي. لقد عولجت الفروق باستعمال تخصيص البتات بتكمية الكتلة block quantization bit assignments المبينة في الجدول 6.6. ان الصور المفككة الترميز من أجل 2 و 1 و 0,5 بت للعنصر مبينة في الشكل 46.6(b) حتى (d). ان صورة الـ 2 بت متدنية بشكل قليل جدا بالنسبة للصورة الأصلية و صورة الـ 1 - بت أكثر تدنيا. ان صورة الـ 0.5 -بت ليست متدنية بشكل ملحوظ جدا فحسب ولكن حواف الكتلة ذات الأبعاد 32×1 ظاهرة أيضا.



الشكل 46.6(a) صورة أصلية. (b) حتى (d) صور فكك ترميزها باستعمال 2 و 1 و 0.5 بت للعنصر، على التوالي.

الجدول 6.6 توزيع البتات من أجل فروق المعاملات.

فروق المعاملات	2 bits	1 bit	1/2 bit
1	4	3	3
2	4	3	2
3	3	2	2
4	3	2	1
5	3	2	1
6	3	2	1
7	3	2	1
8	3	2	1
9	3	2	1
10	3	2	1
11	3	2	1
12	2	1	1
13	2	1	0
14	2	1	0
15	2	1	0
16	2	1	0
17	2	1	0
18	2	1	0
19	2	1	0
20	1	0	0
21	1	0	0
22	1	0	0
23	1	0	0
24	1	0	0
25	1	0	0
26	1	0	0
27	1	0	0
28	1	0	0
29	1	0	0
30	1	0	0
31	1	0	0
32	1	0	0



الشكل 47.6(a) صورة أصلية. (b) حتى (d) صور فك ترميزها الذي تطلب 2 و 1 و 0.5 بت للعنصر، على التوالي

لقد تم اجراء نفس التجربة على الصورة المبينة في الشكل 47.6(a). الصورة التي فك ترميزها مبينة في الأشكال 47.6(b) حتى (d) من أجل 2 و 1 و 0.5 بت للعنصر، على التوالي. ان ملاحظة هذه الصور بعناية تقودنا الى نفس الاستنتاج الذي وصلنا اليه من أجل الصور المبينة في الشكل 46.6.

استعمال خروج الناقل كخصائص use of the mapper outputs as features

ان مسألة الترميز التي ناقشناها في الأقسام السابقة تتعامل مع تكثيف المعطيات data compaction بشرط أن تكون الصورة التي أعيد بناؤها reconstructed اما نفس الصورة الأصلية أو نسخة معقولة عنها. في بعض التطبيقات مثل التعرف على الأنماط بواسطة الآلة، يحظى تكثيف المعطيات بالاهتمام أيضا، ولكن القيد هنا هو فقط الحفاظ على معلومات كافية تمكن من تصنيف صورة ما، أو أجزاء منها، في واحدة من عدة فئات أو أصناف من الأنماط pattern classes. مع عدم وجود العامل البشري في الحلقة، لم تعد اعادة انتاج الصورة الأصلية مطلب أساسي. ان مسألة تخفيض تمثيل صورة ما الى عدد صغير من المركّبات components التي تحمل معلومات تمييزية discriminating information كافية يشار اليها بـ "استخلاص الخصائص" feature extraction.

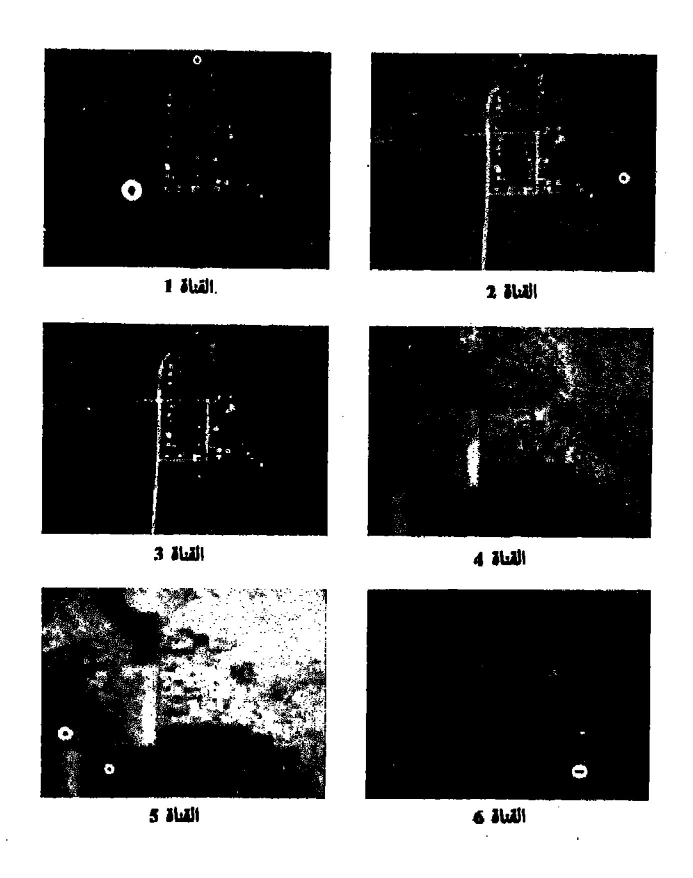
ان الكثير من تقنيات النقل mapping techniques المستعملة في ترميز الصورة والموصوفة في الشكل 1.6 غالبا ما تستعمل أيضا من أجل استخلاص الخصائص. بعبارة أخرى، في هذا النوع من التطبيق، لسنا مهتمين بشكل عام بتقنيات التكمية أو الترميز. بدلا من ذلك، تستعمل مخارج الناقل mapper كخصائص يتم ادخالها مباشرة الى جهاز التعرف على الأنماط. من بين الطرائق المصاحبة عادة لعملية نقل المرمز encoder mapping operation، تحويل هوتيللينغ هو غالبا أحد أكثرها استخداما من أجل كشف الخصائص. نوضح في هذا الفصل استعمالات هذا التحويل من أجل كشف الخصائص من الصور متعددة النطاقات الطيفية multispectral imagery. تؤمن السواتل و المحاسيس متعددة النطاقات الطيفية multispectral sensors المحمولة

جوا معطيات بشكل صور لنفس المنطقة من سطح الأرض ولكنها مأخوذة من خلال نوافذ أو نطـاقات طيفية. يتنوع عدد النطاقات الطيفية spectral bands ولكنها تمتد نموذجيا في المدى من 4 كما في NASA LANDSAT ، الى 20 أو أكثر بكثير من أجل المحاسيس المحمولة على طائرات (أو سفن فضائية). تبدي النطاقات الطيفية، نموذجيا، ترابطـات عاليـة بين النطاقات interband correlations بحيث توجد كمية هامة من الحشو redundancy بين الصور الطيفية. هذه الترابطات مقترنة مع الكميات الكبيرة من المعطيات تقود الى التفكير في طرائق فعالة لاستخلاص الخصائص من أجل أغراض التحليل من قبل المستثمر user – analysis purposes.

يبين الشكل 48.6 مثالا من بعض الصور الجوية متعددة النطاقات الطيفية. لقد أخذت هذه المعطيـات بماسح متعدد النطاقات الطيفية ذي ستة نطاقات طُيِّر فوق مقاطعة Tippecanoe بولاية انديانا Indiana الأمريكية على ارتفاع متوسط قدره 3000 قدم. تتبع الصور الست المبينة في الشكل 48.6 لستة نطاقات في الماسح. هذه الصور التي أبعادها 239×384 عنصرا وتمثل منطقة مساحتها التقريبية 0.9×0.9 ميلا مربعا هي صور نموذجية للمعطيات متعددة النطاقات الطيفية multispectral data المأخوذة فوق منـاطق زراعيـة. ان نطـاقات الماسح التي استعملت مدونة في الجدول 7.6. بمقارنة الشكل 48.6 مع النطاقات في هذا الجدول نرى أن الحياة النباتية التي تبدو عاتمة في النطاقات المرئية (3,2,1) تبدو لامعة في نطاقات الأشعة تحت الحمراء infrared bands ، الـ (4,5). خلافا لذلك، تبدو قمم الأسطحة والطرقات فاتحة في النطاقات المرئية وعاتمة في نطاقات الأشعة تحت الحمراء.

الجدول 7.6 رقم القناة و أطوال الموجات

القناة	طول موجة النطاق (μm)
1	0.40–0.44
2	0.62–0.66
3	0.66–0.72
4	0.80–1.00
5	1.00–1.40
6	2.00–2.60



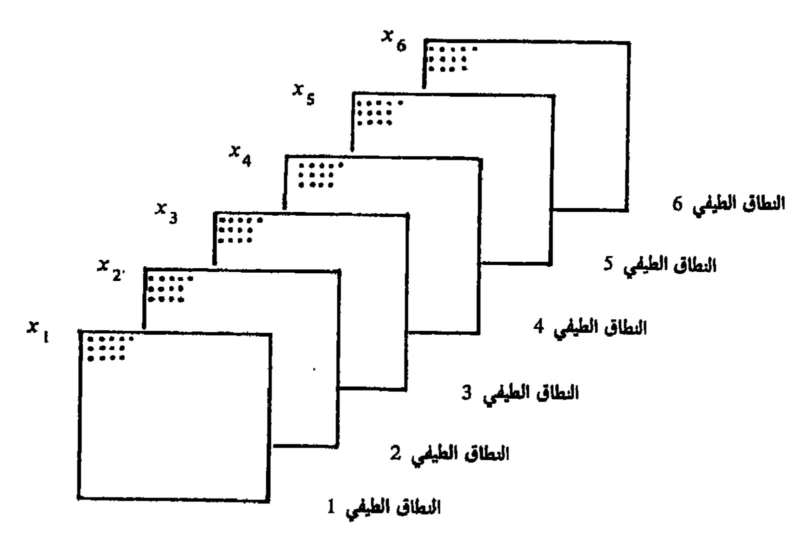
الشكل 48.6 ست صور طيفية من ماسح محمول جوا (باذن من مخبر تطبيقات الاستشعار عن بعد في جامعة بوردو).

افترض أن الصور الرقمية الست المبينة في الشكل 48.6 قد كدست stacked الواحدة وراء الأخرى كما هو موضح في الشكل 49.6. نستطيع عندئذ تشكيل متجه عمود واحد بستة عناصر $x=(x_1, x_2, ..., x_6)'$ لكل عنصر من صورة الأرض. بكلمات أخرى، تتبع عناصر هذا المتجه لنفس النقطة على الأرض ولكنها تعطي السوية الرمادية في كل من النطاقات الستة المختلفة. اذا كان علينا أن نحسب القيمة المتوسطة لكل x_i

والترابط بين كل زوج من العناصر x_i و x_j ضمن كامل مجال الصورة، سنجد بشكل عام أن للعناصر قيما متوسطة مختلفة و هي عناصر عالية الترابط. كما أشرنا في القسم 6.3 ، يمكن أن تقيس المركبات حول قيمها المتوسطة ويحذف ترابطها باستعمال تحويل هوتيللينغ

$$y = A(x - m_x)$$

حيث إن m_x هي تجمع المتجهات المتوسطة mean vector population وصفوف A تشكل من المتجهات المميزة المقيسة لمصفوفة التفاوت المتبادل covariance matrix C_x.



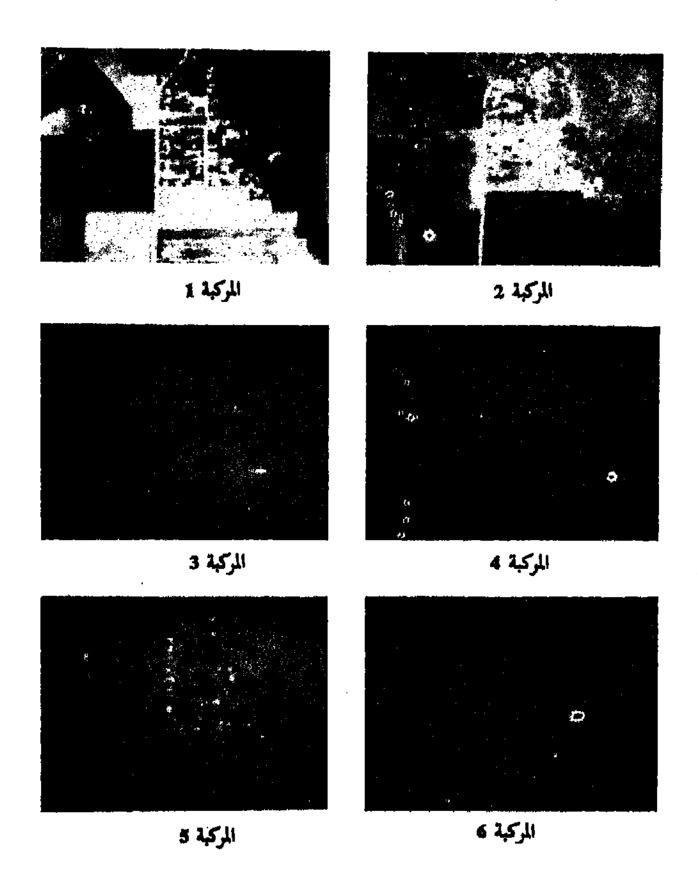
الشكل 49.6 الحصول على ستة عناصر موافقة لنفس العنصر لتشكيل متجه العنصر.

في التطبيق الحاضر كان يوجد 348 ×239 متجها x متوفراً لحساب المتجه المتوسط ومصفوفة التفاوت المتبادل. إن القيم المميزة eigenvalues لـ C_x مدونة في

الجدول 8.6 القيم المميزة لمصفوفة التفاوت المتبادل للصور المبينة في الشكل 48.6

λ_1	λ_2	λ_3	λ_4	λ_5	λ_6
3210	931.4	118.5	83.88	64.00	13.40

تم تطبيق التحويل المعطى بالمعادلة (6.5 - 1) على الصور المبينة في الشكل 6.48 ، النتائج مبينة في الشكل 6.56 . تدعى هذه الصور صور المركبات الرئيسة principal components images لأنه، كما ناقشنا في القسم 6.3. يلتقط تحويل هوتيللينغ المركبات المتعامدة ذات التفاوت الأكبر.



الشكل 6.50 ست صور مركبات رئيسة حسبت من المعطيات المبينة في الشكل 6.48 (باذن من مخبر تطبيقات الاستشعار عن بعد، جامعة بوردو Purdue University).

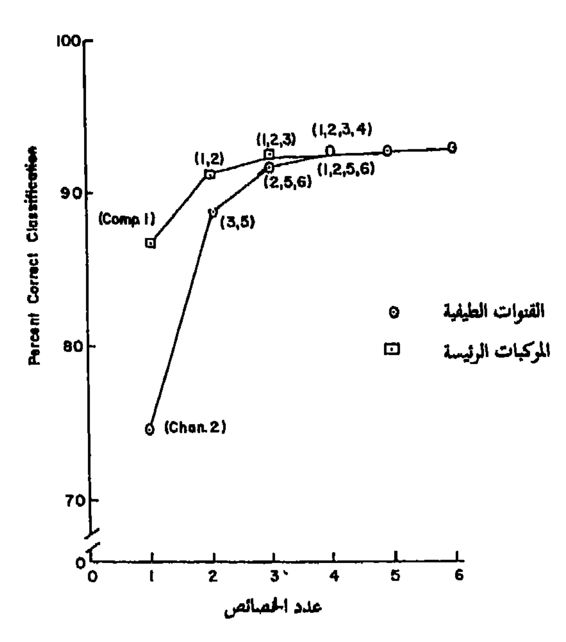
ان خاصـة تجميع (تحزيم) packing الطاقة لتحويل المركبة الرئيسة هذا تظهر نفسها كازدياد هام في التباين(التفاوت variance) في الصور الأولى مع تباين يتناقص على وتيرة واحدة monotonically مع تناقص تفاوتها. في الحقيقة، ان 0.97% من التفاوت محتوى في الصور الثلاث الأولى كما تشير القيم المدونة في الجدول 8.6.

ان المسألة في بعض تطبيقات التعرف على الأنماط هي تصنيف كل عنصر ميز resolution element للأرض في واحد من عدة أصنـاف، بنـاءا على تمثيله المتعدد النطـاقـات الطيفيـة X. إن الحافز للاهتمام بتقنيـات التعرف الآلي على الأشكـال automatic pattern recognition هو الكميات الكبيرة من المعلومات المولدة بالماسح مع تحركه على طول مسار الرحلة الجوية. نظرا لأن كمية الحساب تعتمد على أبعاد المتجه X ، فان الاجراء المعتاد هو اختيار مجموعة فرعية من عناصر هذا المتجه للمعالجة بواسطة الآلة التعرف على الأشكال. ان مسألة اختيار أفضل مجموعة جزئية مسبقا هي بشكل عام مسألة صعبة، وهي مبنية في العادة على تركيب من (1) قياسات المسافات الاحصائية بين الأصناف statistical interclass distance measures (ناتجة عن بحث استنفـاذي لجميع التركيبـات الممكنة من النطاقات الطيفية) لتشكيل مجموعة فرعية بأبعاد معطاة، و (2) اختيار حدسي intuitive مبني على خواص معروفة للمناطق موضع البحث.

إن نتائج تصنيف الحاسوب باستعمال أفضل مجموعة فرعية من متجه القناة الطيفية الأصلية X وباستعمال مجموعة فرعية من متجه المركبات الرئيسة principal components vector y مبينة في الشكل 51.6. لقـد استعمـل قانون قرار الاحتمال الأعظمي الغوصي

Gaussian maximum – likelihood decision rule [Tou and Gonzalez 1974]

لتصنيف منـاطق من مجموعة المعطيات في واحد من ستة أصناف (أنواع مختلفة من المزروعات والطرق والخ.) . الصنف السادس كان صنف الصفر null class الذي وضعت فيه جميع النقاط التي لها احتمال تصنيف خاطىء أكبر من عتبة محددة. لقد اعتبرت جميع النقاط في هذا الصنف أخطاء واستعملت في حساب دقة التصنيف.



الشكل 51.6 دقة التصنيف مقابل عدد الخصائص باستعمال النطاقات الطيفية والمركبات الرئيسة.

ان المحور الأفقي في الشكل 51.6 هو عدد الخصائص (القنوات الطيفية أو المركبات الرئيسة) التي استعملت في التصنيف. من أجل كل عدد من الخصائص m ، تم اجراء بحث استنفاذي لتحديد مجموعة الخصائص ذات الـ m عضوا التي تعطي أعلى نسبة مئوية من نتائج التصنيف الصحيح. ان الخصائص التي استعملت مدونة في الجدول 9.6. يدل هذا الجدول والشكل 51.6 على مزايا انتقاء الخصائص المتلازمة مع المركبات الرئيسة. ان الـ m مركبة الأولى هي الانتقاء الأفضل من أجل كل قيمة لـ m. بالاضافة الى ذلك، من أجل قيم m الصغيرة، تحتوي المركبات الرئيسة معلومات تمكن من فصل الأصناف class – separability informations أكثر من أية مجموعة من m قنوات طيفية أصلية.

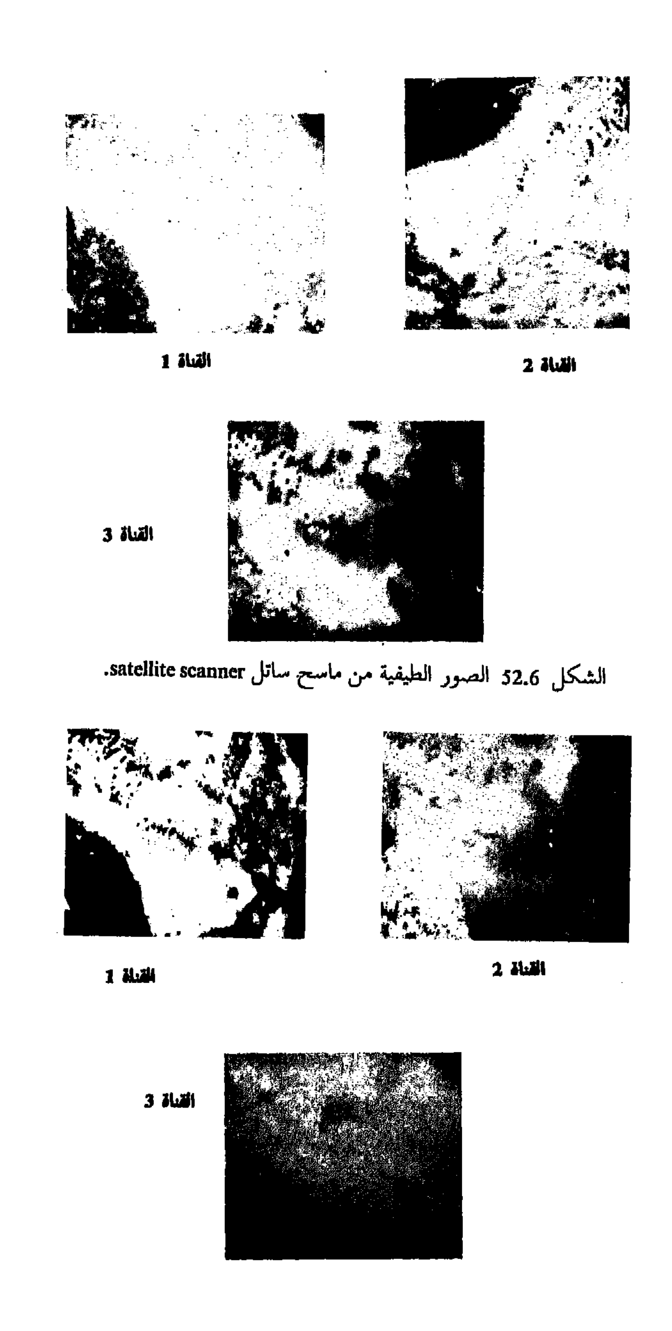
الجدول 9.6 المركبات الرئيسة والقنوات الطيفية المقابلة

n	المركبات الرئيسة	القنوات الطيفية
1	1	2
2	1,2	3,5
3	1,2,3	2,5,6
4	1,2,3,4	1,2,5,6
5	1,2,3,4,5	1,2,3,5,6
6	1,2,3,4,5,6	1,2,3,4,5,6

لقد تم الحصول أيضا على نتائج مشابهة لتلك التي عرضت أعلاه مع معطيات ساتل متعددة النطاقات الطيفية satellite multispectral data. ان القنوات وعينات الصور التابعة لها من تجربة أبولو Apollo 9 – S065 فوق الوادي الملكي Imperial vally بكاليفورنيا مبينة في الجدول 10.6 والشكل 52.6 ، على التوالي. لهذه المجموعة الخاصة من المعطيات، كان x متجها ثلاثي الأبعاد . لقد تم التحويل الى المركبات الرئيسة كما في المثال السابق. ان القيم المميزة مدونة في الجدول 11.6 وصور المركبات الرئيسة مبينة في الشكل 53.6. في هذه الحالة، مثلت القيمتان المميزتان الأوليتان 93% تقريبا من التفاوت الاجمالي.

الجدول 10.6 أرقام القنوات وأطوال الموجات المقابلة.

القناة.	طول موجة النطاق (μm)
1	0.47–0.61
2	0.68–0.89
3	0.59–0.71



الشكل 52.6 الصور الطيفية من ماسح ساتل **satellite scanner**.

الشكل 53.6 ثلاث صور مركبات رئيسة تابعة للمعطيات المبينة في الشكل 52.6.

الجدول 11.6 القيم المميزة للصور المبينة في الشكل 52.6.

λ_1	λ_2	λ_3
1689	512.5	158.0

6.6 ملاحظات ختامية

ان نجاح أية تقنية ترميز يعتمد في النهاية على درجة ملاءمتها للبنية(أي، الابتعاد عن العشوائية) في صورة معينة. ان الطريقة المثالية في تصميم مرمز فعال هي تحديد بنية المعطيات أولا وبعد ذلك اختيار طريقة تلائم تلك البنية. ولكن، نظرا لأن الخصائص البنيوية structural properties المتأصلة في المعطيات التصويرية غير مفهومة تماما، فان تصميم وتنفيذ مرمز صورة غالبا ما يتضمن قدرا من التجريب. ان المفاهيم التي عرضت في هذا الفصل هي مفاهيم تمثيلية representative للتقنيات المتوفرة التي وجد أنها ذات قيمة عملية في تطبيقات معالجة الصورة.

في بعض التطبيقات مثل ترميز الصور التي تبدي انتظاما (أنهار، أشياء من صنع الانسان، الخ..)، كثيرا ماتظهر الخصائص البنيوية نفسها بشكل حدود. ان استراتيجيات الترميز التي تأخذ هذا النوع من البنية بالحسبان تتضمن طريقة ترميز الكفافات contour encoding المطورة في القسم 2.3.6. في تطبيقات أخرى مثل ترميز صور السواتل، لاتكون البنية واضحة وأجدى الطرق النموذجية هي جعل المعلومات الاحصائية في الصورة تملي اختيار تقنية الترميز.

عندما يراد استعمال الصور المرمزة في النهاية للنظر اليها وتفسيرها من قبل الانسان، يجب أن نأخذ بالحسبان الآثار التي تنتجها طريقة الترميز على نظام الابصار. ان حساسية نظام الابصار لدى الانسان للأخطاء في الصور التي أعيد بناؤها reconstructed تعتمد على عوامل مثل طيف تردد الخطأ و محتوى السويات الرمادية وكمية التفاصيل في الصورة. لذلك، من الممكن زيادة فعالية مرمز ما بالسماح

بالتشوهات التي تخفض التدني في النوعية الشخصية الى حد أدنى. ان ترميز التحويل هو مثال يتم فيه أخذ بعض مفاهيم كل من الخصائص الاحصائية statistical والنفسية البصرية psychovisual بالحسبان. تقوم مرمزات التحويل بانجاز عمليتين متتابعتين، الأولى مبنية على الاعتبارات الاحصائية والثانية على الاعتبارات النفسية البصرية. العملية الأولى هي تحويل خطي الهدف منه هو تخفيض الاعتماد الاحصائي statistical dependence للعناصر. العملية الثانية هي تكمية وترميز كل من المعاملات الناتجة بشكل افرادي. يعتمد عدد البتات اللازم لترميز المعاملات على عدد سويات المكمي، التي تفرضها حساسية نظام الابصار للأثر الشخصي لخطأ المكمي.

مراجع

يحتوي كتاب Abramson 1963 مدخلا ممتازا لنظرية التحويل وترميز المصدر يوجد عددان خاصان من مجلة Proceedings of the IEEE [1967,1972] هما موضع اهتمام كمرجعين عامين.

تبحث مقالة Frendendal and Behrend 1960 في اجراءات لتقويم نوعية الصورة الشخصية subjective quality (القسم 1.6). وتوجد قراءات اضافية للقسم 2.6هي Abramson 1963 و Wintz 1972 و Huffman 1952 و Meyer, Rosdolsky and Huang 1973 و Max 1961 و Panter 1951 و Schreiber 1967 و Huang 1977.

القسم 1.3.6 مبني على تقرير لـ Duan and Wintz 1974. المراجع لخوارزمية ترميز-الكفافات المطورة في القسم 2.3.6 هي Graham 1967 و Wilkins and Wintz 1970.من أجل مراجع اضافية للقسم 3.3.6 أنظر Chen and Wintz 1976.

يمكن ايجاد قراءة اضافية للمادة المتضمنة في القسم 1.4.6 في Huang 1965 و Essman and Wintz1973.القسم 2.4.6 مبني على عمل حبيب (انظر Habib and Wintz 1971)يمكن ايجاد قراءة اضافية من أجل القسم 3.4.6 في مقالة لحبيب 1974. ان كتابا لـ Clarke 1985 يبحث في ترميز التحويل هو قراءة اضافية ممتازة للمادة في القسم 4.6.من أجل مراجع في تحويل هوتيللينغ (القسم 5.6) انظر قسم المراجع في نهاية الفصل

3.ان الأمثلة التي أعطيت في القسم 5.6 مبنية على مقالة لـ Ready and Wintz 1973.

وتوجد مراجع تتعلق بالمواد المتضمنة في هذا الفصل هي Huang 1966 و Gattis and و Stevens 1951 و Huang and Schluthesis 1963 و Schreiber 1967 Tasto and و Proctor and Wintz 1971 و Schreiber 1956 و Wintz 1971 Sakrison and و Gish and Pierce 1968 و Wood 1969 وWintz[1971, 1972] Kramer and Mathews و Wilkins and Wintz 1970 و habib 1971 و Algazi 1971 1956.توجد بعض مقالات مسح survey موضع اهتمام هي Netravali and Limb 1980 و Jain 1988 و IEEE transactions on Communications 1981 (عدد خاص أنظمة الاتصالات بالصور) و Proceedings of the IEEE 1980 (عدد خاص في ترميز الرسوم) و Proceedings of the IEEE 1985 (عدد خاص في أنظمة الاتصال المرئي).

مسائل

1.6 بالرجوع الى المناقشة في القسم 2.6 ، دع y الدخل إلى المرمز بحيث تكون y متحولا عشوائيا بدالة كثافة احتمال منتظمة p(y) معرفة في مدى القيم . خصص كلمة ترميز بـ m– بت فريدة لكل خرج مكمم ممكن بحيث يكون عدد الأمداء الجزئية 2^m. ارمز لجدران الأمداء الجزئية الـ 2^m+1 بـ $B_0=0$ ، $B_{2m}=A$ ، $B_2,\ldots,B_{2m}$ ، B_1، و لخروج المكمي الـ 2^m بـ $b_1, b_2,\ldots,b_{2m}$. بناءا على معطيات هذه المسألة إعمل ما يلي:

a) احسب متوسط تربيع أخطاء التكمية eq كدالة لـ A و m.

b) احسب تربيع أخطاء التكمية العظمى.

c) حدد عدد البتات اللازمة لضمان أن متوسط تربيع الأخطاء كنسبة مئوية لمتوسط طاقة الاشارة (y^2_{rms}) أقل من 0.1% .

d) أعد (c) باستعمال تربيع الأخطاء الأعظمي.

2.6 افترض أن لدينا ثمانية مداخل مرمز $w_i, i=1,2,...,8$ باحتمالات 0.6 و 0.2 و 0.08 و 0.06 و 0.02 و 0.02 و 0.01 و 0.01 ، على التوالي.

a) ابن نظام ترميز غري Gray لهذه المداخل واحسب طول الكلمة المتوسط.

b) ابن نظام ترميز هافمان واحسب متوسط طول الكلمة.

c) احسب الانتروبيا.

3.6 باستعمال المداخل المدونة في المسألة 2.6 ، ابن أنظمة الترميز التالية واحسب متوسط طول الكلمة في الحالات: (a) ترميز– B_1 و (b) ترميز– B_2 و (c) ترميز– S_2 .

4.6 افترض أن لدينا 16 مدخل مرمز ممكن $w_k, k=1,2,..., 16$ بالاحتمالات المعطاة بالمثلثات في الشكل 12.6. اقرأ الاحتمالات من هذا الشكل متأكدا من أن مجموعها يساوي الواحد. بعدئذ، احصل على أنظمة الترميز التالية مع متوسط أطوال الكلمات التابعة لها: (a) نظام الترميز الطبيعي و (b) نظام ترميز– B_2 و (c)نظام ترميز– B_2 و (d) نظام ترميز– S_2.

5.6 يمكن ترميز الصورة المبينة في الشكل 14.6 باستعمال الترميز الطبيعي لكل عنصر. كم هو عدد البتات اللازم من أجل الترميز الطبيعي؟ ارجع للشكل 21.6 واحسب عدد البتات اللازمة بترميز الكفافات لهذه الصورة.

6.6 ارجع الى الصورة في الشكل 19.6. كم هو عدد البتات اللازمة لترميز هذه الصورة باستعمال الترميز الطبيعي لكل عنصر؟ ابن مجموعة أنظمة ترميز لهذه الصورة كما في الشكل 21.6(a). دوّن خروج المرمز للاتجاهيات القليلة الأولى، كما في الشكل 21.6(b). واحسب العدد الاجمالي للبتات اللازمة.

7.6 افترض أننا نراقب تتابع متحولات عشوائية $x_1, x_2, ...$. نحن نرغب في التنبؤ بقيمة المتحول العشوائي التالي x_i (لنقل أنه غير معروف حتى الآن)، بحيث تعطى لنا معرفة بقيم المتحولات العشوائية السابقة $x_1, x_2, ..., x_{i-1}$. يعطي المتنبيء الخطي من الدرجة الأولى $\hat{x}_i$ لـ x_i بالعلاقة $\hat{x}_i = \alpha x_{i-1} + \beta$ ، حيث ان α و β هما ثابتان يجب تحديدهما. افترض أن لجميع المتحولات العشوائية x_i

نفس المتوسط $m=E\{x_i\}$ ، ونفس التفاوت $\sigma^2=E\{(x_i-m)^2\}$ وأن الازواج المتتـابعـة من المتحـولات العشـوائيـة x_i, x_{i-1} لها نفس معـامل الترابط $\rho = E\{x_i x_{i-1}\}/E\{x_i^2\}$

ان ايجاد المتنبىء الخطي الأمثل يكافىء ايجاد α و β بحيث يكون متوسط تربيع أخطاء التنبؤ $E\{(\hat{x}_i-x_i)^2\}$ مخفضا إلى الحد الأدنى.

a) بين أن المتنبىء الخطي الأمثل يعطى بالمعادلة (4.6 – 1).

b) بين أن هذا المقدّر estimator غير منحاز، بمعنى أن $E\{\hat{x}i\}=E\{xi\}$.

c) بين أن متوسط تربيعات الخطأ الأدنى الناتج يعطى بالمعادلة (4.6 – 4).

8.6 ان خطأي الناقل mapper و المكمي quantizer متعامدان ولذلك فهما جمعيان additive. ارجع إلى المرمز المعرف في الشكل 1.6 وأهمل كتلة المرمز التي لاتعطي خطـــأ. افـــترض أن الدخـــل متجـــه عشـــوائي x بطـــاقـــة $E\{\|x\|^2\} = \sum_{i=1}^{n} x_i^2$. ليكن الناقل mapper تحويلا خطيا متعـامدا، مثـل تحويل فورييـه، بحيث يكون لمتجـه الخرج العشـوائي y طاقة $E\{\|y\|^2\} = \sum_{i=1}^{n} y_i^2 = \sum_{i=1}^{n} x_i^2$. افـــرض أن خـــرج النـــاقـل قد أهمل بعد m حداً من أجل m<n بحيث أن أول m حدا $y_1, y_2, \ldots, y_m$ فقط قد مرت الى المكمي. تهمـل الحدود ذات المرتبة– الآعلي.

عرف متوسط تربيع أخطاء الناقل بـ $e_m^2 = E\{\|y - x\|^2\}$ ومتوسط تربيع أخطاء المكمي $e_q^2 = E\{\|v - y\|^2\}$ ، حيث v هو خرج المكمي، واجمالي متوسط–تربيع الأخطاء $e_T^2 = E\{\|v - x\|^2\}$.

a) بين أن $e_m^2 = \sum_{i=m+1}^{n} y_i^2$ ، أي أن خطأ الناقل يسـاوي الطاقة المهملة.

b) بين أنه ، نظرا لأن خطأي الناقل والمكمي غير مترابطان، فان اجمالي مربع الخطأ هو $e_T^2 = e_m^2 + e_q^2$.

الفصل السابع

تجزيء الصورة

الكل يساوي مجموع أجزائه.
أوكليد Euclid
الكل أكبر من مجموع أجزائه.
ماكس ويرثيمر Max Wertheimer

التجزيء segmentation هو العملية التي تقسم صورة ما إلى الأجزاء parts أو الأشياء objects المكونة لها. ان التجزيء هو أحد أكثر العناصر أهمية في التحليل الآلي للصورة automated image analysis لأن الأشياء أو المكونات الأخرى التي هي موضع اهتمام تستخلص من الصورة في هذه الخطوة من أجل المعالجات اللاحقة، مثل الوصف description و التعرف recognition .

تبنى خوارزميات تجزيء الصورة عادة على احدى خاصتين أساسيتين لقيم السويات الرمادية: الانقطاع discontinuity و التشابه similarity. في الفئة الأولى من هذه الخوارزميات، تجزىء صورة ما بناءاً على تغيرات حادة في السوية الرمادية. ان المجالات الرئيسة التي هي موضع اهتمام ضمن هذه الفئة هي كشف النقاط المعزولة isolated points و كشف الخطوط lines و الحواف edges في صورة ما. ان الطرق الرئيسة في الفئة الثانية من هذه الخوارزميات مبنية على التعتيب thresholding وتوسيع (تكبير) المناطق region growing و شطر و دمج المناطق region splitting and merging. ان مفهوم تجزيء الصورة بناء على الانقطاع في قيم السويات الرمادية

لعناصرها أو بناءاً على تشابه هذه القيم هو مفهوم قابل للتطبيق على كل من الصور الساكنة static images و الصور الديناميكية dynamic images (المتغيرة مع الزمن). ولكن في الحالة الأخيرة كثيرا ما يمكن استعمال الحركة motion كمشعر cue قوي لتحسين أداء خوارزميات التجزيء.

1.7 كشف الانقطاعات the detection of discontinuities

نعرض في هذا القسم عددا من تقنيات كشف النقاط points والخطوط lines والحواف edges في صورة ما. ان الطرائق التي تستعمل عادة لكشف هذه الخصائص تبنى على نوافذ حيزية صغيرة، كما ناقشنا في القسم 1.1.4. فيمايلي، سنعبر عن الجانب الأيمن من المعادلة (1.4 − 3) بصيغة اتجاهية vector form. و على الرغم من أن هذا التعبير الرياضي مكافىء له في المعنى تماما، فهو أكثر ملاءمة من أجل أغراض المناقشة الحالية.

w_1	w_2	w_3
w_4	w_5	w_6
w_7	w_8	w_9

الشكل 1.7

نافذة عامة بقياس 3 × 3 .

دع $w_1, w_2, \dots, w_9$ تمثل معاملات النافذة ذات الأبعاد 3 × 3 المبينة في الشكل 1.7 ، و $x_1, x_2, \dots, x_9$ تمثل السويات الرمادية للعناصر الواقعة تحت النافذة في موضع اختياري في الصورة (انظر الشكل 1.4). يمكن التعبير عن المعاملات والسويات الرمادية المقابلة لها بمتجهي عمود، أي،

$$\mathbf{w} = \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_9 \end{bmatrix} \qquad (1-1.7)$$

و

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_9 \end{bmatrix} \qquad (2-1.7)$$

بعـدئذ، يمكن التعبـير عن الجـانب الأيمن من المعـادلة (1.4 – 3) بالجداء الداخلي inner product لـ w و x :

$$\mathbf{w}'\mathbf{x} = w_1x_1 + w_2x_2 + \cdots + w_9x_9. \qquad (3-1.7)$$

حيث يدل الرمز (′) على منقول المتجـه vector transposition. من الواضح أن المعادلتين (1.7 – 3) و (1.4 – 3) متماثلتان. لاحظ أيضا أن التعبير الرياضي w′x هو تعبير عام تماما وينطبق على نوافذ ذات قياسات اختيارية. فعلى سبيل المثال، من أجل نافذة بعديها n × n ، سنعمـل مع متجه بـ n^2 – بعدا. ان التعبير الرياضي المعطى بالمعادلة (1.7 – 3) سيستعمل خلال كامل هذا القسم.

1.1.7 كشف النقاط point detection

ان مسألة كشف النقاط المعزولة isolated points تطبق عمليا في ازالة الضجيج وتحليل الجزئيات. على الرغم من أننا تعرضنا لكشف النقطة باختصار في القسم 1.1.4 كتوضيح للمعـالجة بالنوافذ الحيزية، فإننـا ندرس هذه المسـألة هنـا من وجهة نظر اصطلاحية مختلفة قليلا في التعابير الرياضية و كجزء من اطار عمل أكثر عمومية في كشف انقطاعات السويات الرمادية.

-1	-1	-1
-1	8	-1
-1	-1	-1

الشكل 2.7 نافذة تستعمل لكشف نقاط معزولة مختلفة عن خلفية ثابتة.

يبين الشكل 2.7 النافذة الأسـاسية التي تستعمل لكشف النقاط المعزولة في صورة ما. بالرجوع إلى المناقشة التي وردت في القسم 1.1.4 ، يحرك مركز هذه النافذة

من عنصر لعنصر في الصورة. وفي كل موضع نافذة نحسب مجموع الجداءات المعطاة بالمعادلة (1.7 – 3)، مستعملين معاملات الشكل 2.7 ، أي، نحسب الجداء الاتجاهي vector productالتالي:

$$\mathbf{w}'\mathbf{x} = -x_1 - x_2 - x_3 - x_4 + 8x_5 - x_6 - x_7 - x_8 - x_9. \qquad (4-1.7)$$

في منطقة ذات سوية رمادية ثابتة ستكون نتيجة هذه العملية صفرا "0" . و من جهة أخرى، إذا وقع مركز هذه النافذة على نقطة معزولة (x_5) ، ذات شدة أكبر من الخلفية background ، ستكون النتيجة عندئذ أكبر من الصفر. في التطبيق العملي، إذا كنا نهتم بالاستجابات القوية فقط، نقول ان نقطة معزولة كثافتها مختلفة بشكل مميز عن الخلفية قد كشفت إذا كان

$$|\mathbf{w}'\mathbf{x}| > T, \qquad (5-1.7)$$

حيث ان T هي عتبة غير سالبة. تؤسس قيمة العتبة T السوية الرمادية النسبية لما نرغب في تسميته نقطة أو جزئية هامة في الصورة.

2.1.7 كشف الخطوط line detection

ان كشف النقطة هو اجراء مباشر نوعا ما. و السوية التالية من التعقيد تشتمل على كشف الخطوط في صورة ما. تأمل النوافذ المبينة في الشكل 3.7. إذا حركت النافذة الأولى ضمن صورة ما فستكون استجابتها أكبر للخطوط (بثخانة نقطة واحدة) الموجهة أفقيا. و في حالة خلفية ثابتة، ستنتج الاستجابة العظمى عندما يمر الخط خلال الصف الأوسط في النافذة. يمكن أن يتحقق القارىء بسهولة من ذلك برسم مصفوفة واحدات بسيطة تحتوي خطا ذا سوية رمادية مختلفة (لنقل 5) يمر أفقيا عبر المصفوفة. ان اجراء تجربة مشابهة سيظهر أن النافذة الثانية ستعطي أفضل استجابة للخطوط المائلة بزاوية 45° ، و النافذة الثالثة ستعطي أفضل استجابة للخطوط العمودية، والنافذة الرابعة ستعطي أفضل استجابة للخطوط المائلة بزاوية -45°. و يمكن أيضاً تأسيس هذه الاتجاهات بملاحظة أن الاتجاه المفضل لكل نافذة قد وزّن بمعامل أكبر (أي 2) من معاملات الاتجاهات الأخرى الممكنة.

−1	−1	−1
2	2	2
−1	−1	−1

−1	−1	2
−1	2	−1
2	−1	−1

−1	2	−1
−1	2	−1
−1	2	−1

2	−1	−1
−1	2	−1
−1	−1	2

الشكل 3.7 نوافذ خطوط.

لتكن w_1, w_2, w_3, w_4 متجهات تساعية – الأبعاد مكونة من مداخل النوافذ الأربعـة المبينـة في الشـكـل 3.7. وكما ناقشنا أعلاه في حالة نافذة النقطـة، تعطى الاستجابات الافرادية لنوافذ الخطوط في أية نقطة في الصورة بالجداء $w_i'x$ من أجل i=1,2,3,4. وكما فعلنا سابقا، فان x هو المتجه المكون من عناصر الصورة التسعة داخل منطقة النافذة. من أجل متجه معطى x ، افترض أننا نرغب في تحديد التطابق الأقرب بين المنطقة التي ندرسها واحدى نوافذ الخطوط الأربعة. نقول ان x هو الأقرب إلى النافذة رقم i إذا كانت استجابة هذه النافذة هي الأكبر. بعبارة أخرى، إذا كان

$$w_i'x > w_j'x \qquad (6-1.7)$$

لجميع قيم j ، باستثناء القيمة j=i. فعلى سبيل المثال، إذا كانت $w_1'x$ أكبر من $w_j'x$ ، من أجل j=2,3,4 سنستنتج أن المنطقة الممثلة بـ x مميزة بخط أفقي لأن النافذة الأولى هي الأكثر استجابة لهذه الخاصة.

3.1.7 كشف الحواف edge detection

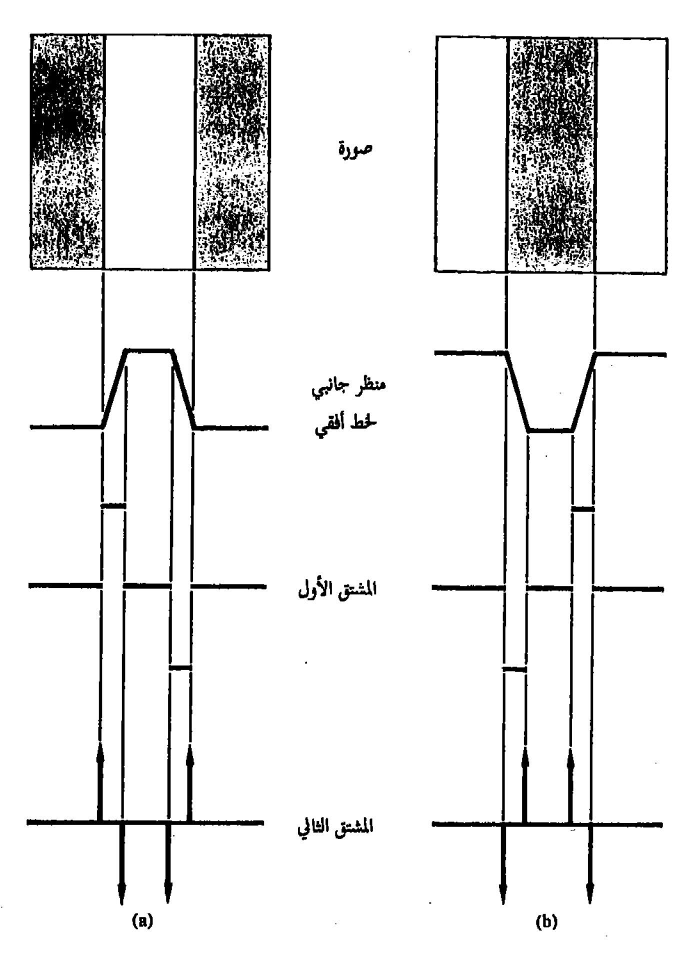
على الرغم من أن كشف النقاط و الخطوط هما بالتأكيد عنصران في أية مناقشة في التجزيء، فان كشف الحواف هو حتى الآن الطريقة الأكثر شيوعا لكشف انقطاعات ذات معنى في السويات الرمادية. ان سبب ذلك هو أن النقاط المعزولة والخطوط الدقيقة –الرفيعة– ليست متكررة الحدوث في أغلب التطبيقات ذات الأهمية العملية.

التشكيل الأساسي basic formulation

نعرف الحافة بأنها الحد بين منطقتين لهما خصائص سويات رمادية متميزة نسبيا. في المناقشة التالية، يفترض أن المناطق موضع البحث متجانسة بما فيه الكفاية بحيث يمكن تحديد الانتقال بين منطقتين على أساس الانقطاعات في السويات الرمادية وحدها. عندما لايكون هذا الافتراض صحيحا، تكون تقنيات التجزيء المناقشة في القسمين 3.7 و 4.7 عادة أكثر قابلية للتطبيق من كشف الحواف.

ان الفكرة التي تتضمنها أغلب تقنيات كشف-الحواف أساساً هي حساب عامل مؤثر مشتق موضعي. يمكن توضيح هذا المفهوم بسهولة بمساعدة الشكل 4.7. يبين الجزء (a) من هذا الشكل صورة تحتوي جسما بسيطا فاتحا على خلفية عاتمة، ومنظرا جانبيا على طول خط مسح أفقي للصورة، و المشتقان الأول والثاني للمنظر الجانبي. لاحظ من المنظر الجانبي أن الحافة (الانتقال من العاتم إلى الفاتح) قد نمذجت بانحدار rampبدلا من تغير حاد (فجائي) في السوية الرمادية. ان هذا النموذج تمثيلي representative لحقيقة أن الحواف في الصورة الرقمية تغبش عادة بنتيجة الاعتيان.

ان المشتق الأول لحافة نمذجت بهذه الطريقة هو صفر في جميع المناطق ذات السوية الرمادية الثابتة، ويأخذ قيمة ثابتة خلال انتقال السوية الرمادية gray-level transition. ومن جهة أخرى فان المشتق الثاني يساوي الصفر في جميع المناطق، باستثناء بداية ونهاية انتقال السوية الرمادية. بناءا على هذه الملاحظات وعلى المفاهيم الموضحة في الشكل 4.7 ، يتضح أنه يمكن استخدام مقدار المشتق الأول لكشف وجود حافة ما، في حين أن اشارة المشتق الثاني يمكن أن تستخدم لتحديد ما إذا كان عنصر حافة ما يقع في جهة عاتمة dark (الخلفية) أو في جهة فاتحة light (جسم) للحافة. ان اشارة المشتق الثاني في الشكل 4.7(a) ، على سبيل المثال ، موجبة من أجل العناصر الواقعة على الجانب العاتم من الحافتين الأمامية(المتقدمة) و (الخلفية) للجسم، في حين أن الاشارة سالبة من أجل العناصر الواقعة على الجانب الفاتح من هاتين الحافتين. وتنطبق تعليقات مشابهة على حالة جسم عاتم على خلفية فاتحة ، كما هو مبين



الشكل 4.7 عناصر كشف الحواف بواسطة العوامل المؤثرة المشتقة.
(a) جسم فاتح على خلفية عاتمة. (b) جسم عاتم على خلفية فاتحة
(عن Fu, Gonzalez and Lee 1987).

في الشكل 4.7(b). من المهم أن نشير إلى أن تفسيرات مماثلة تصح بخصوص اشارة المشتق الثاني في هذه الحالة. على الرغم من أن المناقشة قد اقتصرت حتى الآن على منظر جانبي أفقي أحادي–البعد، فان مناقشة مشابهة تنطبق على حافة بأي اتجاه في صورة

ما، اذ نعرّف ببساطة منظرا جانبيا متعامدا مع اتجاه الحافة في أية نقطة معطاة ونفسر النتائج كما في المناقشة السابقة. كما سنبين في القسمين التاليين، يمكن الحصول على المشتق الأول في أية نقطة من الصورة باستعمال مقدار التدرج في تلك النقطة، في حين أن المشتق الثاني يعطى بمعامل لابلاس Laplacian.

عوامل التدرج المؤثرة gradient operators

لقد قدمنا باختصار مفهوم استعمال التدرج لمفاضلة الصورة في القسم 1.4.4. في المناقشة الحالية، نوسع الأفكار المقدمة في ذلك القسم ونطور تمثيلا اتجاهيا vector representation منسجما مع التعابير الرياضية المستخدمة في هذا القسم. كما أشرنا في القسم 1.4.4 ، يعرف تدرج صورة ما $f(x, y)$ في الموضع (x, y) بالمتجه ثنائي–الأبعاد

$$\mathbf{G}[f(x, y)] = \begin{bmatrix} G_x \\ \\ G_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial f}{\partial x} \\ \\ \dfrac{\partial f}{\partial y} \end{bmatrix} \qquad (7-1.7)$$

من المعروف جيدا من التحليل الاتجاهي vector analysis أن المتجه G يشير باتجاه المعدل الأعظمي لتغير f في الموضع (x, y). من أجل كشف الحواف، نحن نهتم بمقدار هذا المتجه، الذي يشار اليه عادة بالتدرج gradient ويرمز له بـ $G[f(x, y)]$ حيث

$$G[f(x, y)] = [G_x^2 + G_y^2]^{1/2} \qquad (8-1.7)$$

ان هذه الكمية تساوي المعدل الأعظمي لتزايد $f(x, y)$ بوحدة المسافة في اتجاه G. من الشائع عمليا تقريب التدرج باستخدام القيم المطلقة:

$$G[f(x, y)] \approx |G_x| + |G_y|. \qquad (9-1.7)$$

ان هذا التقريب أسهل كثيرا في التنفيذ، خصيصا عندما يستخدم كيان صلب مكرس لهذا الغرض.

ان اتجاه متجه التدرج هو أيضا كمية مهمة. بجعل $\alpha(x, y)$ تمثل زاوية اتجاه G في الموضع (x, y) ، ينتج من التحليل الاتجاهي vector analysis أن

$$\alpha(x, y) = \tan^{-1}(G_y/G_x), \qquad (10-1.7)$$

حيث تقاس الزاوية بالنسبة للمحور الاحداثي x . و كما ناقشنا في القسم 1.2.7 ، فان المعـادلة (1.7 – 10) هي أداة مفيدة لربط نقـاط الحافة التي قد كشفت باستعمـال التدرج.

لاحظ من المعـادلة (1.7 – 7) أن حسـاب التدرج مبني على الحصـول على المشتقين الجزئيين $\partial f/\partial y$ و $\partial f/\partial x$ في موضع كل عنصر. توجد عدة طرق لعمـل ذلك. ان احدى الطرق هي استعمال فروق الدرجة–الأولى first – order differences في منطقـة مسـاحتهـا 2×2 ، كما فعلنا في المعادلات (4.4 – 3) حتى (4.4 – 6). يمكن تشكيل طريقة أكثر تعقيدا بقليل وتشمل جوارا مساحته 3×3 حول النقطة (x, y) ، و ذلك كما يلي: خذ منطقة الصورة الفرعية المبينة في الشكل 5.7(a) ، حيث تمثل x_5 السوية الرمادية في الموضع (x, y)، و تمثل الـ x_i الأخرى السويات الرمادية لجيران (x, y) الثمانية. نعرف مركبة متجه التدرج في الاتجاه x كما يلي

$$G_x = (x_7 + 2x_8 + x_9) - (x_1 + 2x_2 + x_3) \qquad (11-1.7)$$

وفي الاتجاه y كما يلي

$$G_y = (x_3 + 2x_6 + x_9) - (x_1 + 2x_4 + x_7). \qquad (12-1.7)$$

ان لاستعمال المنطقة ذات الأبعاد 3×3 في حسـاب التدرج مزية هي زيادة التنعيم مقـارنة بالعوامل المؤثرة ذات الأبعـاد 2×2 ، مما يميل إلى جعل عمليات التدرج أقل حساسية للضجيج. ان توزين weighting العناصر الأقرب إلى المركز بـ 2 ينتج تنعيما اضافيا أيضا (انظر المسألة 2.7). من الممكن تأسيس حسابات التدرج ضمن جوارات أكبر (Kirsch 1971). ولكن الجوارات ذات الأبعاد 3×3 هي حتى الآن الأكثر شيوعا (استخداما) بسبب مزايا السرعة في الحساب ومتطلبات الكيان الصلب المتواضعة.

ينتج من المناقشـة التي أجريت في القسمين السـابقين أن G_x ، كما أعطي بالمعادلة (1.7 – 11)، يمكن حسـابه باستخدام النـافذة المبينة في الشكل 5.7(b). و بشكل مشابه، يمكن حساب G_y باستخدام النافذة المبينة في الشكل 5.7(c). يشار إلى هاتين النافذتين عموما بعاملي صوبل المؤثرين Sobel operators. يتم دمج استجابتي هذين

العاملين المؤثرين في أية نقطة (x, y) باستخدام المعادلة (1.7 − 8) أو المعادلة (1.7 − 9) للحصول على التدرج في تلك النقطة. ان طي هاتين النافذتين مع صورة ما $f(x, y)$ يعطي التدرج في جميع نقاط الصورة، و يشار إلى النتيجة عادة بصورة التدرج gradient image. توجد طرق عديدة لتوليد صورة التدرج مبنية على استخدام عتبات، كما نوقش في القسم 1.4.4.

x_1	x_2	x_3
x_4	x_5	x_6
x_7	x_8	x_9

(a)

−1	−2	−1
0	0	0
1	2	1

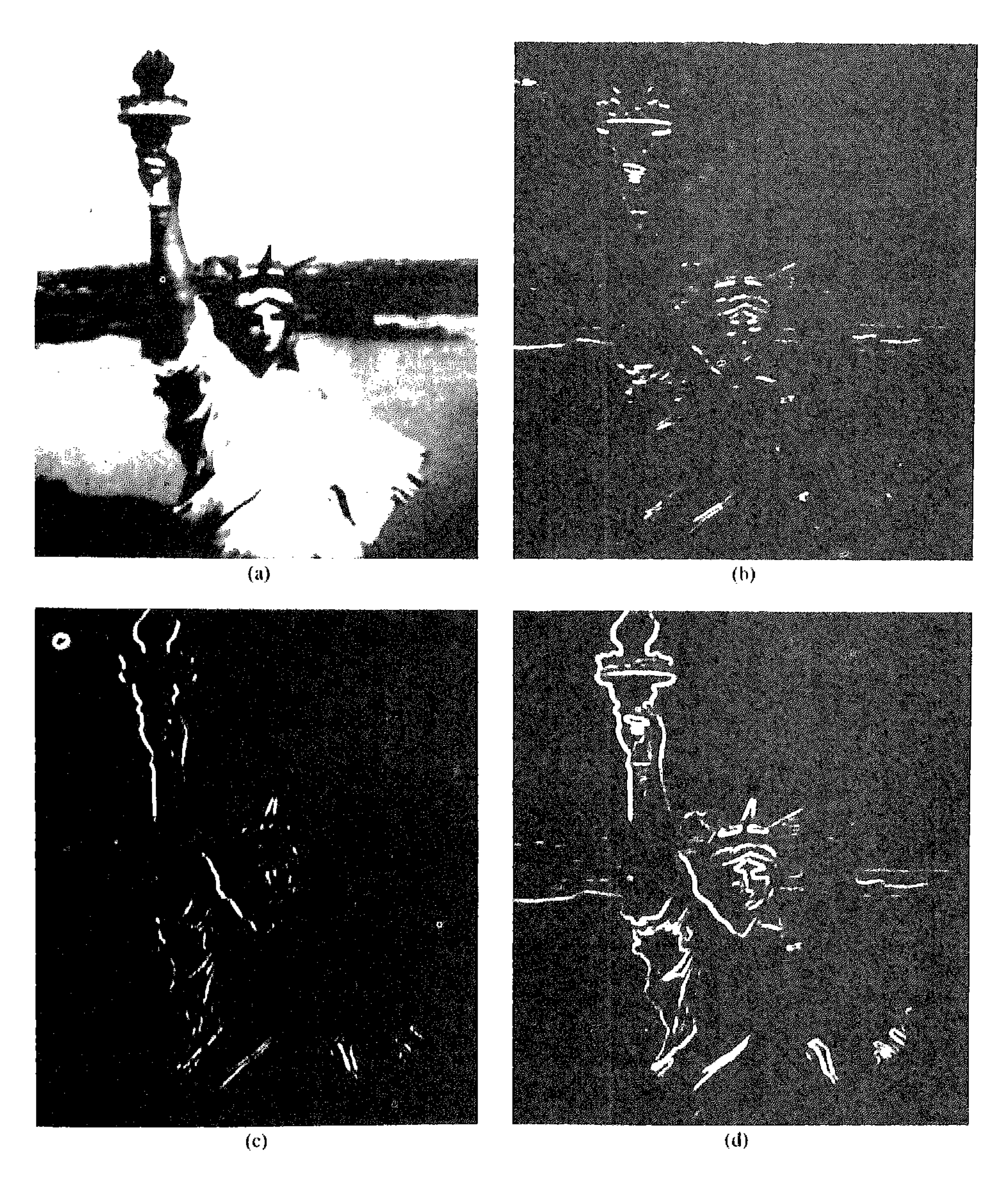
(b)

−1	0	1
−2	0	2
−1	0	1

(c)

الشكل 5.7(a) منطقة صورة ذات أبعاد 3 × 3. (b) نافذة تستعمل لحساب G_x في نقطة المركز للمنطقة ذات الأبعاد 3×3 . (c) نافذة لحساب G_y في تلك النقطة. كثيراً مايشار إلى هاتين النافذتين بعاملي صوبل المؤثرين Sobel operators.

مثال: يبين الشكل 6.7(a) صورة أصلية والشكل 6.7(b) نتيجة حساب G_x بالنافذة المبينة في الشكل 5.7(b). لاحظ قوة الاستجابة للحواف الأفقية مثل ضفة النهر في الخلفية، وضعف الاستجابة للحواف العمودية مثل تلك الحواف في الذراع الممدودة. لقد بين الشكل 6.7(c) النتيجة المعاكسة عندما حسب G_y باستعمال النافذة المبينة في الشكل 5.7(c). ان صورة التدرج التي حصل عليها بدمج النتيجتين بالمعادلة (1.7 − 8) مبينة في الشكل 6.7(d).



الشكل 6.7(a) صورة أصلية. (b) نتيجة تطبيق النافذة المبينة في الشكل 5.7(b) للحصول على G_x. (c) نتيجة استعمال النافذة المبينة في الشكل 5.7(c) للحصول على G_y . (c) صورة التدرج الكاملة التي حصل عليها باستعمال المعادلة (1.7 − 8).

من المهم أن نشير إلى أن المعادلتين (1.7 − 11) و (1.7 − 12) هما حالتان خاصتان من التشكيل العام المعطى بالمعادلة (1.7 − 3). وهكذا، فإذا كان x متجها يحتوي قيم العناصر المبينة في الشكل 5.7(a) يكون لدينا

$$G_x = \mathbf{w}_1'\mathbf{x} \qquad (13-1.7)$$

و

$$G_y = \mathbf{w}_2'\mathbf{x}, \qquad (14-1.7)$$

حيث ان $\mathbf{w}_1$ و $\mathbf{w}_2$ هما المتجهان اللذان يحتويان على معاملات النافذتين المبينتين في الشكلين 5.7(b) و (c) ، على التوالي. يصبح التشكيلان اللذان أعطيا بالمعادلتين (1.7 − 8) و (1.7 − 9) عندئذ

$$G[f(x, y)] = [(\mathbf{w}_1'\mathbf{x})^2 + (\mathbf{w}_2'\mathbf{x})^2]^{1/2} \qquad (15-1.7)$$

و

$$G[f(x, y)] \approx |\mathbf{w}_1'\mathbf{x}| + |\mathbf{w}_2'\mathbf{x}|, \qquad (16-1.7)$$

اللذان هما، بالطبع، مكافئان تماما لهاتين المعادلتين.

عامل لابلاس المؤثر Laplacian operator

ان عامل لابلاس هو عامل مؤثر مشتق من الدرجة الثانية ويعرف كما يلي

$$L[f(x, y)] = \partial^2 f/\partial x^2 + \partial^2 f/\partial y^2. \qquad (17-1.7)$$

بالرجوع إلى الشكل 5.7(a) ، نعرف عامل لابلاس الرقمي Laplacian digital في نقطة ما (x, y) ذات سوية رمادية x_5 كما يلي

$$L[f(x, y)] = x_2 + x_4 + x_6 + x_8 - 4x_5. \qquad (18-1.7)$$

يمكن تنفيذ هذه العملية بطي النافذة المبينة في الشكل 7.7 مع صورة ما$f(x, y)$. إذا تم تشكيل متجه w من معاملات هذه النافذة، نستطيع التعبير عن معامل لابلاس بشكل اتجاهي vector form:

$$L[f(x, y)] = \mathbf{w}'\mathbf{x}, \qquad (19-1.7)$$

حيث للمتجه x نفس المعنى الذي أخذه في الأقسام السابقة. لاحظ أن عامل

لابلاس يساوي الصفر في المناطق الثابتة وفي قسم الانحدار ramp section للحافة، كما هو متوقع من مشتق الدرجة الثانية.

0	1	0
1	−4	1
0	1	0

الشكل 7.7 نافذة تستعمل لحساب معامل لابلاس.

على الرغم من أن معامل لابلاس، وكما أشرنا في القسم 3.1.7 ، يستجيب للانتقالات في الشدة intensity فانه نادرا مايستخدم وحده لكشف الحافة. ان السبب هو أنه نتيجة كون معامل لابلاس عاملا مؤثرا من الدرجة الثانية، فانه نموذجيا حساس بشكل غير مقبول للضجيج. وهكذا فان هذا العامل المؤثر يستعمل للدور الثانوي الذي يخدم فيه ككاشف لتأسيس ما إذا كان عنصر معين يقع في الجانب العاتم أو في الجانب الفاتح للحافة. ان فائدة هذه الخاصة موضحة في القسم 3.5.7.

4.1.7 الكشف المركب combined detection

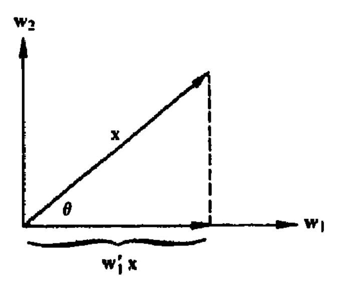
ان للتشكيل الاتجاهي vector formulation لكشف النقاط والخطوط والحواف مزية هامة هي أنه يمكن أن يستعمل لكشف تركيبات combinations من هذه الخصائص باستعمال تقنية طورها فري وتشين عام 1977 (Frei and Chen 1977). لكي نرى كيف يمكن انجاز ذلك، لنأخذ نافذتين افتراضيتين بثلاث مركبات فقط. في هذه الحالة، سيكون لدينا متجهان $\mathbf{w}_1$ و $\mathbf{w}_2$ ثلاثيا−الأبعاد. بافتراض أن $\mathbf{w}_1$ و $\mathbf{w}_2$ متعامدان ومقيسان بحيث يكون مطالهما مقدار الوحدة unity magnitude ، يكون لدينا أن الحدين $\mathbf{w}_1'\mathbf{x}$ و $\mathbf{w}_2'\mathbf{x}$ يساويان مسقطي $\mathbf{x}$ على المتجهين $\mathbf{w}_1$ و $\mathbf{w}_2$ ، على التوالي. ينتج ذلك من حقيقة أنه، من أجل $\mathbf{w}_1$ ،

$$\mathbf{w}_1'\mathbf{x} = \|\mathbf{w}_1\|\,\|\mathbf{x}\| \cos \theta, \qquad (20-1.7)$$

حيث ان θ هي الزاوية بين المتجهين. ولأن $\|\mathbf{w}_1\| = 1$ يكون،

$$\|\mathbf{x}\| \cos \theta = \mathbf{w}_1'\mathbf{x}, \qquad (21-1.7)$$

الذي هو مسقط x على w_1 (انظر الشكل 8.7). هذا وتسري تعليقات مشابهة على w_2.



الشكل 8.7 مسقط x على متجه الوحدة w_1.

افترض الآن أن لدينا ثلاثة متجهات متعامدة مطالها يساوي مطال الوحدة، w_1, w_2, w_3 تقابل ثلاث نوافذ كل منها ذات ثلاث نقاط. ان الجداءات $w_1'x, w_2'x, w_3'x$ تمثل مساقط x على المتجهات w_1, w_2, w_3. وحسب مناقشتنا السابقة، تمثل هذه المتجهات أيضا الاستجابات الافرادية للنوافذ الثلاثة. افترض أن النافذتين 1 و 2 هما من أجل الخطوط وأن النافذة 3 هي من أجل النقاط. من المعقول أن نسأل: هل المنطقة الممثلة بـ x أكثر شبها بخط أم أكثر شبها بنقطة؟ نظرا لأنه يوجد متجهان يمثلان خطوطا ونحن مهتمون فقط بخصـائص الخطوط لـ x ، وليس بنوع الخط الموجود، نستطيع أن نجيب على هذا السؤال باسقاط x على الحيز الفرعي لـ w_1 و w_2 (الذي هو في هذه الحالة مستو) وأيضا على w_3. ان الزاوية بين x و كل واحد من هذين المسقطين ستدلنا على ما إذا كان x أقرب إلى حيز الخط أم إلى حيز النقطة الفرعيين . يمكن أن نرى ذلك من الترتيب الهندسي المبين في الشكل 9.7. ان مقدار مسقط x على المستوي المحدد بـ w_1 و w_2 يعطى بالكمية التالية

$$[(w_1'x)^2 + (w_2'x)^2]^{1/2}$$

في حين أن مقدار x (أي القيمة اللااتجاهية norm) يكون

$$\|x\| = [(w_1'x)^2 + (w_2'x)^2 + (w_3'x)^2]^{1/2}. \qquad (22-1.7)$$

ان الزاوية بين x ومسقطه هي

$$\theta = \cos^{-1}\left\{ \frac{[(\mathbf{w}_1'\mathbf{x})^2 + (\mathbf{w}_2'\mathbf{x})^2]^{1/2}}{[(\mathbf{w}_1'\mathbf{x})^2 + (\mathbf{w}_2'\mathbf{x})^2 + (\mathbf{w}_3'\mathbf{x})^2]^{1/2}} \right\}$$

$$= \cos^{-1}\left\{ \frac{\left[\sum_{i=1}^{2} (\mathbf{w}_i'\mathbf{x})^2 \right]^{1/2}}{\left[\sum_{j=1}^{3} (\mathbf{w}_j'\mathbf{x})^2 \right]^{1/2}} \right\} \qquad (23-1.7)$$

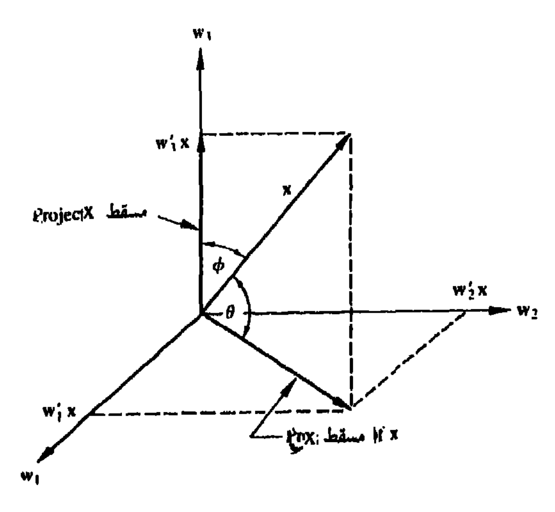
$$= \cos^{-1}\left\{ \frac{1}{\|\mathbf{x}\|} \left[\sum_{i=1}^{2} (\mathbf{w}_i'\mathbf{x})^2 \right]^{1/2} \right\},$$

حيث أتت الخطوة الأخيرة من المعادلة (1.7 - 22). إن تطويراً مشابهاً سيؤدي إلى زاوية المسقط على حيز $\mathbf{w}_3$ الفرعي:

$$\phi = \cos^{-1}\left\{ \frac{1}{\|\mathbf{x}\|} \left[\sum_{i=3}^{3} (\mathbf{w}_i'\mathbf{x})^2 \right]^{1/2} \right\} \qquad (24-1.7)$$

$$= \cos^{-1}\left\{ \frac{1}{\|\mathbf{x}\|} |\mathbf{w}_3'\mathbf{x}| \right\}.$$

وهكذا، إذا كانت $\phi > \theta$، نقول ان المنطقة الممثلة بـ $\mathbf{x}$ أقرب إلى خواص الخط منها إلى خواص النقطة.



الشكل 9.7 مساقط $\mathbf{x}$ على حيز فرعي (مستو) محدد بـ $\mathbf{w}_1$ و $\mathbf{w}_2$، وعلى الحيز الفرعي $\mathbf{w}_3$.

إذا أخذنا الآن نافذة أبعادها 3×3 ، تصبح المسألة تساعية- الأبعاد 9-dimensional ولكن المفاهيم المذكورة أعلاه ماتزال سارية المفعول. ولكننا نحتاج إلى متجهات متعامدة تساعية-الأبعاد لتكوّن أساساً كاملاً. ان المتجهات المبينة في الشكل 10.7 (اقترحت من قبل فري وتشين 1977) تحقق هذا الشرط. النوافذ الأربعة الأولى ملائمة لكشف الحواف، والمجموعة الثانية من أربع نوافذ تمثل نوافذ ملائمة لكشف الخطوط، والنافذة الأخيرة (أضيفت لتكميل الأساس) تتناسب مع متوسط العناصر في منطقة الصورة التي تقع النافذة فيها.

فإذا أعطينا منطقة أبعادها 3×3 ممثلة بـ x ، وبافتراض أن المتجهات w_i ، من أجل i=1,2,...,9 قد قيّست، يكون لدينا من المناقشة المذكورة أعلاه أن

$$p_e = \left[\sum_{i=1}^{4} (\mathbf{w}_i'\mathbf{x})^2 \right]^{1/2} \qquad (25-1.7)$$

$$p_l = \left[\sum_{i=5}^{8} (\mathbf{w}_i'\mathbf{x})^2 \right]^{1/2} \qquad (26-1.7)$$

و

$$p_a = |\mathbf{w}_9'\mathbf{x}|, \qquad (27-1.7)$$

حيث ان p_e ، p_l ، p_a هي مقادير مساقط x على كل من حيز الحافة والخط والحيز الفرعي المتوسط، على التوالي.

بشكل مشابه، لدينا

$$\theta_e = \cos^{-1}\left\{ \frac{1}{\|\mathbf{x}\|} \left[\sum_{i=1}^{4} (\mathbf{w}_i'\mathbf{x})^2 \right]^{1/2} \right\} \qquad (28-1.7)$$

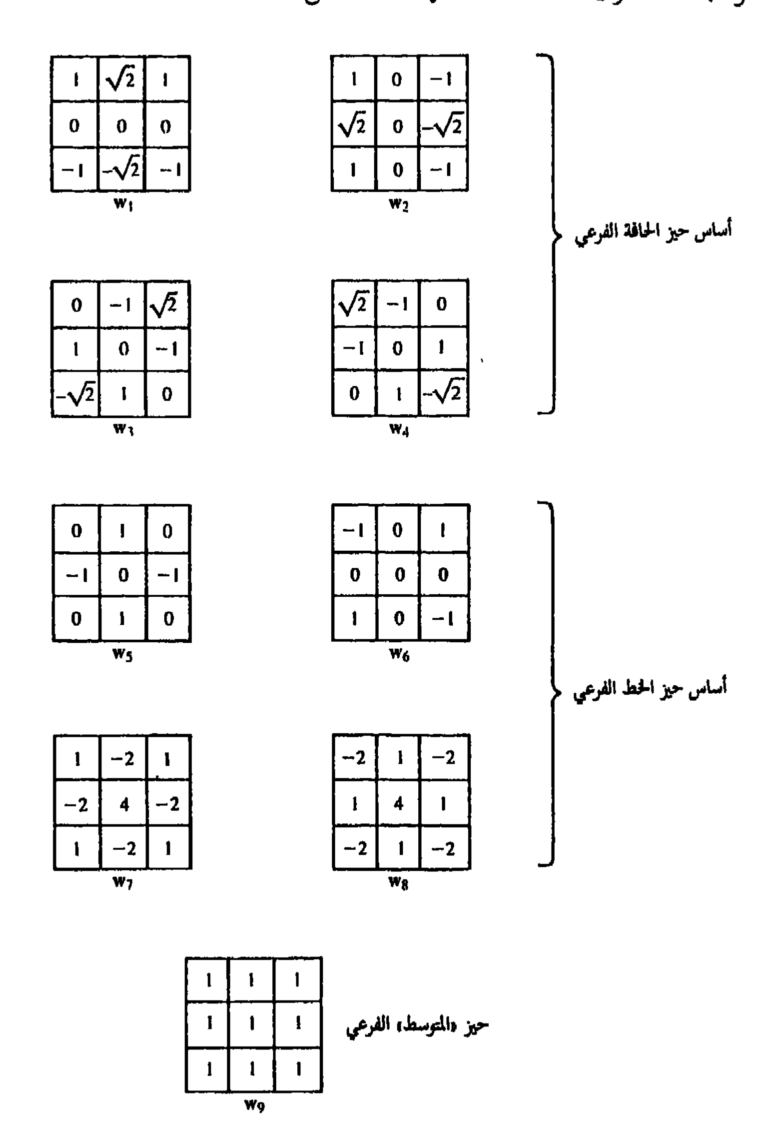
$$\theta_l = \cos^{-1}\left\{ \frac{1}{\|\mathbf{x}\|} \left[\sum_{i=5}^{8} (\mathbf{w}_i'\mathbf{x})^2 \right]^{1/2} \right\} \qquad (29-1.7)$$

و

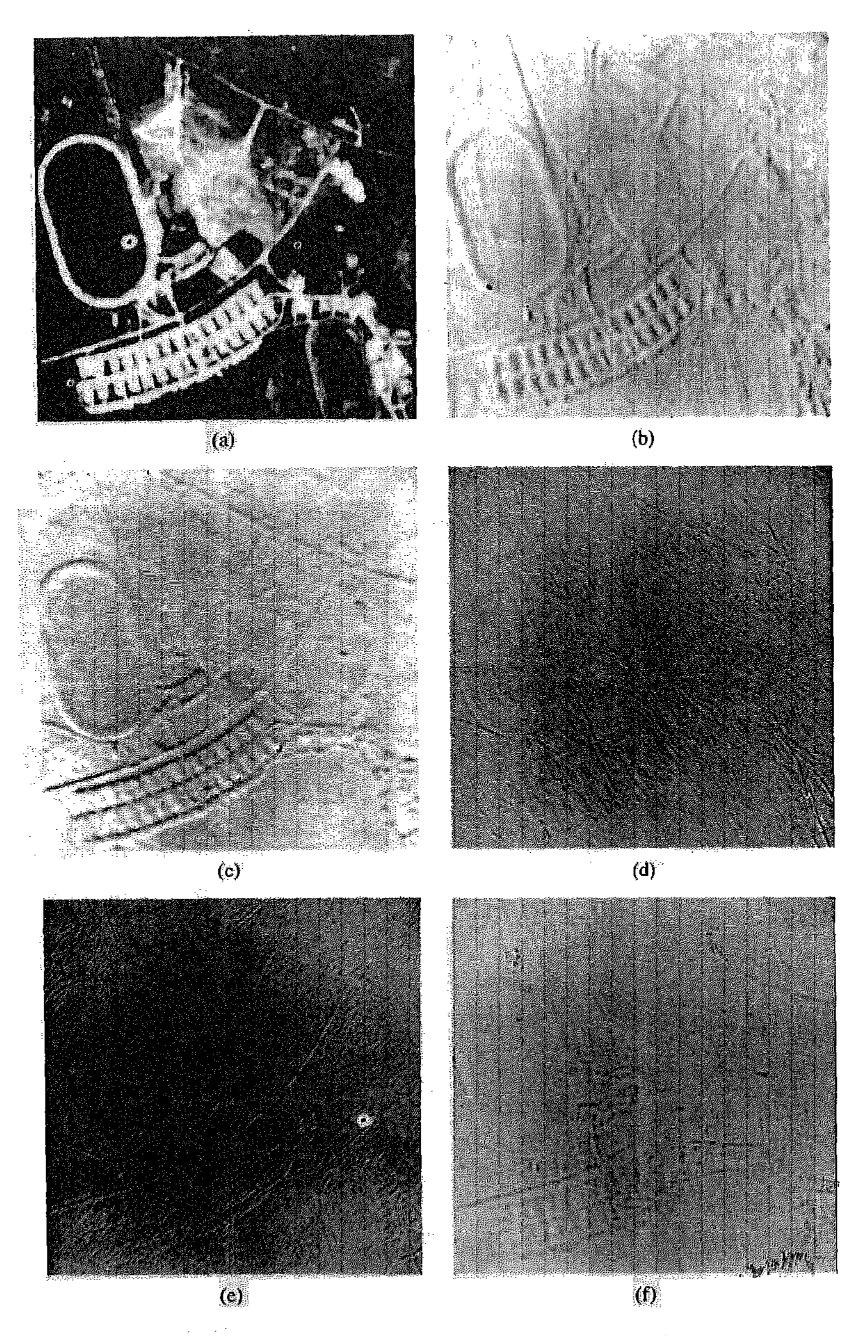
$$\theta_a = \cos^{-1}\left\{ \frac{1}{\|\mathbf{x}\|} |\mathbf{w}_9'\mathbf{x}| \right\}, \qquad (30-1.7)$$

حيث ان $\theta_e, \theta_l, \theta_a$ هي الزوايا بين x ومساقطه على كل من حيز الحافة والخط والمتوسط

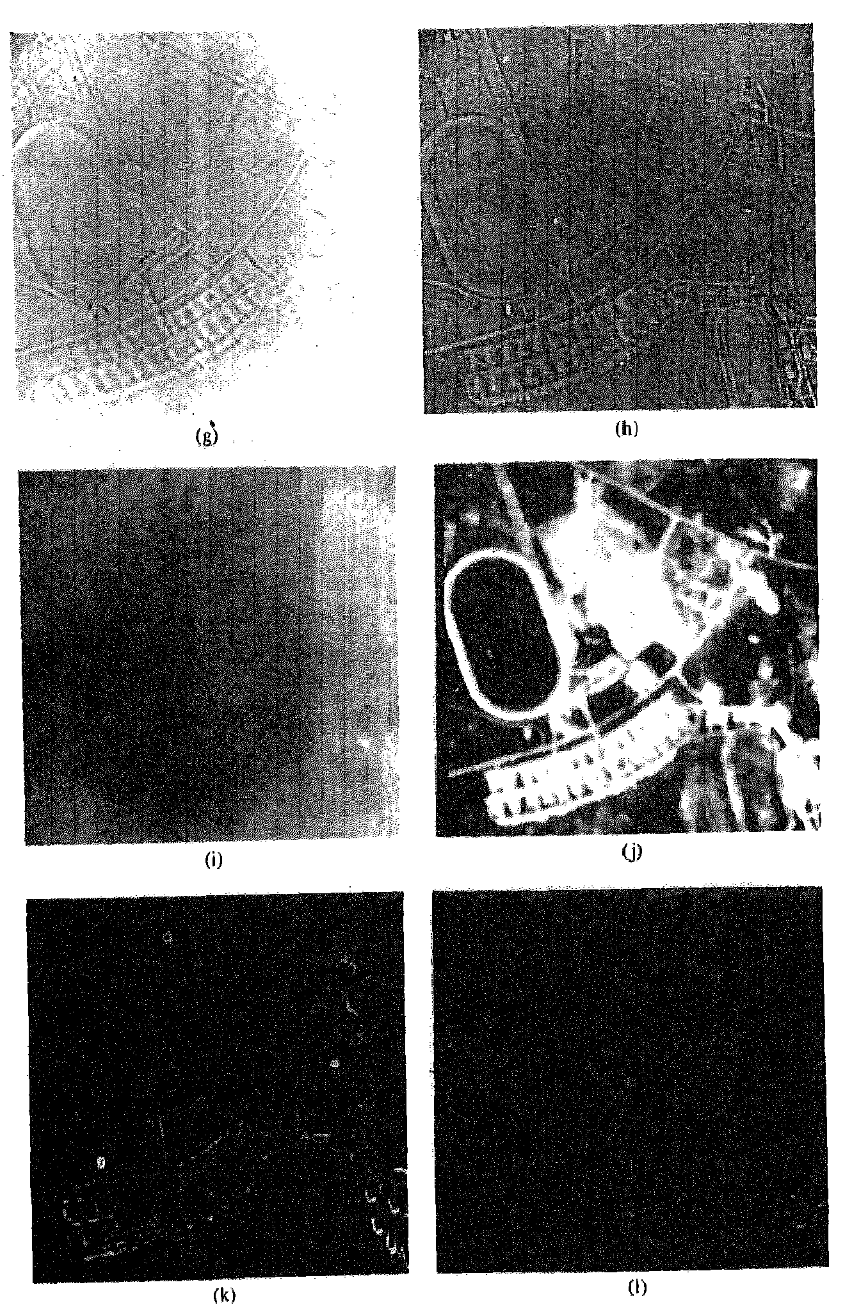
الفرعي، على التوالي. ان هذه المفـاهيم قابلة بالطبع للتمديد مبـاشرة لتشمل الأسس والأبعاد الأخرى، مادامت متجهات الأساس base vectors متعامدة.



الشكل 10.7 نوافذ متعامدة (عن فري وتشين 1977).



الشكل 11.7(a) صورة أصلية. (b) حتى (f) المساقط على الحيز الفرعي لكل من w_1, w_2, w_3, w_4, w_5، على التوالي. (عن هال وفري 1977).



الشكل 11.7 (تتمة) . (g) حتى (j) هي المساقط على كل من حيز w_6, w_7, w_8, w_9 ، الفرعي. (k) هو مقدار المسقط على حيز الحافة الفرعي. (l) هو مقدار المسقط على حيز الخط الفرعي (عن هال وفري 1976).

مثال: ان الصورة المبينة في الشكل 11.7 هي صورة جوية لموقع ملعب (ستاد) كرة قدم، أبعاده 256×256 . ان الأشكال 11.7(b) حتى 11.7(j) هي مقادير المساقط على متجهات الأساس الافرادية التي تم الحصول عليها باستعمال كل من النوافذ المبينة في الشكل 10.7 ، حيث يحسب لكل موضع للنافذة رقم i قيمة عنصر تساوي $|w_i^T x|$. يبين الشكل 11.7(k) مقادير المساقط على حيز الحافة الفرعي [المعادلة (1.7 – 25)]، وقد تم تكوين الشكل 11.7(l) من مقادير المساقط على حيز الخط الفرعي [المعادلة (1.7 – 26)] . في هذا المثال، تم الحصول على أفضل النتائج من مساقط حيز الحافة، مما يشير إلى محتوى عال من الحواف في الصورة.

2.7 ربط الحواف و كشف الحدود edge linking and boundary detection

ان التقنيات التي نوقشت في القسم السابق تكشف انقطاعات الشدة intensity discontinuities. مثالياً، ستعطي هذه التقنيات العناصر الواقعة على الحدود بين الأجسام والخلفية فقط. عمليا ، يندر أن تميز هذه العناصر حافة ما بشكل كامل بسبب الضجيج والانقطاعات في الحدود بسبب الانارة غير المنتظمة وآثار أخرى تقدم انقطاعات زائفة في الشدة. ولذلك فان خوارزميات كشف الحواف تتبع نموذجيا بربط الحواف وباجراءات كشف حواف أخرى تصمم خصيصا لتجميع نقاط الحافة في مجموعة مفيدة من حدود الجسم. سندرس في الأقسام التالية عدة تقنيات ملائمة لهذا الغرض.

1.2.7 التحليل الموضعي local analysis

إن إحدى أبسط الطرق لربط linking نقاط الحافة هي تحليل خواص العناصر في جوار صغير (3×3 أو 5×5 على سبيل المثال) حول كل نقطة (x, y) من الصورة خضعت لعملية كشف الحافة. فتربط جميع النقاط المتشابهة (كما هو معرف أدناه) ، لتكوين حافة من عناصر تشترك في بعض الخصائص العامة. ان الخاصتين الرئيستين

اللتين تستعملان لتأسيس تشابه عناصر الحافة في هذا النوع من التحليل هما (1) قوة استجـابة عامل التدرج المؤثر المستعمل لانتاج عنصر الحافة، و (2) اتجاه التدرج. تعطى الخاصة الأولى بقيمة $G[f(x, y)]$ كما هي معرفة بالمعادلة (1.7 – 8) أو المعادلة (1.7 – 9). لذلك، نقول ان عنصر حافة احداثييه (x', y') ويقع في جوار (x, y) المحدد مسبقاً، مشابه في المقدار للعنصر الواقع في (x, y) إذا كان

$$|G[f(x, y)] - G[f(x', y')]| \leqslant T, \qquad (1-2.7)$$

حيث ان T هي عتبة.

يعطى اتجاه متجه التدرج بالمعادلة (1.7 – 10). نقول عندئذ ان عنصر حافة ما يقع في جوار (x, y) المحدد مسبقا، له زاوية شبيهة بزاوية العنصر الواقع في (x', y') إذا كان

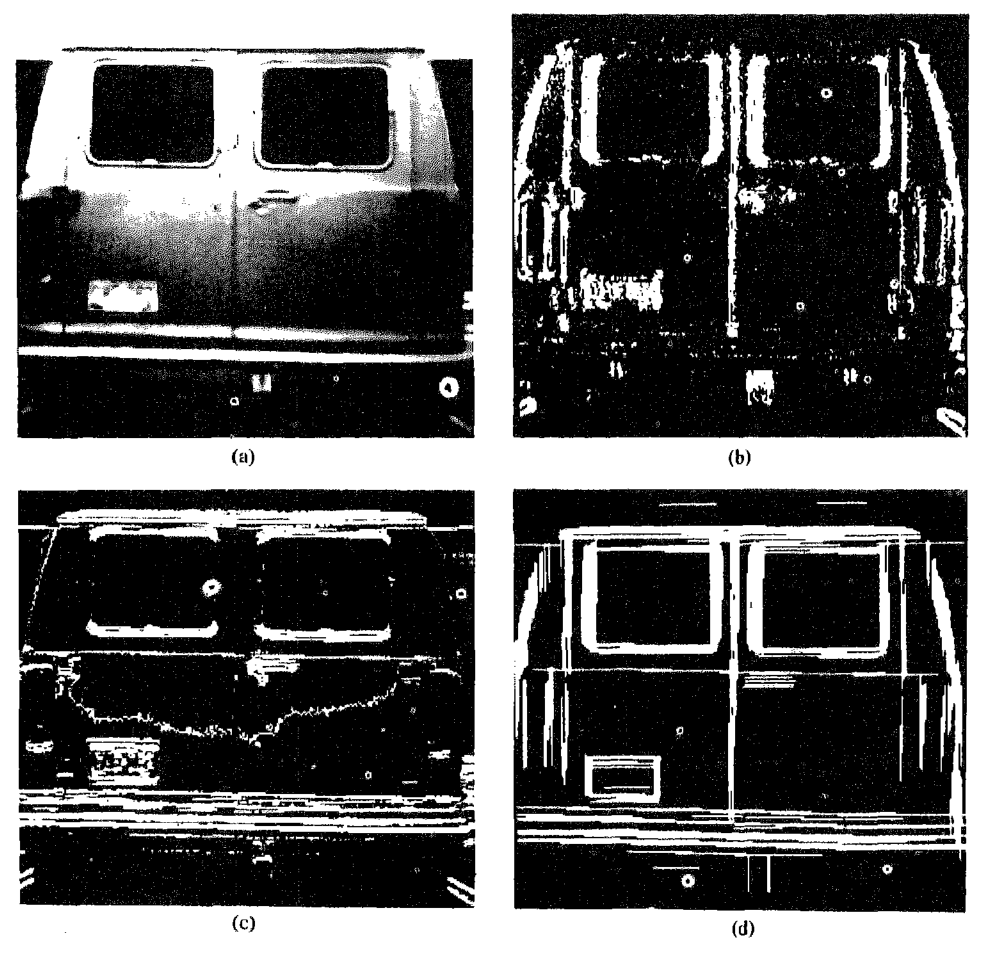
$$|\alpha(x, y) - \alpha(x', y')| < A, \qquad (2-2.7)$$

حيث ان A هي عتبة زاوية. لاحظ أن اتجاه الحافة في (x, y) هو، في حقيقة الأمر، عموديا على اتجاه متجـه التدرج في تلك النقطـة. ولكن، لغرض مقارنة الاتجاهات، تعطي المعادلة (2.7 – 2) نتائج مكافئة.

بنـاءاً على المفاهيم السـابقة، نربط نقطة ما في جوار (x, y) محدد مسبقا مع العنصر الواقع في (x, y) إذا كان معيارا المقدار والاتجاه محققين. تكرر هذه العملية من أجل كل موضع في الصورة محتفظين بسجل للنقاط المربوطة مع تحرك مركز الجوار من عنصر لآخر. ان أحد اجراءات حفظ السجلات البسيطة هو أن نخصص سوية رمادية مختلفة لكل مجموعة من عناصر الحافة المربوطة.

مثال: كتوضيح للاجراء السابق، تأمل الشكل 12.7(a) ، الذي يبين صورة لمؤخرة عربة. ان الهدف هو ايجاد مستطيلات بأبعاد تجعلها مرشحات candidates ملائمة للوحات الرخصة licence plates. يمكن تكوين هذه المستطيلات بكشف الحواف الأفقية والعمودية القوية. يبين الشكلان 12.7(b) و (c) المركبات الأفقية والعمودية لعاملي صوبل المؤثرين المناقشين في القسم السابق. أخيرا، يبين الشكل 12.7(d) نتائج

ربط جميع النقاط التي كانت قيمة تدرجها أكبر من 25 وفي نفس الوقت لم تختلف قيم تدرجها بأكثر من 15. لقد تم تكوين الخطوط الأفقية بتطبيق هذين المعيارين بشكل تتابعي على كل صف من الشكل 12.7(c)، في حين أن مسحا تتابعيا لأعمدة الشكل 12.7(b) أنتج الخطوط العمودية. وتألفت المعالجة الاضافية من ربط أقسام الحواف المفصولة بانقطاعات صغيرة وحذف الأقسام القصيرة المعزولة.



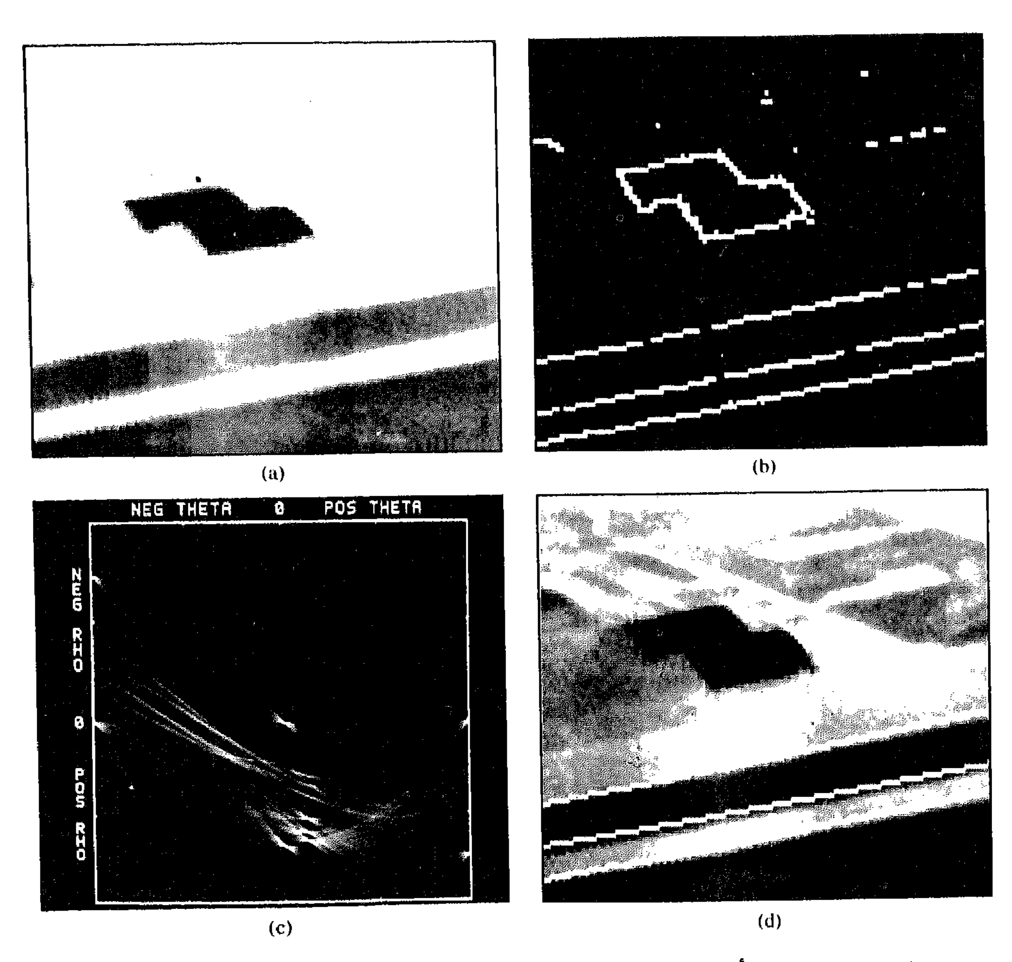
الشكل 12.7(a) صورة دخل. (b) المركبة الأفقية للتدرج. (c) المركبة العمودية للتدرج. (d) نتيجة ربط الحواف. (باذن من مؤسسة Perceptics).

2.2.7 تحليل اجمالي بوساطة تحويل هاف

global analysis via the Hough transform

سندرس في هذا القسم ربط النقاط بتحديد ما إذا كانت تقع على منحن ذي شكل محدد أم لا. خلافا لطريقة التحليل الموضعي التي نوقشت في القسم السابق، سندرس الآن العلاقة بين العناصر على أساس اجمالي باستعمال تحويل هاف الذي قدمناه في القسم 3.7. تتكون الطريقة من (1) حساب تدرج الصورة، (2) تحديد الأقسام الفرعية في المستوي (الشكل 32.3) ، (3) تفحص الأعداد counts الموجودة في خلايا المراكم من أجل تركيزات العناصر العالية، و (4) تفحص العلاقة (مبدئيا من أجل الاستمرارية) بين العناصر في خلية مختارة. ان مفهوم الاستمرارية في هذه الحالة يبني عادة على حساب المسافة بين العناصر التي يوجد أنها منفصلة عندما نمر traverse بمجموعة العناصر التابعة لخلية مراكم معطاة. يقال عن الفجوة في أية نقطة أنها هامة إذا زادت المسافة بين النقطة و جاراتها الأقرب على عتبة معينة (انظر القسم 4.2 من اجل مناقشة الاتصالية connectivity و الجوارات neighborhoods وقياسات المسافات .(distance measures

مثال: كتوضيح للمفاهيم التي ناقشناها للتو تأمل الشكل 13.7(a) الذي يبين صورة جوية بالأشعة تحت الحمراء تحتوي على حظيرتين (ملجأين) ومدرج للطائرات. الشكل 13.7(b) هو صورة التدرج المعتبة thresholded التي تم الحصول عليها باستعمال عاملي صوبل المؤثرين Sobel operators اللذين قدما في القسم 13.7 (لاحظ الفجوات الصغيرة في المدرج). الشكل 13.7(c) هو تحويل هاف الخطي لصورة التدرج، والشكل 13.7(d) يبين (بالأبيض) مجموعة العناصر التي تم ربطها تبعا للمعيارين التاليين (1) انها تتبع لاحدى خلايا المراكم الثلاثة ذات العدد الأعلى highest count و (2) لم توجد فجوات أكبر من خمسة عناصر. (لاحظ اختفاء الفجوات نتيجة الربط).



الشكل 13.7(a) صورة بالأشعة تحت الحمراء. (b) صورة التدرج. (c) تحويل هاف. (d) العناصر التي تم ربطها على أن تحقق معيارين محددين (انظر النص). (باذن من .D.R. Cate, Texas Instruments, Inc).

3.2.7 التحليل الاجمالي بواسطة تقنيات الرسم البياني النظري

global analysis via Graph – Theoretic techniques

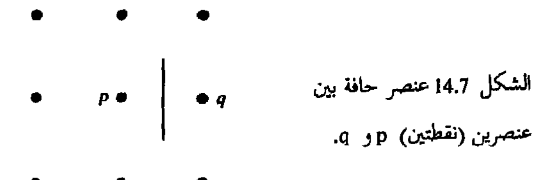
ان الطريقة التي نوقشت في القسم السابق مبنية على توفر مجموعة نقاط حافة تم الحصول عليها نموذجيا عبر عملية تدرج gradient operation. ونظرا لأن التدرج مشتق، يندر أن يكون ملائما كخطوة معالجة أولية في الحالات المميزة بمحتوى عال من

الضجيج. نناقش في هذا القسم طريقة اجمالية global approach مبنية على تمثيل أجزاء الحافة edge segments في صيغة بنية رسم بياني graph structure واستقصاء الرسم البياني grapgh من أجل الممرات المنخفضة الكلفة التي تتبع لحواف هامة. كما سنرى، يؤمن هذا التمثيل طريقة متينة حسنة الأداء في وجود الضجيج. كما يمكن أن نتوقع، فان الاجراء أكثر تعقيدا بكثير ويتطلب زمن معالجة أكبر من الطرق التي نوقشت حتى الآن.

نبدأ التطوير ببعض التعاريف الأساسية. ان الرسم البياني G(N,A) هو مجموعة N من العقد nodes محددة وغير خالية، مع مجموعة A من أزواج غير مرتبة من العناصر المميزة من N. يسمى كل زوج (n_i, n_j) من A قوسا arc. ان الرسم البياني الذي تكون فيه الأقواس موجهة يسمى "رسما بيانيا موجها" directed graph. إذا كان القوس موجها من العقدة n_i إلى الغقدة n_j يقال عندئذ ان n_j هي خلف successor للعقدة الوالدة n_i. ان عملية تعيين هوية(تحديد) العقد الخليفة لعقدة ما تسمى تمديد العقدة node expansion. في كل رسم بياني، سنحدد سويات معينة بحيث ان السوية 0 تتألف من عقدة واحدة، تسمى عقدة البداية، و تسمى العقد في السوية الأخيرة عقد الهدف goal nodes. يمكن أن تتم مصاحبة كل قوس (n_i, n_j) بكلفة $c(n_i, n_j)$.ان تتابع العقد $n_1, n_2, \ldots, n_k$ حيث تكون كل عقدة n_i خليفة لسابقتها العقدة n_{i-1} ، يسمى ممرا path من n_i إلى n_k ، وتعطى كلفة الممر بالمعادلة التالية

$$c = \sum_{i=2}^{k} c(n_{i-1}, n_i) \qquad (3-2.7)$$

أخيرا، نعرف عنصر الحافة edge element بأنه الحد بين عنصرين p و q بحيث تكون p و q من الجيران الأربعة 4-neighbors ، كما هو موضح في الشكل 14.7. وفي هذا السياق تكون الحافة تتابعا من عناصر الحافة.



الشكل 14.7 عنصر حافة بين عنصرين (نقطتين) p و q.

لتوضيح كيفية تطبيق المفاهيم السابقة على كشف الحواف، خذ الصورة ذات الأبعاد 3×3 و المبينة في الشكل 15.7 ، حيث ان الأرقام الخارجية هي احداثيات العناصر والأرقام داخل الأقواس تمثل الشدة intensity. نصاحب كل عنصر حافة محددة بعنصرين p و q مع الكلفة

$$c(p,q) = H - [f(p) - f(q)], \qquad (4-2.7)$$

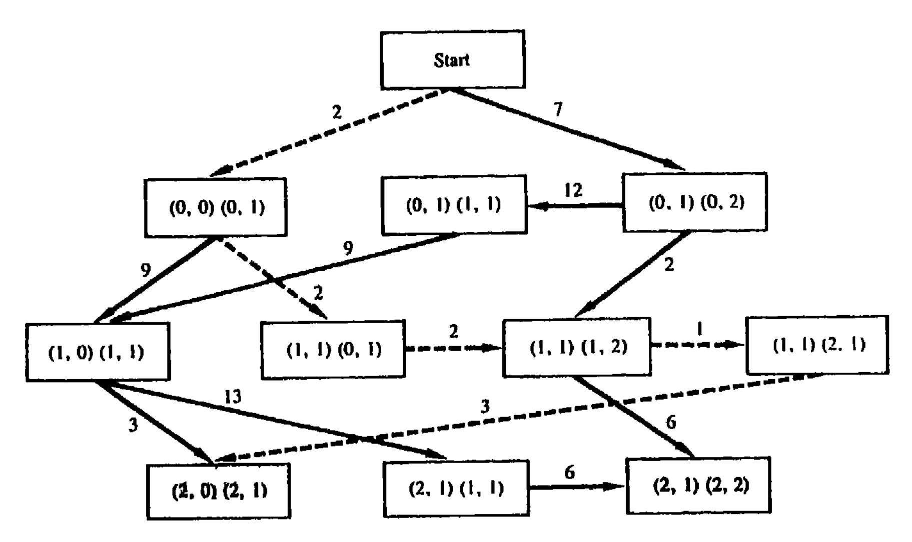
حيث ان H هي أعلى قيمة شدة في الصورة (7 في هذا المثال)، و f(p) هي قيمة شدة p و f(q) هي قيمة q. وكما أشرنا أعلاه فان p و q هما من الجيران الأربعة.

	0	1	2
0	• (7)	• (2)	• (2)
1	• (5)	• (7)	• (2)
2	• (5)	• (1)	• (0)

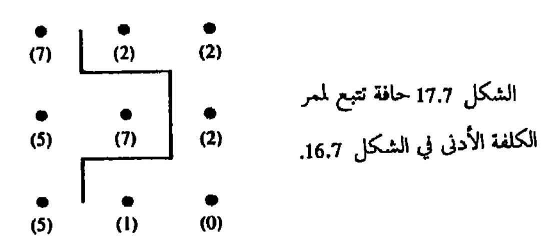
الشكل 15.7 صورة قياسها 3×3 .

ان الرسم البياني لهذه المسألة مبين في الشكل 16.7. تتبع كل عقدة في هذا الرسم لعنصر حافة، ويكون القوس موجودا بين عقدتين إذا كان عنصرا الحافة المقابلان المأخوذان بالتتابع يمكن أن يكونا جزءا من حافة. تبين كلفة كل عنصر حافة، محسوبة بالمعادلة (4-2.7)، بالقوس المؤدي اليها، وعقد الهدف مبينة بمستطيلات مظللة. ان كل ممر بين عقدة البداية و عقدة الهدف يمكن أن يكون حافة. من أجل التبسيط، فقد تم افتراض أن الحافة تبدأ في السطر الأعلى وتنتهي في السطر الأخير، بحيث يمكن أن يكون العنصر الأول من الحافة [(0,0),(0,1)] أو [(0,1),(0,2)] فقط، و يمكن أن يكون العنصر الأخير [(2,0),(2,1)] أو [(2,1),(2,2)] فقط. ان ممر الكلفة الأدنى minimum

cost path، محسوبا بالمعادلة (2.7–3) مبين بخط مقطع، والحافة المقابلة مبينة في الشكل 17.7.



الشكل 16.7 رسم بياني استعمل لايجاد حافة في صورة الشكل 17.7. يعود الزوج (a,b),(c,d) في كل صندوق إلى النقطتين p و q ، على التوالي. لاحظ أن p يفترض أن تكون إلى يمين الممر مع استقصاء الصورة من الأعلى إلى الأسفل . الخطوط المتقطعة تدل على ممرات الكلفة الأدنى. [اقتبست عن Martelli 1972].



الشكل 17.7 حافة تتبع لممر الكلفة الأدنى في الشكل 16.7.

بشكل عام، إن إيجاد ممر ذي كلفة–أدنى ليس أمراً بسيطاً من وجهة نظر حسابية. نموذجياً، الطريقة هي أن نضحي بالحالة المثلى من أجل السرعة، والخوارزمية المناقشة أدناه هي خوارزمية ممثلة representative لصنف من الاجراءات التي تستعمل الاستكشافات heuristics بغرض تخفيض جهد الاستقصاء search. لتكن r(n) تقدير لكلفة ممر الكلفة–الأدنى من عقدة البداية إلى عقدة الهدف، حيث يجبر الممر

على اجتياز n. يمكن التعبير عن هذه الكلفة كتقدير كلفة ممر الكلفة-الأدنى من s إلى n مضافا اليه تقدير لكلفة ذلك الممر من n إلى عقدة الهدف، أي أن،

$$r(n) = g(n) + h(n). \qquad (5-2.7)$$

هنا، يمكن اختيار g(n) على أنها الممر ذو الكلفة-الأدنى من s إلى n الذي وجد حتى الآن، و يتم الحصول على h(n) باستعمال أية معلومات استكشافية متوفرة (مثلا، تمديد عقد معينـة فقط بناءا على كلف سـابقة مؤدية إلى تلك العقدة). ان احدى الخوارزميات التي تستعمل r(n) كأساس لانجاز تقصي رسم بياني هي الخوارزمية التالية:

الخطوة الأولى: علّم عقدة البداية بـ OPEN واجعل g(s)=0.

الخطوة الثانية: إذا لم تكن أية عقدة OPEN اخرج مع الاخفاق failure ، و الاّ تابع.

الخطوة الثالثة: علّم بـ CLOSED العقدة n المعلمة بـ OPEN والتي تقديرها r(n) محسوبا بالمعادلة (5-2.7) هو الأصغر. (تقرر الروابط من أجل قيم r الأدنى بشكل اختياري ولكن دائما في صالح عقدة الهدف).

الخطوة الرابعة: إذا كانت n عقدة الهدف، اخرج مع الحصول على ممر الحل بالتتبع إلى الوراء عبر المؤشرات، والا تابع.

الخطوة الخامسة: مدد العقدة n ، مولدا جميع العقد الخليفة لها. (ان لم يكن هناك عقد خليفة، عد للخطوة 2).

الخطوة السادسة: إذا وجدت عقدة خليفة n_i غير معلمة، اجعل

$$r(n_i) = g(n) + c(n, n_i),$$

وعلمها بـ OPEN و وجه المؤشرات منها رجوعا إلى n.

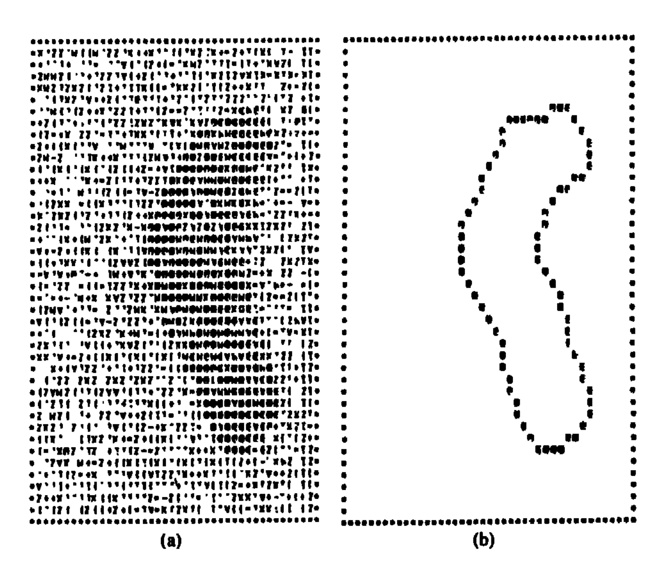
الخطوة السابعة: إذا وجدت عقدة خليفة n_i معلمة بـ CLOSED أو بـ OPEN ، حدّث update قيمتها بجعل .

$$g'(n_i) = \min[g(n_i), g(n) + c(n, n_i)].$$

علّم بـ OPEN تلك العقد الخليفة المعلمة بـ CLOSED و التي كانت قيمها ´g قد خفضت، و أعد توجيه المؤشرات من جميع العقد التي قد خفضت قيمها. اذهب إلى الخطوة 2.

بشكل عام، من غير المؤكد أن هذه الخوارزمية توجد الممر ذا الكلفة–الأدنى، بل ان مزيتها هي السرعة عن طريق استخدام الاستكشافات. ولكن يمكن أن يبين أنه إذا كانت h(n) حدا أدنى lower bound لكلفة ممر الكلفة–الدنيا minimal cost path من n إلى عقدة الهدف ، فان الاجراء سيوجد بدون شك ممرا أمثلا optimal path إلى الهدف (Hart, Nilson and Raphael 1968). إذا لم توجد أية معلومات استكشافية، (أي h=0) فان الاجراء يبسط إلى خوارزمية الكلفة المنتظمة Dijkestra) 1957).

مثال: يبين الشكل 18.7 نتيجة نموذجية يمكن الحصول عليها بهذا الاجراء. يبين الشكل 18.7(a) صورة مشوبة بالضجيج و الشكل 18.7(b) هو نتيجة تجزيء الحواف بتقصي الرسم البياني التابع لها، من أجل الممرات منخفضة الكلفة. لقد أجريت الاستكشافات بعدم تمديد تلك العقد التي تزيد كلفتها على عتبة معينة.



الشكل 18.7 صورة مشوبة بالضجيج. (b) نتيجة كشف الحواف باستعمال تقصي الرسم البياني الاستكشافي heuristic graph search.

3.7 التعتيب thresholding

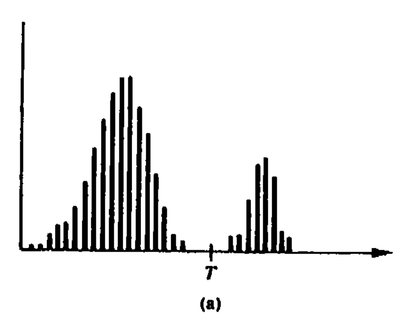
إن التعتيب هو أحد أهم طرائق تجزيء الصورة. نطور في هذا القسم عددا من تقنيات التعتيب ونناقش جدارة ومحدودية هذه الطرق.

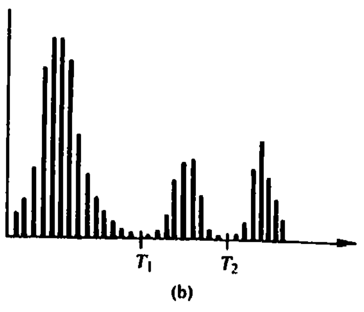
1.3.7 أساسيات foundations

افترض أن هيستوغرام السويات الرمادية المبين في الشكل 19.7(a) هو هيستوغرام صورة معينة، $f(x, y)$ ، مؤلفة من أجسام فاتحة light objects على خلفية عاتمة dark background بحيث تكون عناصر الأجسام والخلفية ذات سويات رمادية مجمعة في نمطين modes مهيمنين. ان احدى الطرق الواضحة لاستخلاص الأجسام من الخلفية هي اختيار عتبة T تفصل بين هذين النمطين. بعدئذ، تسمى أية نقطة (x, y) ، والتي تكون من أجلها $f(x, y) > T$ ، "نقطة جسم" object point ، وخلاف ذلك تسمى النقطة "نقطة خلفية" background point. و يبين الشكل 19.7(b) حالة أكثر عمومية لهذه الطريقة. في هذه الحالة، يتميز الهيستوغرام بثلاثة أنماط مهيمنة (مثلا، نوعان من الأجسام الفاتحة على خلفية عاتمة). هنا، نستطيع استخدام نفس الطريقة الأساسية وتصنيف نقطة ما (x, y) بأنها تتبع لصنف أحد الجسمين إذا كانت، $T_1 < f(x,y) \leqslant T_2$ ولصنف الجسم الآخر إذا كانت $f(x,y) > T_2$ ، وإلى الخلفية إذا كانت $f(x, y) \leqslant T_1$ ان هذا النوع من التعتيب متعدد السويات multilevel thresholding أقل وثوقية من مثيله وحيد- العتبة single thrshold بسبب صعوبة تأسيس عتبات متعددة تفصل بشكل فعال بين المناطق موضع الاهتمام، خصيصا عندما يكون عدد أنماط الهيستوغرام histogram modes كبيرا. نموذجيا، إذا تم التعامل مع مسائل من هذا النوع بالتعتيب فان أفضل طريقة للتعامل معها هي استخدام عتبة وحيدة متغيرة، كما هو مناقش لاحقا في هذا القسم.

بناءا على المفاهيم السابقة، يمكن أن ننظر إلى التعتيب كعملية تتضمن اختبارات مقابل (against) دالة ما T من الشكل التالي

$$T = T[x, y, p(x, y), f(x, y)], \qquad (1-3.7)$$





الشكل 19.7 هيستوغرامي سويات رمادية يمكن أن يجزءا بـ (a) عتبة وحيدة، و (b) عتبات متعددة.

حيث ان $f(x, y)$ هي السوية الرمادية للنقطة (x, y) ، و $p(x, y)$ تشير إلى خاصة موضعية ما للنقطة – مثلا، متوسط السوية الرمادية لجوار يقع مركزه في (x, y). نكوّن صورة معتبة thresholded image, $g(x, y)$ بتعريف ما يلي

$$g(x, y) = \begin{cases} 1 & \text{if} f(x, y) > T \\ 0 & \text{if} f(x, y) \leq T \end{cases} \qquad (2-3.7)$$

وهكذا، فبتفحص $g(x, y)$ ، نجد أن جميع العناصر ذات القيمة 1 (أو أية سوية شدة أخرى ملائمة) تابعة للأجسام، في حين أن جميع العناصر ذات القيمة "0" تتبع للخلفية.

عندما تعتمد T على $f(x, y)$ فقط، تسمى العتبة عتبة اجمالية global. (يبين الشكل 19.7(a) مثالاً لهذا النوع من العتبات). إذا كانت T تعتمد على كل من $f(x, y)$ و $p(x, y)$ تسمى العتبة عندئذ عتبة موضعية local threshold. أما إذا كانت العتبة تعتمد بالاضافة إلى ذلك على الاحداثيين الحيزيين x و y ، فتسمى عندئذ عتبة ديناميكية dynamic threshold.

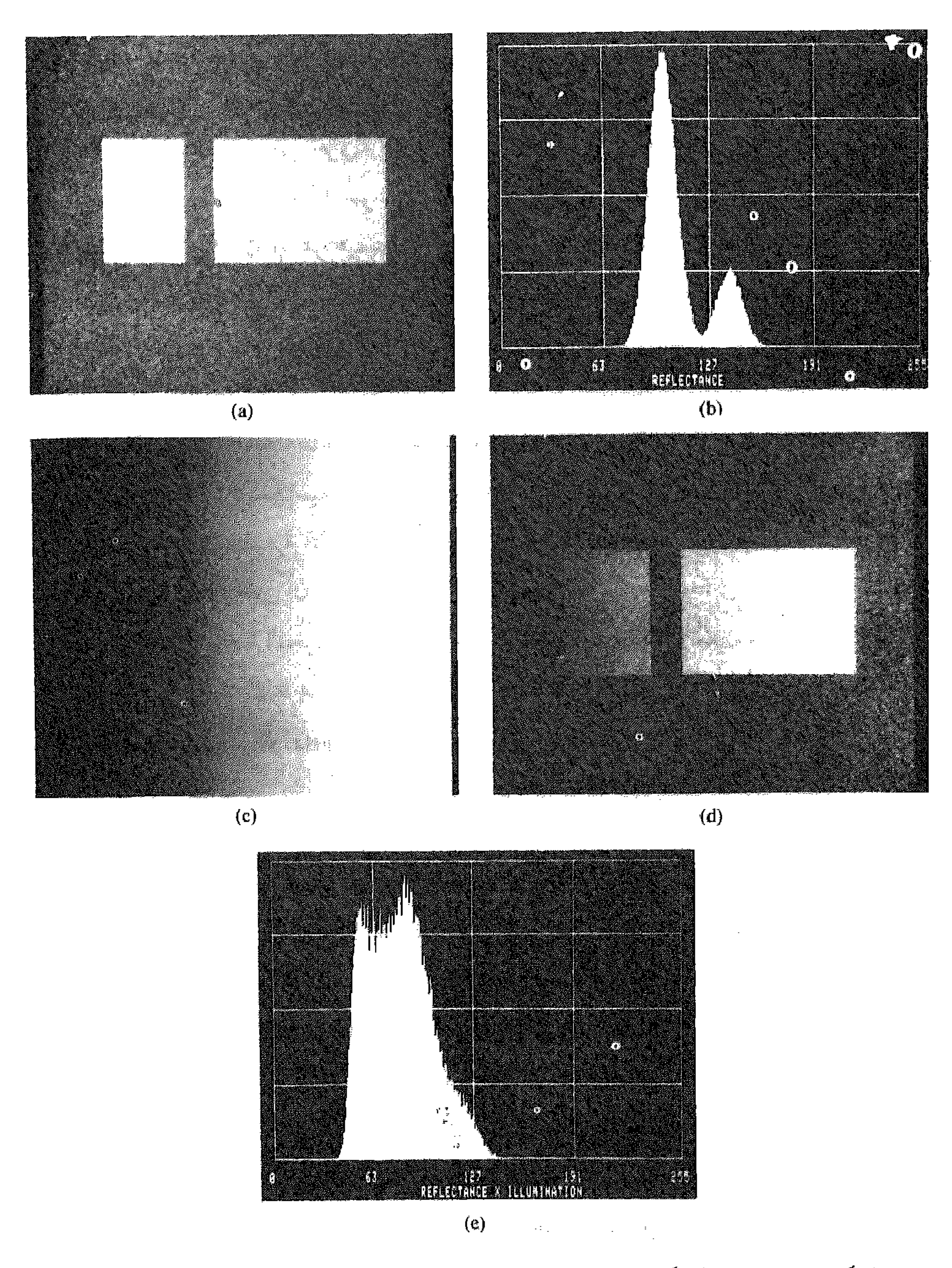
2.3.7 دور الانارة the role of illumination

بالرجوع إلى المناقشة الواردة في القسم 2.2 ، يمكن أن ننظر إلى تشكل صورة ما بأنه جداء مركبة انعكاسية $r(x, y)$ ومركبة انارة $i(x, y)$. ان الغرض من هذا القسم هو

مناقشة تأثير الانارة على تجزيء الصورة بايجاز. كمقدمة لهذه المسألة، تأمل دالة الانعكاسية المولدة بواسطة الحاسوب في الشكل (20.7). ان هيستوغرام هذه الدالة المبين في الشكل 20.7(b) هو هيستوغرام ثنائي النمط bimodal و يمكن أن يجزأ بسهولة بوضع عتبة واحدة في وادي الهيستوغرام. افرض أننا نضرب دالة الانعكاسية المبينة في الشكل 20.7(a) بدالة الانارة المبينة في الشكل 20.7(c) لتعطي الصورة $f(x, y)$ المبينة في الشكل 20.7(d). ان هيستوغرام هذه الصورة مبين في الشكل 20.7(e). لاحظ أن الوادي الأصلي قد حذف ظاهريا مما يجعل التجزيء بعتبة وحيدة مهمة مستحيلة. على الرغم من أن دالة الانعكاسية ذاتها ليست متوفرة لدينا لنتعامل معها، فان هذا المثال البسيط يوضح أن طبيعة الأجسام والخلفية يمكن أن تكون بحيث تجعلهما قابلين للفصل بسهولة، في حين أن الصورة الناتجة عن انارة رديئة (غير منتظمة في هذه الحالة) يمكن أن تكون صعبة التجزيء للغاية. ان سبب افساد الهيستوغرام المبين في الشكل 20.7(e) إلى درجة كبيرة يمكن شرحه بمساعدة المناقشة الواردة في القسم 5.4. بأخذ اللوغاريتم الطبيعي لـ $f(x, y) = i(x, y)\, r(x, y)$ ينتج المجموع.

$$z(x, y) = \ln f(x, y) = \ln i(x, y) + \ln r(x, y) = i'(x, y) + r'(x, y).$$

نحن نعلم من نظرية الاحتمالات (Papolis 1965) أنه إذا كانت $i'(x, y)$ و $r'(x, y)$ متحولين عشوائيين مستقلين، فان هيستوغرام $z(x, y)$ يعطى بطي هيستوغرامي $i'(x, y)$ و $r'(x, y)$. إذا كانت $i(x, y)$ ثابتة فان $i'(x, y)$ ستكون ثابتة أيضا، وسيكون هيستوغرامها نتوءا بسيطا spike (مثل نبضة). ان طي هذه الدالة الشبيهة بالنبضة مع هيستوغرام $r'(x, y)$ سيترك الشكل الأساسي لهذا الهيستوغرام عمليا بدون تغيير (انظر الشكل 15.3). ومن جهة أخرى، إذا كانت $i'(x, y)$ ذات هيستوغرام أعرض (ناتج عن انارة غير منتظمة) فان الطي سيلطخ smear هيستوغرام $r'(x, y)$ منتجا هيستوغراما لـ $z(x, y)$ يمكن أن يكون شكله مختلفا تماما عن شكل هيستوغرام $r'(x, y)$. ان درجة التشوه تعتمد على عرض هيستوغرام $i'(x, y)$ والذي بدوره يعتمد على عدم انتظام دالة الانارة.



الشكل 20.7 (a) دالة الانعكاسية مولدة بالحاسوب. (b) هيستوغرام دالة الانعكاسية. (c) صورة أنتجت بجداء دالتي الانارة والانعكاسية. (d) هيستوغرام الصورة.

لقد تعاملنا في المناقشة السابقة مع لوغاريتم $f(x, y)$ بدلا من التعامل مع دالة الصورة مباشرة. ولكن جوهر المسألة قد شرح بوضوح باستعمال اللوغاريتم لفصل مركبتي الانارة والانعكاسية. وهذا ماساعدنا على النظر إلى تكوين الهيستوغرام كعملية طي شارحين بذلك كيف يمكن أن يحذف واد واضح في هيستوغرام دالة الانعكاسية بواسطة انارة غير صحيحة. عندما يكون الوصول إلى منبع الانارة متوفرا، فان أحد الحلول الذي يستعمل غالبا في التطبيق العملي هو اسقاط نمط الانارة على سطح عاكس أبيض ثابت. وهذا مايعطي صورة $g(x, y) = ki(x, y)$ ، حيث ان k هو ثابت يعتمد على السطح و $i(x, y)$ هي نمط الانارة. بعدئذ، من أجل أية صورة $f(x, y) = i(x, y)\ r(x, y)$ يحصل عليها بنفس دالة الانارة، نقسم، ببساطة، $f(x, y)$ على $g(x, y)$ لتنتج دالة مقيسة $h(x, y) = f(x, y)/g(x, y) = r(x, y)/k$.

وهكذا فإذا كان بالامكان تجزيء $r(x, y)$ باستعمال عتبة واحدة T ، يمكن عندئذ تجزيء $h(x, y)$ أيضا باستعمال عتبة واحدة قيمتها T/k.

لاحظ أن هذه الطريقة تعمل بشكل جيد فقط إذا كان نمط الانارة المنتج بواسطة $i(x, y)$ لايتغير من صورة لأخرى. نموذجيا، يتم تقييس $f(x, y)$ بـ $g(x, y)$ باستعمال معالج ALU ، كما ناقشنا في القسم 4.4.2.

3.3.7 تقنية تعتيب اجمالي a global thresholding technique

تتكون احدى الطرق البسيطة التي تستعمل عادة لتجزيء الصورة، من تقسيم السلم الرمادي إلى نطاقات باستعمال عتبات لتحديد المناطق أو للحصول على نقاط الحدود. كمدخل لهذه التقنية، افرض أن للسويات الرمادية في صورة معينة $f(x, y)$ الهيستوغرام المبين في الشكل 21.7(a). بناءا على المناقشة التي وردت في القسم 2.4 ، نستنتج من الهيستوغرام أن عددا كبيرا من العناصر في $f(x, y)$ هي عناصر عاتمة، وبقية العناصر متوزعة بشكل متساو تقريبا في الجزء الباقي من السلم الرمادي. ان سلوك هذا الهيستوغرام هو سلوك مميز للصور المؤلفة من أجسام رمادية متراكبة على خلفية عاتمة. لكي نعين الحدود بين الأجسام والخلفية، نقسم الهيستوغرام إلى نطاقين مفصولين بعتبة

T، كما هو مبين في الشكل 21.7(b). ان الهدف هو اختيار T بحيث يحتوي النطاق B_1، بأكبر قدر ممكن من التقريب، السويات المصاحبة للخلفية، في حين يحتوي B_2 سويات الأجسام. ومع مسح الصورة يدل التغير في السوية الرمادية من نطاق لآخر على وجود حد. ولكي نكشف الحدود في كل من الاتجاهين الأفقي والعمودي، يلزم مسحين عبر $f(x, y)$. بعد أن يتم اختيار B_1 و B_2، يصبح الاجراء كما يلي:

المسح الأول: أنشيء لكل صف في $f(x, y)$، أي $(x=0,1,2,...,N-1)$، صفا مقابلا في صورة متوسطة $g_1(x, y)$ مستعملا العلاقة التالية من أجل $y=1,2,...,N-1$:

$$g_1(x, y) = \begin{cases} L_E & \text{إذا كانت سويات } f(x, y) \text{ و } f(x, y-1) \text{ في نطاقين مختلفين من السلم الرمادي} \\ L_B & \text{و الأ} \end{cases} \qquad (3-3.7)$$

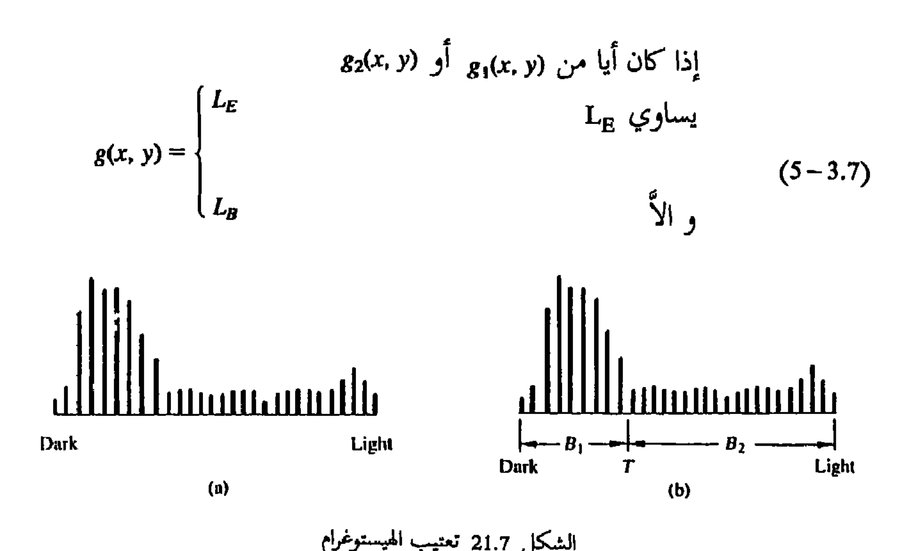
حيث ان L_E و L_B هما سويتا حافة و خلفية محددتان، على التوالي.

المسح الثاني: من أجل كل عمود في $f(x, y)$ أي $(y=0,1,2,...,N-1)$ أنشيء عمودا مقابلا في صورة متوسطة $g_2(x, y)$ باستعمال العلاقة التالية من أجل $x=0,1,2,...,N-1$:

$$g_2(x, y) = \begin{cases} L_E & \text{إذا كانت سويات } f(x, y) \text{ و } f(x-1, y) \text{ في نطاقين مختلفين من السلم الرمادي} \\ L_B & \text{و الأ} \end{cases} \qquad (4-3.7)$$

يتم الحصول على الصورة المرغوبة التي تتألف من النقاط الواقعة على حدود الأجسام المختلفة (كما هو معرف بالعتبة T) عن الخلفية، باستعمال العلاقة التالية من أجل $x, y=0,1,2,...,N-1$ ·

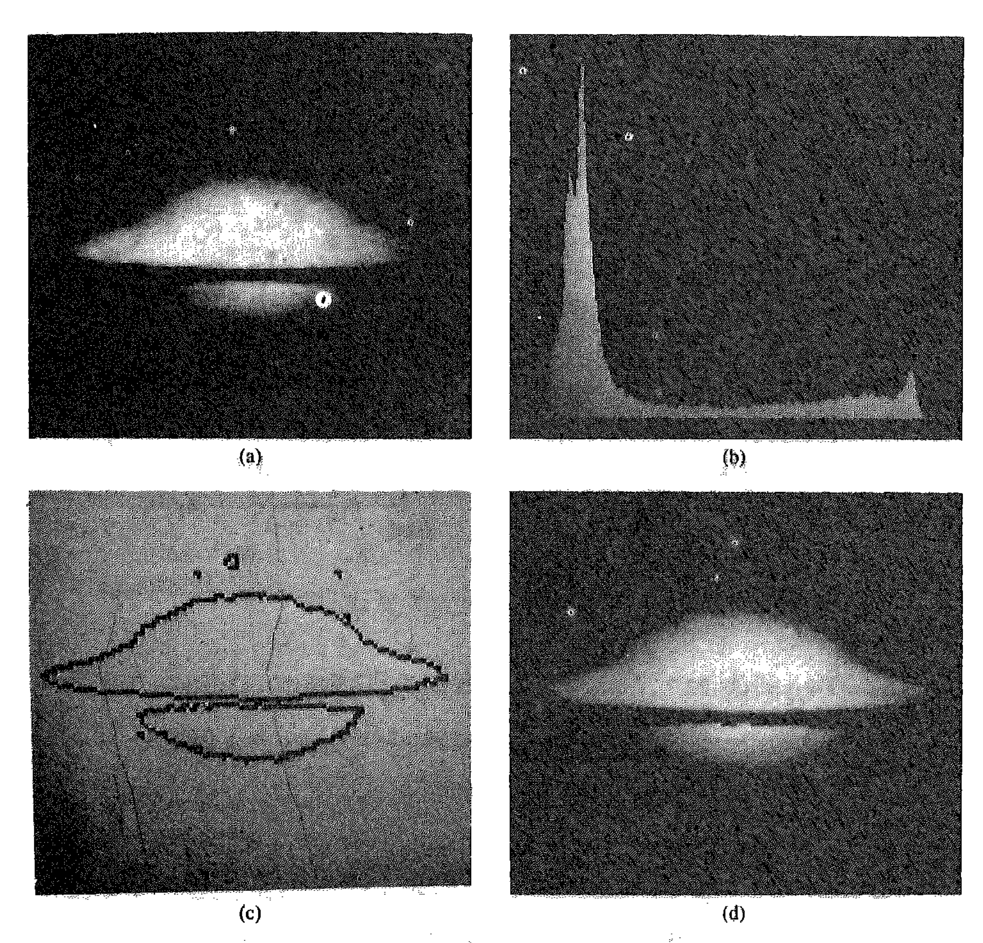
$$g(x, y) = \begin{cases} L_E & \text{إذا كان أيا من } g_1(x, y) \text{ أو } g_2(x, y) \text{ يساوي } L_E \\ L_B & \text{و الاّ} \end{cases} \qquad (5-3.7)$$



الشكل 21.7 تعتيب الهيستوغرام

مثال: إن تقنية تعتيب السويات الرمادية التي شرحت للتو موضحة في الشكل 22.7. ان الصورة الأصلية، الشكل 22.7(a) ، هي صورة ذات 256 –سوية رمادية للكوكب سومبريرو (كلمة أسبانية تعني قبعة) نبلا Sombrero Nebula. ان هيستوغرام هذه الصورة المبين في الشكل 22.7(b) يحتوي على قمتين بارزتين، احداهما في الجزء العاتم والأخرى في الجزء الفاتح من السلم الرمادي. تتبع القمة الأولى للخلفية بينما تتبع الثانية للنغمات (السويات) الفاتحة في الصورة نفسها. لقد تم الحصول على الشكل 22.7(c) باستعمال المعادلات (3.7 – 3) حتى (3.7 – 5) مع $B_1 = B_2$ (أي T=128) و L_E=0 و L_B=255. لقد تم تكوين الشكل 22.7(d) بتوضيع (مراكبة) الحواف على الشكل 22.7(a).

يعمم الاجراء المذكور أعلاه بسهولة على نطاقات سويات رمادية أكثر. في الحقيقة، نظرا لأن العلاقات في المعادلتين (3.7 – 3) و (3.7 – 4) مبنية على تغير في نطاق السويات الرمادية من عنصر للعنصر التالي فقط، فان التقنية الأساسية لتأسيس نقاط الحواف ستكون نفسها إذا تم أخذ أكثر من نطاقين بالحسبان. ان أحد التمديدات extension الممكنة سيكون ترميز نقاط الحافة بسويات رمادية مختلفة، اعتمادا على النطاق الذي حدث التغير فيه.



الشكل 22.7 استخلاص الحواف بتعتيب السويات الرمادية. (a) صورة سومبريرو نبلا Sombrero Nebula. (b) هيستوغرام. (c) صورة الحواف حصل عليها باستعمال T=128. (d) الحواف متراكبة على الصورة الأصلية.

بتعتيب نطاقات سويات رمادية أكثر، من الممكن زيادة قدرة تقنية استخلاص-الحواف. ان المشكلة هنا، بالطبع، هي أين سنضع العتبات. ان احدى الطرق الممكنة هي تحديد عدد ومواقع العتبات بالتجربة والخطأ. ان هذه الطريقة مرضية إذا كان عدد الصور المختلفة المراد معالجتها صغيرا. أما في الحالات التي يلزم فيها تحديد العتبات آليا (كما في تطبيقات ادراك الآلة machine perception) ، فان المسألة تصبح مسألة توصيف characterizing هيستوغرام معين بطريقة غير متغيرة invariant. هذه المسألة مناقشة في القسم التالي.

4.3.7 التعتيب الأمثل optimal thresholding

افترض أنه معروف مسبقا أن صورة ما تحتوي على منطقتي لمعان رئيستين. يمكن أن يعتبر هيستوغرام صورة كهذه كتقدير لدالة كثافة احتمال اللمعان $p(x)$. ان دالة الكثافة الاجمالية هذه ستكون مجموع مزيج من كثافتين أحاديتي النمط unimodal ، احداهما للمناطق الفاتحة light regions والاخرى للمناطق العاتمة في الصورة. وأكثر من ذلك، فان معلمات المزيج ستكون متناسبة مع مساحات الصورة لكل لمعان brightness.إذا كان شكل الكثافتين معروفا أو مفروضا، يمكن عندئذ تحديد عتبة مثلى (بدلالة الخطأ الأدنى minimum error) لتجزيء الصورة إلى مناطق سويتي اللمعان.

افترض أن الصورة تحتوي على قيمتين مدموجتين مع ضجيج جمعي additive noise. تعطى دالة كثافة احتمال المزيج بالعلاقة

$$p(x) = P_1 p_1(x) + P_2 p_2(x), \qquad (6-3.7)$$

التي تكون من أجل الحالة الغوصية

$$p(x) = \frac{P_1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma_1}\exp\left[-\frac{(x-\mu_1)^2}{2\sigma_1^2}\right] + \frac{P_2}{\sqrt{2\pi}\,\sigma_2}\exp\left[-\frac{(x-\mu_2)^2}{2\sigma_2^2}\right], \qquad (7-3.7)$$

حيث ان μ_1 و μ_2 هما القيمتان الوسطيتان mean values لسويتي اللمعان، و σ_1 و σ_2 هما الانحرافان المعياريان حول القيمتين الوسطيتين، و P_1 و P_2 هما الاحتمالان المعروفان مسبقا للسويتين. ولأن الشرط

$$P_1 + P_2 = 1 \qquad (8-3.7)$$

يجب أن يكون محققا، فان لكثافة المزيج خمس معلمات مجهولة. فإذا كانت جميع المعلمات معروفة يمكن بسهولة تحديد العتبة.

افرض أن المنطقة العاتمة تتبع للخلفية وأن المناطق اللامعة تتبع للأجسام. في هذه الحالة، $\mu_1<\mu_2$ ويمكن أن نحدد عتبة T بحيث تعتبر جميع العناصر ذات السويات الرمادية الواقعة تحت العتبة T نقاط خلفية و جميع النقاط ذات سويات رمادية فوق T تعتبر نقاط أجسام. ان احتمال تصنيف نقطة جسم بشكل خاطيء كنقطة خلفية يكون

$$E_1(T) = \int_{-\infty}^{T} p_2(x)\, dx. \qquad (9-3.7)$$

بشكل مشابه، فان احتمال تصنيف نقطة خلفية كنقطة جسم يكون

$$E_2(T) = \int_{T}^{\infty} p_1(x)\, dx. \qquad (10-3.7)$$

ولذلك فان الاحتمال الاجمالي للخطأ يعطى بالمعادلة

$$E(T) = P_2E_1(T) + P_1E_2(T). \qquad (11-3.7)$$

لايجاد قيمة العتبة التي يكون الخطأ من أجلها أصغريا، يمكن أن نفاضل E(T) بالنسبة لـ T (باستعمال قانون ليبنيتز Liebnitz) ونساوي النتيجة بالصفر فتكون النتيجة

$$P_1p_1(T) = P_2p_2(T). \qquad (12-3.7)$$

ان تطبيق هذه النتيجة على الحالة الغوصية يعطي بعد أخذ اللوغاريتمات والتبسيط معادلة من الدرجة الثانية

$$AT^2 + BT + C = 0, \qquad (13-3.7)$$

حيث

$$\begin{aligned} A &= \sigma_1^2 - \sigma_2^2 \\ B &= 2(\mu_1\sigma_2^2 - \mu_2\sigma_1^2) \\ C &= \sigma_1^2\mu_2^2 - \sigma_2^2\mu_1^2 + 2\sigma_1^2\sigma_2^2 \ln(\sigma_2P_1/\sigma_1P_2). \end{aligned} \qquad (14-3.7)$$

ان امكانية وجود حلين يشير إلى أنه يمكن أن يلزم قيمتا عتبتين للحصول على الحل الأمثل.

إذا كانت التفاوتات variances متساوية. $\sigma^2 = \sigma_1^2 = \sigma_2^2$ فان عتبة واحدة تكفي:

$$T = \frac{\mu_1 + \mu_2}{2} + \frac{\sigma^2}{\mu_1 - \mu_2} \ln\left(\frac{P_2}{P_1}\right). \qquad (15-3.7)$$

إذا كان الاحتمالان المعروفان مسبقا متساويين، $P_1=P_2$ ، فان العتبة المثلى هي بالضبط متوسط القيمتين الوسطيتين average of the means. ويسري نفس الشيء إذا كان σ=0. يمكن تحديد العتبة المثلى بسهولة من الكثافات أحادية النمط unimodal ذات

شكل معروف، مثل كثافتي Raleigh و lognormal. لتقدير المعلمات من هيستوغرام صورة مايمكن أن نستعمل طريقة الاحتمال الأعظمي maximum likelihood أو طريقة متوسط تربيع الأخطاء mean – square error. فمثلاً، إن متوسط تربيع الأخطاء بين كثافة المزيج $p(x)$ ، والهيستوغرام التجريبي $h(x_i)$ هو

$$M = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} [p(x_i) - h(x_i)]^2, \qquad (16-3.7)$$

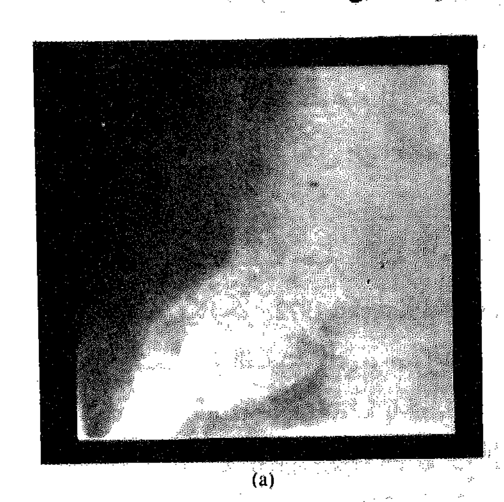
حيث يفترض وجود هيستوغرام من N نقطة.

بشكل عام، ان تحديد المعلمات التي تخفض متوسط تربيع الأخطاء هذا إلى حد أدنى تحليليا ليس مسألة بسيطة. حتى في الحالة الغوصية، يؤدي الحساب المباشر لمساواة المشتقات الجزئية بالصفر إلى مجموعة من المعادلات الآنية الغامضة transcendental التي يمكن أن تحل عادة باستخدام الاجراءات العددية numerical procedure. ولأن التدرج يمكن أن يحسب بسهولة، يمكن استعمال طريقة تدرج المترافق conjugate gradient أو طريقة نيوتن Newton's method للمعادلات الآنية غير الخطية لتصغير M إلى الحد الأدنى. عند استخدام أي من هاتين الطريقتين التكراريتين، يجب تحديد قيم البداية. ان افتراض أن الاحتمالين المعروفين مسبقا متساويين يمكن أن يكون كافيا. يمكن أن تحدد قيمتا البداية للوسطي و التفاوت بكشف النمطين modes في الهيستوغرام أو ببساطة بتقسيم الهيستوغرام إلى جزأين حول قيمته المتوسطة mean value ، وحساب المتوسط والتفاوت لكل من الجزأين ليستعملا كقيم بداية.

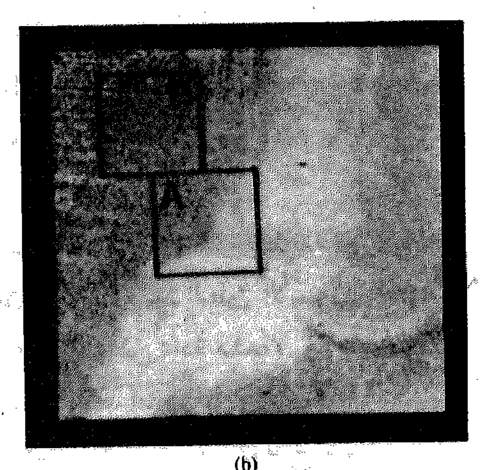
مثال: كتوضيح لاختيار العتبة الأمثل، سندرس في المناقشة التالية الطريقة التي طورها تشاو وكانيكو Chow and Kaneko 1972 لتحديد حدود البطين الأيسر في الصور الاشعاعية القلبية (أي ، صور أشعة X لقلب حقن بمادة مشعة). قبل التعتيب، عولجت الصور معالجة أولية بالخطوات التالية (1) أخذ لغاريتم كل عنصر pixel لعكس الآثار الأسية exponential الناتجة عن الامتصاص الاشعاعي و (2) طرح صورتين من بعضهما التقطت احداهما قبل تطبيق الوسيط المشع و التقطت الأخرى بعد تطبيقه

وذلك لازالة العمود الفقري الموجود في كلتا الصورتين، و (3) توسيط عدة صور اشعاعية (أنغيوغرامات) لازالة الضجيج (انظر القسم 4.3.4). يبين الشكل 23.7 صورة اشعاعية قلبية قبل وبعد المعالجة الأولية (المنطقتان المعلمتان A و B مشروحتان أدناه).

لحساب العتبات المثلى، قسمت كل صورة عولجت معالجة أولية إلى 7×7 منطقة فرعية (لقد كانت الصور الأصلية ذات قياس 256 × 256) بتراكب قدره 50%. لقد احتوت كل منطقة من المناطق الـ 49 الناتجة 64 × 64 عنصرا. الشكلان 24.7 (a) و (b) هما هيستوغرامي المنطقتين المعلمتين A و B في الشكل 23.7 (b). لاحظ أن هيستوغرام المنطقة A هو هيستوغرام ثنائي النمط bimodal بشكل واضح جدا مشيرا بذلك إلى وجود حد. ولكن هيستوغرام المنطقة B ، من جهة أخرى، هو هيستوغرام أحادي النمط unimodal مشيرا إلى عدم وجود منطقتين مميزتين بشكل ملحوظ. بعد حساب الـ 49هيستوغراما تم اجراء اختبار ثنائية النمط bimodality لرفض الهيستوغرامات أحادية النمط. بعدئذ تمت ملاءمة fitting الهيستوغرامات الباقية بواسطة منحنيات كثافة غوصية ثنائية النمط (انظر المعادلة 3.7 – 7) باستعمال طريقة تسلق هضبة تدرج المترافق conjugate gradient hill – climbing method لتخفيض دالة الخطأ المعطاة بالمعادلة (3.7 – 16) إلى الحد الأدنى. ان الرمزين X و o في الشكل 24.7 (a) هما ملاءمتان fits



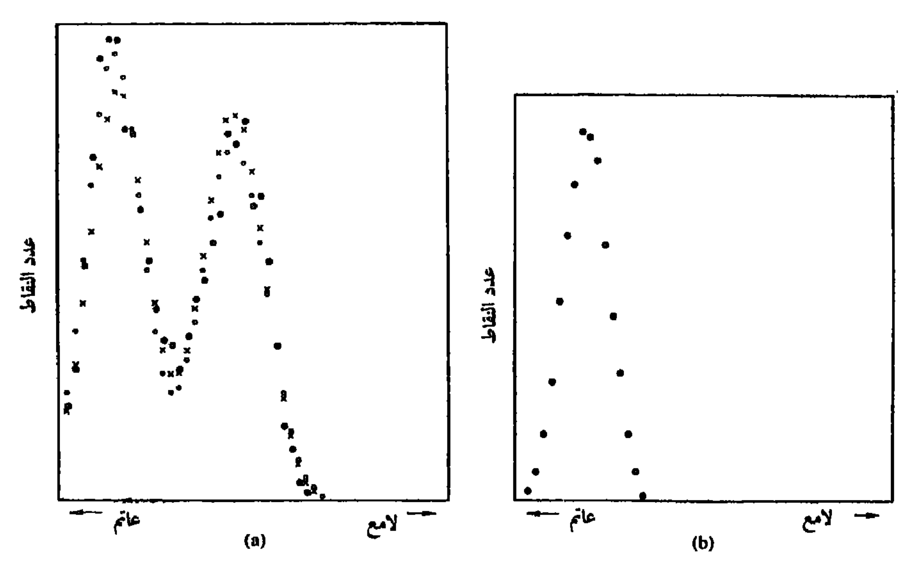
(a)



(b)

الشكل 23.7 صورة اشعاعية قلبية قبل وبعد المعالجة (عن تشاو و كانيكو 1972).

للهيستوغرام المبين بنقاط سوداء. لقد تم الحصول على العتبات المثلى بعدئذ باستعمال المعادلتين (3.7 – 13) و (3.7 – 14).



الشكل 24.7 هيستوغرامين (النقاط السوداء) للمنطقتين A و B في الشكل 23.7. (عن تشاو و كانيكو 1972).

في هذه المرحلة من العملية يكون قد تم تخصيص عتبات للمناطق ثنائية النمط فقط. لقد تم الحصول على عتبات للمناطق الباقية باستكمال interpolating هذه العتبات. بعد القيام بذلك تم اجراء استكمال آخر بطريقة نقطة–فنقطعة باستعمال قيم العتبات المتجاورة بحيث تم تخصيص عتبة لكل نقطة من الصورة في نهاية هذا الاجراء. أخيرا، تم تطبيق قرار ثنائي binary decision على كل عنصر باستعمال القانون التالي

$$f(x, y) = \begin{cases} 1 & \text{if } f(x, y) \geq T_{xy} \\ 0 & \text{otherwise,} \end{cases}$$

حيث ان T_{xy} كانت العتبة التي حسبت في الموضع (x, y) في الصورة. لقد تم الحصول على الحدود بعدئذ بأخذ تدرج الصورة الثنائية. هذه النتائج مبينة في الشكل 25.7 الذي تمت فيه مراكبة الحدود على الصورة الأصلية. لاحظ أن هذه العتبات هي عتبات ديناميكية dynamic thresholds لأنها تعتمد على الاحداثيين الحيزيين (x, y) .



الشكل 25.7 صورة اشعاعية قلبية تبين الحواف الموضعية. (عن تشاو وكانيكو 1972)

5.3.7 اختيار العتبة بناءا على خواص الحدود

threshold selection based on boundary characteristics

ان احدى أكثر السمات أهمية في اختيار العتبة هي امكانية تحديد ذرى الأنماط mode peaks في هيستوغرام معين. ان هذا الأمر مهم خصيصا من أجل الاختيار الآلي للعتبة في حالات يمكن أن تتغير فيها خواص الصورة ضمن مدى عريض من توزيعات الشدة intensity distributions. بناء على المناقشة التي وردت في الأقسام الثلاثة الأخيرة، من الواضح بدهيا أن تتحسن فرص اختيار عتبة "جيدة" بشكل هام إذا كانت ذرى (قمم) الهيستوغرام مرتفعة وضيقة ومتناظرة ومفصولة بوديان عميقة.

ان احدى الطرق لتحسين شكل الهيستوغرام هي الأخذ بالحسبان العناصر pixels التي تقع على أو قرب الحدود بين الأجسام والخلفية. ان أحد التحسينات المباشرة والواضحة لهذه الطريقة هو جعل الهيستوغرامات أقل اعتمادا على القياس (الحجم) النسبي بين الأجسام والخلفية. فمثلا، ان هيستوغرام شدة اللمعان لصورة تتألف من منطقة خلفية كبيرة وثابتة تقريبا، وجسم صغير ستغلب عليه ذروة كبيرة بسبب تركيز عناصر الخلفية، ولكن إذا استعملت العناصر الواقعة على وقرب الحدود بين الجسم والخلفية فقط، سيكون للهيستوغرام الناتج ذروتان بنفس الارتفاع تقريبا. بالاضافة إلى ذلك، فان احتمال وقوع عنصر معين على الجسم يساوي عادة احتمال وقوعه على الخلفية

محسنا بذلك تناظر ذروتي الهيستوغرام. أخيرا، و كما سنرى أدناه، فان استعمال عناصر تحقق بعض القياسات البسيطة المبنية على معاملي التدرج و لابلاس المؤثرين يميل لتعميق الوادي بين ذروتي الهيستوغرام.

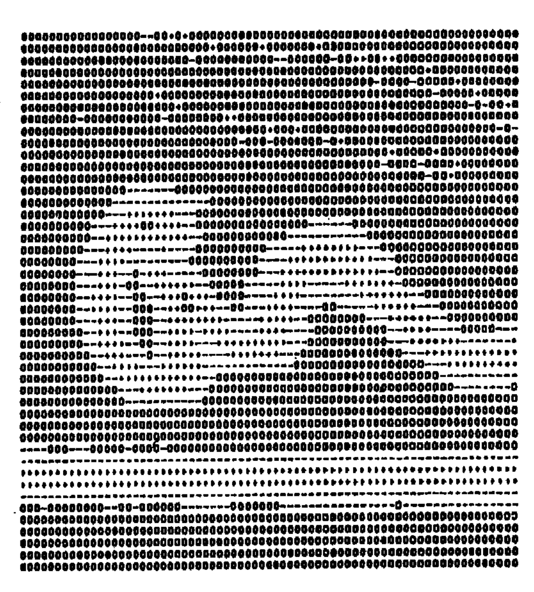
ان المشكلة الرئيسة في التعليقات السابقة هي أنها تفترض ضمنا أن الحدود بين الأجسام والخلفية معروفة. من الواضح أن هذه المعلومات غير متوفرة خلال التجزيء لأن ايجاد تقسيم بين الأجسام والخلفية هو الهدف النهائي من الاجراءات المناقشة في هذا القسم. ولكن، نحن نعرف من المادة الموجودة في القسم 3.1.7 أنه يمكن الحصول على الدلالة على ما إذا كان عنصر ما يقع على حافة بحساب تدرجه. بالاضافة إلى ذلك، فان استعمال معامل لابلاس يمكن أن يعطي معلومات بخصوص ما إذا كان عنصر معين يقع على الجانب العاتم (الخلفية، مثلا) أو على الجانب الفاتح (جسم) للحافة. نظرا لأن معامل لابلاس، وكما ناقشنا أعلاه، يساوي الصفر في الجزء الداخلي من حافة انحدار مثالي، يمكن أن نتوقع في التطبيق العملي أن تكون وديان الهيستوغرامات المشكلة من عناصر مختارة بواسطة معيار التدرج أو معيار معامل لابلاس، مشغولة بشكل متفرق sparsely populated (تكون النقاط التي تمثل كثافة الاحتمال في هذه الوديان متباعدة). تنتج هذه الخاصة الوديان العميقة المذكورة أعلاه والمرغوبة إلى درجة عالية.

يعطى التدرج $G[f(x, y)]$ في أية نقطة من صورة ما بالمعادلة (1.7 − 8) أو بالمعادلة (1.7 − 9). بشكل مشابه، يعطى معامل لابلاس $L[f(x, y)]$ بالمعادلة (1.7 − 17). يمكن أن نستعمل هاتين الكميتين لنكوّن صورة ذات ثلاث سويات رمادية، كما يلي:

$$s(x, y) = \begin{cases} 0 & \text{if } G[f(x, y)] < T, \\ + & \text{if } G[f(x, y)] \geqslant T \text{ and } L[f(x, y)] \geqslant 0, \\ - & \text{if } G[f(x, y)] \geqslant T \text{ and } L[f(x, y)] < 0, \end{cases} \qquad (17-3.7)$$

حيث تمثل الرموز 0 و +و – أية ثلاث سويات رمادية مميزة، و T هي عتبة. بافتراض وجود جسم عاتم على خلفية فاتحة، وبالرجوع إلى الشكل 4.7(b) فان استعمال المعادلة (3.7 − 17) سينتج صورة $s(x, y)$ والتي تكون فيها جميع العناصر التي ليست على حافة

(كما حددت بـ $G[f(x, y)]$ أقل من T) معلمة بـ 0 ، وجميع العناصر الواقعة على الجانب العاتم من الحافة معلمة بـ − . و تعكس الرموز + و − في المعادلة (3.7 − 17) من أجل جسم فاتح على خلفية عاتمة. يبين الشكل 26.7 التعليم **labelling** الناتج بواسطة المعادلة (3.7 − 17) لصورة شوط كتابة عاتم تحته خط مكتوب على خلفية فاتحة.



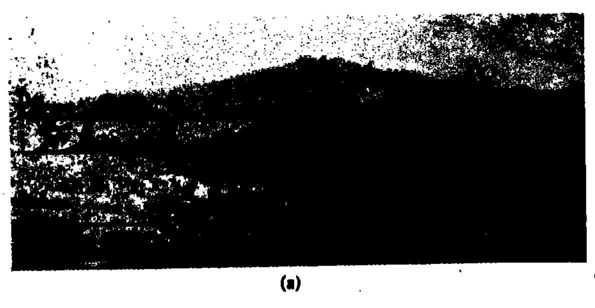
الشكل 26.7 صورة شوط مكتوب باستعمال المعادلة (2.7 − 24) (عن وايت و روهرير 1983).

ان المعلومات التي يحصل عليها باستعمال الاجراء الذي نوقش للتو يمكن أن يستعمل لتوليد صورة ثنائية مجزأة تتبع فيها الواحدات "1" للأجسام موضع الاهتمام والأصفار "0" للخلفية. نلاحظ أولا أن الانتقال (على طول خط مسح أفقي أو عمودي) من خلفية فاتحة إلى جسم عاتم يجب أن يميز بحدوث اشارة − متبوعة باشارة + في $s(x, y)$. يتركب الجزء الداخلي من الجسم من عناصر اما أن تكون معلمة بـ 0 أو + . أخيرا، يميز الانتقال من الجسم إلى الخلفية بحدوث اشارة + متبوعة باشارة − . ولذلك يكون لدينا أن خط المسح الأفقي أو العمودي يحتوي على قسم من الجسم له البنية التالية

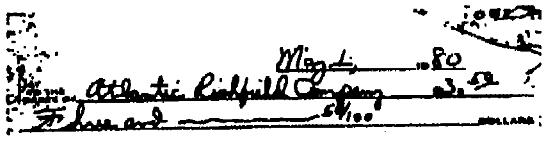
$$(\cdots)(-,+)(0 \text{ or } +)(+,-)(\cdots),$$

حيث يمثل الرمز (...) أي تركيب من + و − و 0. القوسان في أقصى الداخل يحتويان نقاط جسم وهي معلمة بـ 1 وجميع العناصر الأخرى على طول نفس خط المسح معلمة بـ 0 باستثناء أن أي تتابع آخر من (0 أو +) محاط bounded بـ (−,+) و (+,−).

مثال: كتوضيح للمفاهيم التي نوقشت في هذا القسم، تأمل الشكل 27.7(a) الذي يبين صورة لشيك بنك تصويري عادي. يبين الشكل 28.7 الهيستوغرام كدالة لقيم تدرج العناصر التي يزيد تدرجها على 5. لاحظ أن لهذا الهيستوغرام الخصائص التي نوقشت سابقا. أي أن له نمطين مهيمنين متناظرين، من الواضح أنهما بنفس الارتفاع تقريبا ومفصولان بواد مميز. أخيرا، يبين الشكل 27.7 (b) الصورة المجزأة والتي حصل عليها باستعمال المعادلة (3.7 − 17) بعتبة تقع على أو قرب نقطة الوادي المتوسطة. لقد جعلت النتيجة ثنائية باستعمال تحليل التتابع المناقش أعلاه. لاحظ أنه على الرغم من أن T عتبة ثابتة، فقد تم تطبيق قيمتها موضعيا لأن الصورة المجزأة قد ولدت بواسطة المعادلة (3.7 − 13) التي تتضمن حساب تدرج موضعي وحساب معامل لابلاس.



(a)



(b)

الشكل 27.7 (a) صورة أصلية. (b) صورة مجزأة(عن وايت وروهرير 1983).

6.3.7 عتبات مبنية على عدة متحولات

لقد كنـا مهتمين حتى الآن بتعتيب متحول شدة وحيد. في بعض الحالات يمكن أن يؤمن المحساس أكثر من متحول يميز كل عنصر في الصورة. ان التصوير الملون هو مثال يجدر ملاحظته حيث تستعمل مركبات الأحمر (R) و الأخضر (G) والأزرق (B) لتشكيل صورة اللون المركب (انظر القسم 7.4). في هذه الحالة يميز كل عنصر بثلاث قيم ويصبح بالامكان بناء هيستوغرام ثلاثي-الأبعاد. ان الاجراء الأساسي هو نفس ذلك الذي استعمل من أجل متحول واحد. فمثلا، إذا أعطينا ثلاث صور ذات 16 -سوية رمادية تتبع للمركبات RGB ، نشكل شبكة (مكعبا) أبعادها 16×16×16 وندخل في كل خليـة من المكعب عدد العنـاصر التي لمركبـاتها RGB شدات تتبع للاحداثيات التي تعرف تلك الخلية المعينة. يمكن بعدئذ تقسيم كل مدخل entry على العدد الاجمالي للعناصر في الصورة لتكوين هيستوغرام مقيس normalized histogram.

ان مفهوم التعتيب الآن يصبح ايجاد تجمعات نقاط في حيز ثلاثي- الأبعاد. افرض على سبيل المثال أننا نجد K تجمع نقاط هام في الهيستوغرام. يمكن أن تجزأ الصورة بتخصيص شدة معينة للعناصر التي تكون مركباتها RGB أقرب إلى تجمع ما وشدة أخرى للعناصر الأخرى في الصورة. ان هذا المفهوم قابل للتمديد بسهولة إلى مركبات أكثر وبالتأكيد إلى تجمعات أكثر. ان الصعوبة الرئيسة هي أن البحث عن التجمعات يصبح مهمة متزايدة التعقيد مع زيادة عدد المتحولات. يستطيع القارىء المهتم بمتابعة تقنيات للبحث عن التجمعات أن يعود إلى كتاب تو و وغونزيلز 1974 ، على سبيل المثال.

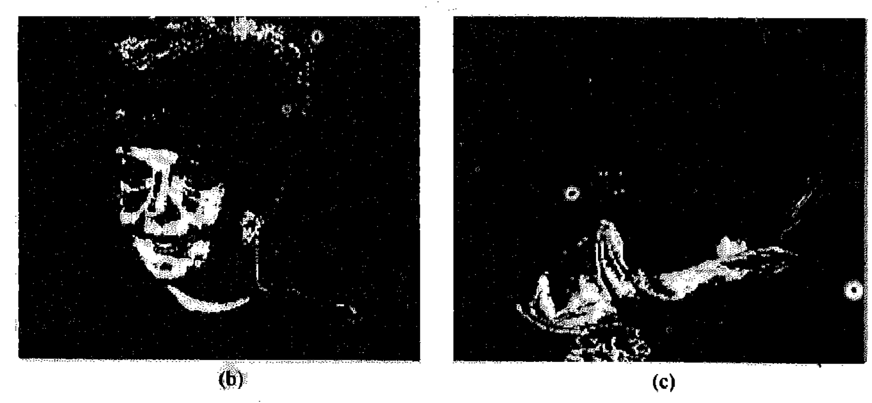
الشكل 28.7 هيستوغرام العناصر التي تدرجها أكبر من 5 (عن وايت وروهرير 1983).

مثال: كتوضيح لطريقة الهيستوغرام متعدد المتحولات، تأمل الشكل 29.7. الشكل 29.7 (a) هو صورة أحادية اللون لصورة فوتوغرافية ملونة. لقد كانت الصورة الأصلية الملونة مكونة من ثلاث صور ذات 16 – سوية RGB. ولغرضنا في هذا القسم، يكفي أن نشير إلى أن الوشاح كان أحمرا زاهيا وأن ألوان الشعر وملامح الوجه كانت فاتحة ومختلفة في الخواص الطيفية عن النافذة وخصائص الخلفية الأخرى.

لقد تم الحصول على الشكل 29.7 (b) بالتعتيب حول أحد تجمعات الهيستوغرام. من المهم أن نلاحظ أن النافذة التي هي قريبة في شدتها إلى الشعر في الصورة أحادية اللون لاتظهر في الصورة المجزأة بسبب استعمالنا **لخواص النطاقات**



(a)



(b) (c)

الشكل 29.7 التجزيء بطريقة الهيستوغرام متعدد المتحولات.

الطيفية المتعددة multispectral characteristics لفصل هاتين المنطقتين. الشكل 29.7(c) تم الحصول عليه بالتعتيب حول تجمع قريب من المحور الاحداثي اللوني الأحمر. في هذه الحالة، ظهر الوشاح وجزء من الزهرة (التي كانت حمراء أيضا) فقط في النتيجة المجزأة. ان العتبة التي استخدمت للحصول على كلتا النتيجتين كانت مسافة خلية واحدة. ولذلك، فان كل عنصر كانت مركباته خارج الخلية التي تحتوي مركز التجمع المعني قد صنف كعنصر خلفية (أسود). أما العناصر التي وضعتها مركباتها داخل الخلية فقد رمزت بيضاء.

4.7 التجزيء الموجه بالمناطق region oriented segmentation

ان الهدف من التجزيء هو تجزيء صورة ما إلى مناطق. في القسمين 1.7 و 2.7 توصلنا إلى حل هذه المسألة بايجاد الحدود بين المناطق بناءا على الانقطاعات في شدة اللمعان، بينما أنجزنا التجزيء في القسم 3.7 باستخدام عتبات مبنية على توزيع خصائص العنصر، مثل الكثافة أو اللون. في هذا القسم، نناقش تقنيات تجزيء مبنية على ايجاد المناطق مباشرة.

1.4.7 تشكيل أساسي basic formulation

دع R تمثل منطقة الصورة بأكملها. يمكن أن ننظر إلى التجزيء كعملية تجزء R إلى n منطقة فرعية $R_1, R_2, \ldots, R_n$ بحيث أن

(أ) $\bigcup_{i=1}^{n} R_i = R$ ،

(ب) R_i هي منطقة متصلة، $i=1,2,\ldots,n$ ،

(ج) $R_i \cap R_j = \phi$ من أجل جميع قيم i و j باستثناء $i=j$ ،

(د) $P(R_i)=\text{TRUE}$ من أجل $i=1,2,\ldots,n$ ،

(هـ) $P(R_i \cup R_j)=\text{FALSE}$ من أجل $i \neq j$ ،

حيث ان $P(R_i)$ هو خبر منطقي logocal predicate معرف ضمن مجال النقاط في المجموعة R_i و ϕ هي مجموعة الأصفار (المجموعة الخالية).

يدل الشرط (آ) على أن التجزيء يجب أن يكون كاملاً، أي أن كل عنصر يجب أن يكون في منطقة ما. ويتطلب الشرط الثاني أن تكون النقاط في منطقة ما متصلة (انظر القسم 2.4.2 بخصوص الاتصالية). الشرط (ج) يدل على أن المناطق يجب أن تكون منفصلة. ويتعامل الشرط (د) مع الخصائص التي يجب أن تحققها العناصر في منطقة مجزأة. ان أحد الأمثلة البسيطة هو $P(R_i)$=TRUE إذا كان لجميع العناصر في R_i نفس الشدة. أخيرا، يدل الشرط (هـ) على أن المنطقتين R_i و R_j مختلفتان بمفهوم الخبر P.
ان استعمال هذه الشروط في خوارزميات التجزيء مناقش في الأقسام التالية.

2.4.7 توسيع المناطق بتجميع العناصر

region growing by pixel aggregation

ان توسيع المنـاطق، كما يفهـم من معناه، هو اجراء يجمع العناصر أو المناطق الفرعيـة في منـاطق أكبر . ان أبسط هذه الطرق هي طريقـة تجميع العناصر pixel aggregation ، حيث نبدأ بمجموعة من نقاط أصل "بذور" seeds ومن هذه النقاط نوسع (ننمي) المناطق بضم لكل نقطة بذرة العناصر المجاورة لها ذات الخصائص المشابهة (مثلا، سوية رمادية، تركيب، لون). وكتوضيح بسيط لهذا الاجراء، خذ الشكل 30.7(a) حيث تمثل الأرقام داخل الخلايا قيم السويات الرمادية. لنستعمل النقطتين اللتين لهما الاحداثيات (3,2) و (3,4) كنقطتي أصل "seed points". ان استعمال نقطتي بداية سينتج تجزيئا يتألف من منطقتين على الأكثر: R_1 مصاحبة لنقطة الأصل (3,2) و R_2 مصاحبة لنقطة الأصل (3,4). ان الخاصة P التي سنستعملها لتضمين عنصر ما في أي من المنطقتين هو أن يكون الفرق المطلق بين السوية الرمادية لذلك العنصر وسوية نقطة الأصل الرمادية أقل من عتبة T. ان أي عنصر يحقق هذه الخاصة لكلتا نقطتي الأصل في نفس الوقت يخصص للمنطقة R_1. ان النتيجة من أجل T=3 مبينة في الشكل 30.7(b). في هذه الحالة، يتألف التجزيء من منطقتين حيث أشير إلى النقاط في R_1 بـ a وأشير إلى النقاط في R_2 بـ b. لاحظ أن أية نقطة بداية في أية

منطقة من هاتين المنطقتين كانت ستعطي نفس النتيجة. من جهة أخرى، لو اخترنا T=8 كانت ستنتج منطقة واحدة كما هو مبين في الشكل 30.7 (c).

	1	2	3	4	5
1	0	0	5	6	7
2	1	1	5	8	7
3	0	1	6	7	7
4	2	0	7	6	6
5	0	1	5	6	5

(a)

a	a	b	b	b
a	a	b	b	b
a	a	b	b	b
a	a	b	b	b
a	a	b	b	b

(b)

a	a	a	a	a
a	a	a	a	a
a	a	a	a	a
a	a	a	a	a
a	a	a	a	a

(c)

الشكل 30.7 مثال لتوسيع المناطق باستعمال نقاط بداية معروفة. (a) مصفوفة صورة أصلية. (b) نتيجة التجزيء باستعمال فرق مطلق أقل من 3 بين شدة السويات. (c) نتيجة استعمال فرق مطلق أقل من 8.

ان المثال السابق، على الرغم من أنه بسيط في طبيعته، يظهر مشاكل هامة في توسيع المناطق. تظهر مشكلتان مباشرتان هما اختيار نقاط الأصل seeds التي تمثل بشكل صحيح المناطق موضع الاهتمام، واختيار خصائص ملائمة لتضمين النقاط في المناطق المتنوعة خلال عملية التوسيع. ان اختيار مجموعة من نقطة بداية واحدة أو أكثر يمكن أن يعتمد في كثير من الأحيان على طبيعة المسألة. فمثلا، في تطبيقات التصوير بالأشعة تحت-الحمراء العسكرية، تكون الأهداف موضع الاهتمام أسخن (ولذلك تظهر أكثر لمعانا) من الخلفية. ان اختيار العناصر الأكثر لمعانا تكون عندئذ نقطة بداية طبيعية لخوارزمية توسيع المناطق. عندما لاتتوفر معلومات مسبقة يمكن أن نتابع، بحساب عند كل عنصر، نفس مجموعة الخصائص التي ستستعمل في النهاية لتخصيص العناصر لمناطق معينة خلال عملية التوسيع. إذا أظهرت نتيجة هذه العملية تجمعات قيم clusters of values ، يمكن عندئذ أن نستعمل العناصر التي تضعها خصائصها قرب مراكز هذه التجمعات كنقاط أصل seeds. فمثلا، في المثال الذي أعطي أعلاه، سيبين هيستوغرام السويات-الرمادية أن النقاط التي شداتها 1 و 7 هي الأكثر هيمنة.

ان اختيار معايير التشابه لايعتمد على المسألة موضع الدراسة فحسب ولكن يعتمد أيضا على نوع معطيات الصور المتوفرة. فعلى سبيل المثال، ان استعمال صور سواتل استعمال (استثمار)-الأرض land – use satellite imagery يعتمد كثيرا على استعمال الألوان. ان التعامل مع هذه المسألة باستعمال صور وحيدة اللون لوحدها سيكون أكثر صعوبة بكثير. ولسوء الحظ، فان توفر معطيات صور متعددة النطاقات الطيفية ومعطيات أخرى مساعدة هو الاستثناء بدلا من أن يكون القاعدة في معالجة الصور. نموذجيا، يجب أن يجرى تحليل المناطق باستعمال مجموعة واصفات set of descriptors مبنية على الشدة والخصائص الحيزية (مثل العزوم moments والتركيب texture) لمصدر صورة وحيد. وسنقدم مناقشة للواصفات المفيدة في توصيف المناطق region characterization في القسم 3.8.

من المهم أن نشير إلى أن الواصفات لوحدها يمكن أن تعطي نتائج مضللة إذا لم تستعمل معلومات الاتصالية أو التجاور في عملية توسيع المناطق. يمكن بسهولة تصور

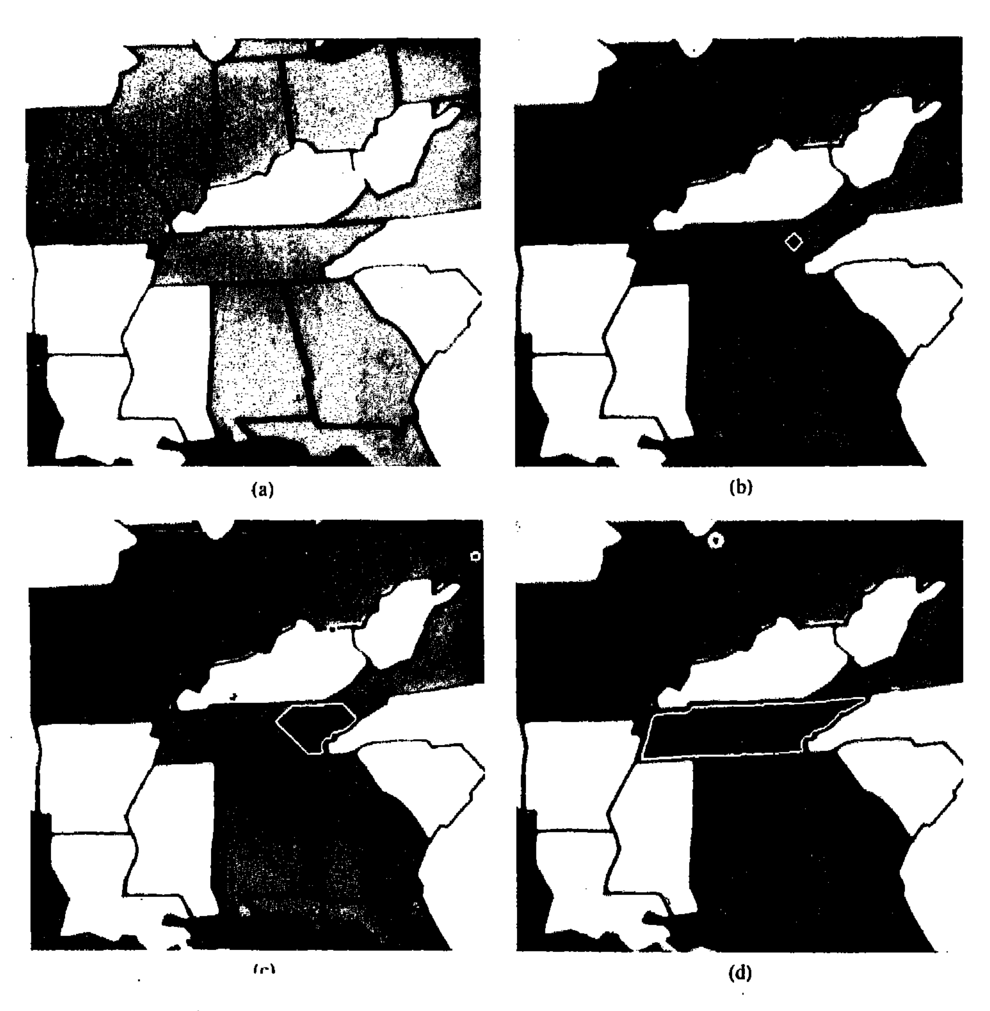
توضيح لذلك بالأخذ بالاعتبار ترتيبا عشوائيا من عناصر ذات ثلاث سويات شدة مميزة فقط. ان تجميع العناصر ذات نفس الشدة لتشكيل "منطقة" دون اعطاء عناية للاتصالية سيعطي نتيجة تجزيء لامعنى لها في سياق هذه المناقشة.

ان تشكيل قانون توقف هو مسألة هامة أخرى في توسيع المناطق. نحن نوقف توسيع منطقة ما أساسا عندما لايبقى عناصر تحقق معايير التضمين في تلك المنطقة. لقد ذكرنا أعلاه معايير مثل الشدة intensity و التركيب texture و اللون التي هي موضعية بطبيعتها ولاتأخذ بالحسبان تاريخ توسيع المنطقة. ان بعض المعايير الأخرى التي تزيد طاقة خوارزميات توسيع–المناطق تشتمل على مفهوم القياس (الحجم) size و الشبه بين عنصر مرشح candidate والعناصر التي استخدمت في التوسيع حتى الآن (مثل مقارنة شدة العنصر المرشح مع الشدة المتوسطة للمنطقة)، وشكل منطقة معطاة يتم توسيعها. ان استعمال هذه الأنواع من الواصفات يبنى على افتراض أن نموذجا للنتائج المتوقعة متوفر جزئيا على الأقل.

مثال: الشكل 31.7 (a) هو صورة قسم من خريطة تحتوي نقطة أصل وحيدة (مبينة كنقطة بيضاء). ان المعيارين اللذين استخدما لتوسيع المناطق كانا (1) الفرق المطلق في السوية الرمادية بين نقطة الأصل والنقطة المرشحة لايتجاوز 10% من الفرق بين السويات العظمى والصغرى لمجمل الصورة (255 في هذه الحالة)، و (2) كل عنصر يضاف إلى المنطقة يجب أن يحقق اتصالية ثمانية مع عنصر واحد على الأقل من العناصر التي ضمنت سابقا في المنطقة.

يبين الشكل 31.7 (b) منطقة في المراحل الأولى من التوسع. ان الترتيب الذي تم فيه التعامل مع العناصر هو أن تؤخذ بالحسبان العناصر ذات نفس المسافة الرباعية D_4 من نقطة الأصل أولا. ان زيادة قيمة هذه المسافة لتمديد التوسع أنتج منطقة بشكل معين (انظر القسم 3.4.2). يبين الشكل 31.7 (c) المنطقة في مرحلة متوسطة من التوسع. لاحظ كيف تشوه شكل المعين نتيجة الاصطدام بحدود أسست بعناصر فشلت في تحقيق معيار السوية الرمادية. أخيرا، يبين الشكل 31.7 (d) توسع المنطقة

الكامل بهذه التقنية. من الجدير بالملاحظة أنه على الرغم من أن العناصر الأخرى في المناطق المجاورة قد حققت معيار السوية الرمادية، فقد توقف، التوسع عندها لأن هذه العناصر لم تحقق معيار الاتصالية بسبب الفصل الناتج عن الحدود العاتمة حول المنطقة الموسعة (النامية).

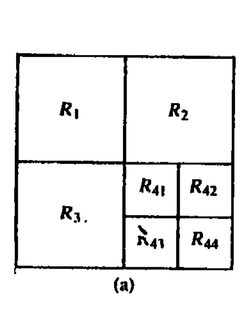


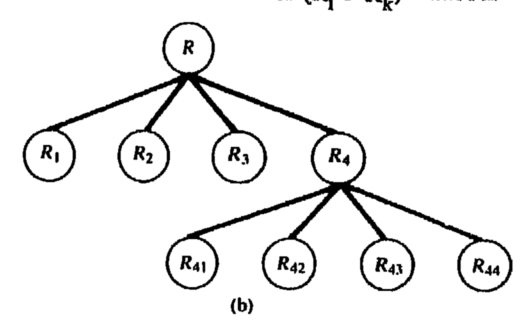
الشكل 31.7 (a) صورة أصلية تبين نقطة أصل. (b) مرحلة مبكرة من توسع المناطق، (c) مرحلة متوسطة من التوسع. (d) المنطقة النهائية.

3.4.7 شطر و دمج المناطق region spletting and merging

يقوم الاجراء المناقش في القسم السابق بتوسيع المناطق بدءا من مجموعة معطاة من نقاط الأصل seed points. يوجد اجراء بديل يقوم على شطر الصورة في البداية إلى مجموعة مناطق فرعية اختيارية منفصلة، وبعدئذ دمجها أو شطرها في محاولة لتحقيق الشروط الواردة في القسم 1.4.7. يمكن شرح خوارزمية شطر و دمج split and merge algorithm تعمل بشكل تكراري لتحقيق هذه الشروط، كما يلي:

دع R تمثل كامل منطقة الصورة وانتق خبرا P كما ناقشنا في القسم 14.7 . بافتراض أن لدينا صورة مربعة، فان احدى الطرق لتجزيء R هو شطرها بشكل تتابعي إلى مناطق ربعية أصغر فأصغر بحيث يكون $P(R_i)$=TRUE من أجل أية منطقة R_i . و إذا كانت P(R)=FALSE ، نقسم الصورة إلى أرباع. وإذا كانت P تساوي FALSE من أجل أي ربع، نقسم ذلك الربع إلى أرباع فرعية، وهكذا. ان لتقنية الشطر الخاصة هذه تمثيل ملائم يسمى الشجرة الرباعية quadtree (أي، شجرة لكل عقدة فيها أربعة نوازل بالضبط) يبين الشكل 32.7 توضيحا بسيطا لذلك. لاحظ أن جذر الشجرة يقابل كامل الصورة وأن كل عقدة تقابل قسما فرعيا. في هذه الحالة تم شطر R_4 فقط شطرا لاحقا. إذا استعملنا الشطر فقط، من المحتمل أن يحتوي الجزء الأخير على مناطق متجاورة ذات خصائص متماثلة. يمكن أن يعالج (يصلح) ذلك بالسماح بالدمج بالاضافة إلى الشطر. ولكي تحقق شروط القسم 1.4.7 ، ندمج فقط المناطق المتجاورة التي تحقق عناصرها المدموجة الخبر P ، أي، ندمج منطقتين متجاورتين R_i و R_k فقط إذا كانت $P(R_i \cup R_k)$ = TRUE.





الشكل 32.7 صورة مجزأة. (b) الشجرة الرباعية المقابلة.

يمكن تلخيص المناقشة السابقة بالاجراء التالي الذي نقوم فيه في كل خطوة بـ:

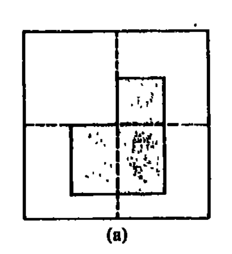
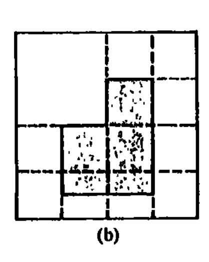
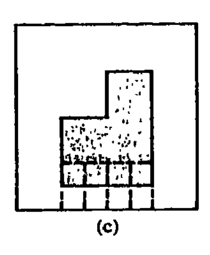
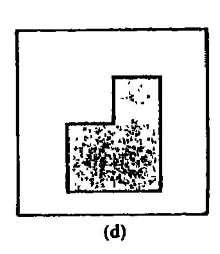
(1) نقسم أية منطقة R_i حيث $P(R_i)$=FALSE ، إلى أربعة أرباع منفصلة.

(2) ندمج أية منطقتين متجاورتين R_j و R_k يكون فيهما $P(R_j \cup R_k) = TRUE$.

(3) نتوقف عندما لايصبح بالامكان اجراء أي شطر أو دمج.

من الممكن وجود أشكال مختلفة لهذه الفكرة الأساسية (Horwitz and Pavlidis 1974). فعلى سبيل المثال، إن إحدى الامكانيات هي شطر الصورة في البداية إلى مجموعة من الكتل المربعة square blocks. أما الشطر اللاحق فيتم كما ذكرنا أعلاه، ولكن الدمج يقتصر في البداية على مجموعات groups من أربع كتل هي نوازل descendants في تمثيل الشجرة الرباعية quadtree و تحقق الخبر P . وعندما لايصبح بالامكان اجراء أية عمليات دمج أخرى، ينهى الاجراء بدمج أخير للمناطق التي تحقق الخطوة 2 أعلاه. وعند هذه النقطة، يمكن أن تكون المناطق التي دمجت ذات قياسات (أحجام) مختلفة. ان مزية هذا الاجراء هي أنه يستعمل نفس الشجرة الرباعية من أجل الشطر والدمج حتى خطوة الدمج النهائية.

مثال: يبين الشكل 33.7 توضيحا لخوارزمية قسم—و—أدمج split – and – merge المناقشة أعلاه. تتكون الصورة موضع الدراسة من جسم وحيد وخلفية. وللتبسيط، نفترض أن كلا من الجسم والخلفية ذا سوية رمادية ثابتة وأن $P(R_i)$=TRUE إذا كانت جميع العناصر في R_i ذات نفس الشدة. ينتج بعد ذلك من أجل كامل منطقة الصورة R أن P(R)=FALSE بحيث تقسم الصورة كما في الشكل 337(a). في الخطوة التالية تكون المنطقة اليسرى العلوية فقط محققة للخبر ولذلك لا تغير، في حين أن مناطق الأرباع الثلاثة الأخرى تقسم إلى أرباع فرعية كما هو مبين في الشكل 33.7 (b). في هذه المرحلة يمكن دمج عدة مناطق، باستثناء الربعين الفرعيين اللذين يحتويان الجزء الأدنى من الجسم لأنهما لايحققان الخبر ويجب أن يقسما ثانية. ان نتائج عملية قسم—و—أدمج مبينة في الشكل 33.7 (c). في هذه المرحلة، جميع المناطق تحقق الخبر P ، ودمج المناطق الملائمة من عملية الشطر الأخيرة يعطي النتيجة المجزأة النهائية المبينة في الشكل 33.7 (d).


(a)

(b)

(c)

(d)

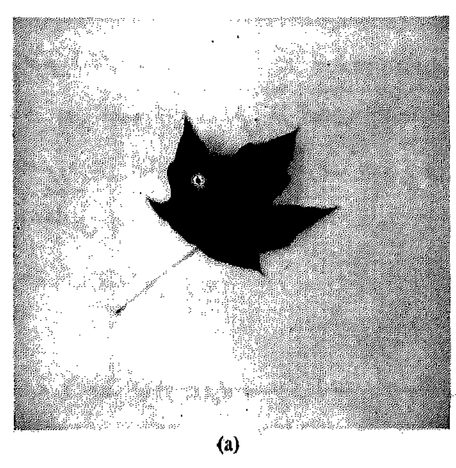
الشكل 33.7 مثال لخوارزمية قسم–و– أدمج

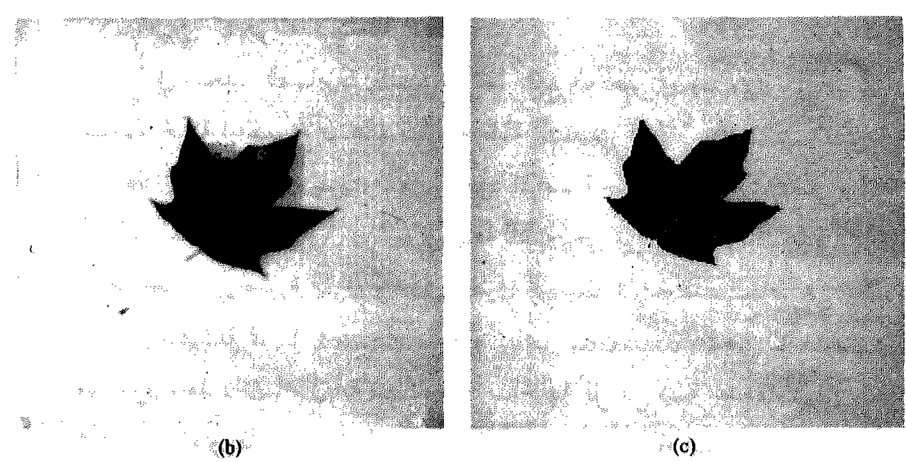
(عن Fu, Gonzalez and Lee 1987).

يبين الشكل 34.7 مثالاً عملياً أكثر. في هذه الحالة $P(R_i)$=TRUE إذا كان لـ 80%على الأقل من العناصر في R_i الخاصة $|z_j - m_i| \leqslant 2\sigma_i$ حيث ان z_j هي السوية الرمادية للعنصر رقم j في R_i ، و m_i هو وسطي السويات الرمادية في تلك المنطقة، و σ_i. هو الانحراف المعياري للسويات الرمادية في R_i. إذا كان $P(R_i)$=TRUE ضمن هذا الشرط، تجعل قيم جميع العناصر في R_i عندئذ مساوية لـ m_i. ان نتيجة تطبيق هذه التقنيـة على الصورة المبينة في الشكل 34.7(a) مبينة في الشكل 34.7(b). لاحظ أثر "الكتـلة" block effect في بعض زوايا الصورة وقرب الورقة نتيجة التظليل. لقد تم الحصـول على الشكـل 34.7(c) بتعتيب الشكل 34.7(b) بعتبة وضعت في منتصف المسافة بين الذروتين الرئيستين للهيستوغرام. لقد تم حذف كتل الظل الفاتحة و(جذع الورقة) بالتعتيب.

5.7 استعمال الحركة في التجزيء the use of motion in segmentation

ان الحركة دليـل فعـال يـستعمـل من قبـل الانســان والحيوانات الأخرى لاستخلاص الأجسام موضع الاهتمام من خلفية ذات تفاصيل عديمة الصلة بالأجسام. في تطبيقات التصوير، تنشأ الحركة من ازاحة نسبية بين نظام التحسس والمشهد المنظور اليه كما في تطبيقات الانسان الآلي (الروبوتيك) و الملاحة التلقائية (الذاتية) والتحليل الديناميكي للمشاهد. ندرس في الأقسام التالية استعمال الحركة في التجزيء من وجهتي نظر المجال الترددي و المجال الحيزي.





الشكل 34.7 (a) صورة اصليه. (b) نتيجة اجراء قسم–و–ادمج. (c) نتيجة تعتيب الشكل 34.7 (b).

1.5.7 التقنيات الحيزية spatial techniques

طريقة أساسية basic approach

إن إحدى أبسط الطرق لكشف التغيرات بين اطاري صورتين $f(x, y, t_i)$ و $f(x, y, t_j)$ ملتقطين في زمنين t_i و t_j، على التوالي، هي مقارنة الصورتين على أساس عنصر–فعنصر. ان أحد الاجراءات لعمل ذلك هو تشكيل "صورة فرق" difference image.افرض أن لدينا صورة مرجعية تحتوي مركبات ثابتة فقط. إذا قارنا

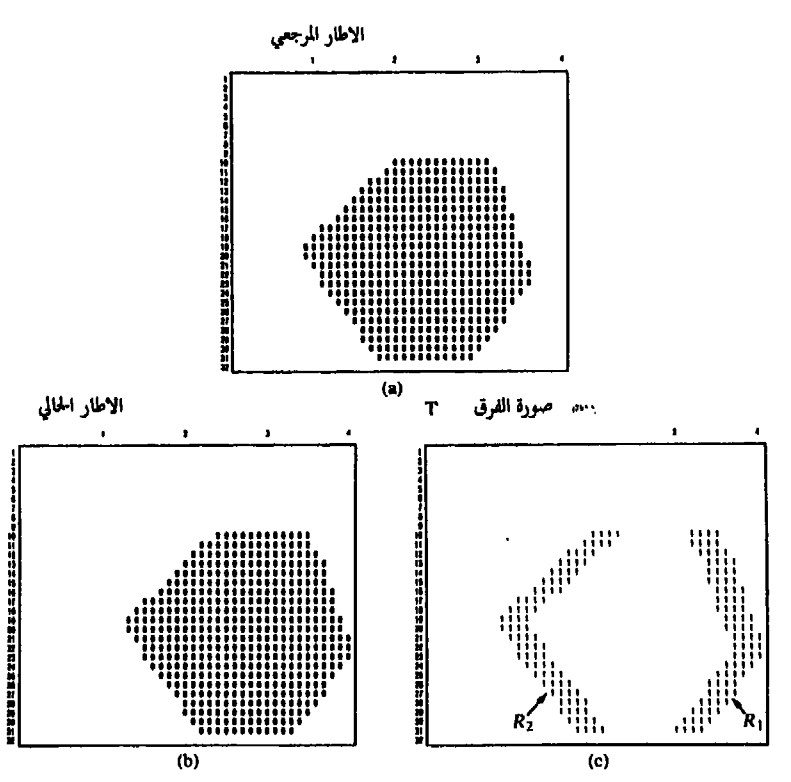
هذه الصورة مع صورة تالية ذات نفس البيئة environment ولكنها تحتوي على جسم متحرك، فان الفرق بين الصورتين سيلغي المركبات الثابتة تاركا المداخل غير الصفرية التابعة لمركبات الصورة غير الثابتة. يمكن أن تعرف صورة فرق بين صورتين ملتقطتين في زمنين t_i و t_j بما يلي

$$d_{ij}(x, y) = \begin{cases} 1 & \text{if } |f(x, y, t_i) - f(x, y, t_j)| > \theta, \\ 0 & \text{otherwise,} \end{cases} \qquad (1-5.7)$$

حيث ان θ هي عتبة. لاحظ أن $d_{ij}(x, y)$ تساوي 1 عند احداثيين حيزيين (x, y) فقط إذا كان فرق السوية الرمادية بين الصورتين مختلفا بشكل محسوس (معتبر) عند هذين الاحداثيين، كما هو محدد بالعتبة θ .

في التحليل الديناميكي للصورة، تعد جميع العناصر في $d_{ij}(x, y)$ التي قيمتها 1 نتيجة لحركة الجسم. ان هذه الطريقة قابلة للتطبيق فقط إذا كانت الصورتان ، مسجلتين والانارة ثابتة تقريبا ضمن الحدود المؤسسة بـ θ. في التطبيق العملي، كثيرا ماتظهر مداخل قيمتها 1 في $d_{ij}(x, y)$ نتيجة للضجيج. نموذجيا، ستكون هذه المداخل نقاطا معزولة في صورة الفرق واحدى الطرق البسيطة لازالة هذه النقاط هي تكوين مناطق متصلة ثمانيا 8 – connected أو رباعيا 4 – connected من الواحدات في $d_{ij}(x, y)$ وبعد ذلك اهمال أية منطقة عدد مداخلها أقل من قيمة محددة مسبقا. ولكن يمكن أن يؤدي ذلك إلى اهمال أجسام صغيرة و/أو أجسام متحركة ببطء، ولكنها تحسن فرص كون المداخل الباقية في صورة الفرق مداخل ناتجة حقيقة عن الحركة.

ان المفاهيم السابقة موضحة في الشكل 35.7. يبين الشكل 35.7(a) اطار صورة مرجعية التقطت في زمن t_i و تحتوي على جسم وحيد ذي شدة ثابتة، يتحرك بسرعة منتظمة على سطح الخلفية التي شدتها ثابتة أيضاً. ويبين الشكل 35.7(b) إطاراً حالياً التقط في زمن t_j ، ويبين الشكل 36.7(c) صورة الفرق محسوبة باستعمال المعادلة (1 – 5.7). لاحظ أنه قد تم توليد منطقتين منفصلتين بواسطة عملية الفرق: احداهما تولدت نتيجة الحافة الأمامية والمنطقة الأخرى هي نتيجة الحافة الخلفية للجسم المتحرك.



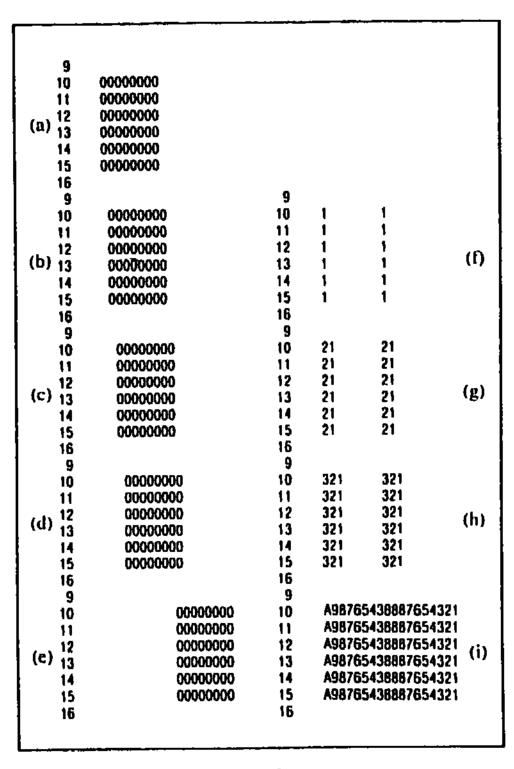
الشكل 35.7 (a) صورة ملتقطة في زمن t_i. (b) صورة ملتقطة في زمن t_j. (c) صورة الفرق. (عن Jain 1981).

الفروق التراكمية accomulative differences

كما أشرنا في القسم السابق، كثيرا ما تحتوي صورة الفرق مداخل معزولة ناتجة عن الضجيج. على الرغم من أن عدد هذه المداخل يمكن أن يخفض أو يحذف بشكل كامل بتحليل اتصالية معتب thressholded connectivity analysis ، فان طريقة الترشيح هذه يمكن أن تزيل الأجسام الصغيرة أو المتحركة ببطء. إن الطريقة المناقشة في هذا القسم تتعامل مع المسألة بدراسة التغيرات في موضع العنصر في عدة اطارات، مقدمة بذلك "ذاكرة" إلى العملية. ان الفكرة الأساسية هي أن نهمل التغيرات التي تحدث بشكل متفرق sporadic ضمن تتابع اطارات والتي يمكن أن تعزى بالتالي إلى ضجيج عشوائي.

خذ تتابع اطارات الصور: $f(x, y, t_1), f(x, y, t_2), \ldots, f(x, y, t_n)$ ولتكن $f(x, y, t_1)$ الصورة المرجعية. تشكل صورة فرق تراكمي accomulative difference image بمقارنة الصورة المرجعية هذه مع كل صورة تالية في التتابع. تتم زيادة عداد لكل موضع عنصر في الصورة التراكمية في كل مرة يكون فيها فرق في موضع ذلك العنصر بين المرجع والصورة في التتابع. وهكذا فعندما يقارن الاطار رقم k بالمرجع يعطي العنصر في مدخل معين من الصورة التراكمية عدد المرات التي كانت فيها السوية الرمادية في ذلك الموضع مختلفة عن قيمة العنصر المقابل في الصورة المرجعية. تؤسس الفروق باستعمال المعادلة (5.7 – 1)، على سبيل المثال.

ان المفاهيم السابقة موضحة في الشكل 36.7. تبين الأجزاء (a) حتى (e) من هذا الشكل جسما مستطيلا (مشارا اليه بأصفار) يتحرك إلى اليمين بسرعة ثابتة قدرها عنصر pixel واحد لكل اطار. تمثل الصور المبينة لحظات من الزمن تقابل ازاحات بمقدار عنصر واحد للاطار (one pixel per frame). الشكل 36.7 (a) هو اطار الصورة المرجعية، والأشكال 36.7 (b) حتى (d) هي الاطارات 2 و 3 و 4 في التتابع، والشكل 36.7 (e)هو الاطار رقم 11 والأشكال 36.7 (f) حتى (e) هي الصور التراكمية المقابلة التي يمكن شرحها كمايلي. في الشكل 36.7 (f) العمود الأيسر من الواحدات هو بسبب الفروق بين الجسم في الشكل 36.7 (a) والخلفية في الشكل 36.7(b). العمود الأيمن من الواحدات ناتج عن الفروق بين الخلفية في الصورة المرجعية والحافة الأمامية في الجسم المتحرك. ومع حلول زمن الاطار الرابع (الشكل d36.7) يبين العمود الأول من صورة الفرق الذي تختلف قيمه عن الصفر العدد 3 مما يدل على ثلاثة فروق اجمالية بين ذلك العمود في الصورة المرجعية والعمود المقابل في الاطارات التالية. أخيرا، يبين الشكل 36.7(i) مجموع 10 (ممثلا بـ A في السداسي عشري) تغيرات في ذلك الموضع. وتشرح المداخل الأخرى في ذلك الشكل بطريقة مشابهة.



الشكل 36.7(a) اطار صورة مرجعية. (e)–(b) هي الأطر 2,3,4,11. (i)–(f) هي صور الفرق التراكمي للأطر 2,3,4,11 (الأرقام 9–16 على الحدود هي أرقام مرجعية للخطوط ولاتتعلق بهذه المناقشة، عن Jain 1981).

يكون من المناسب في كثير من الأحيان أخذ ثلاثة أنواع من صور الفرق التراكمي: مطلق (AADI) وموجب (PADI) وسالب (NADI). يتم الحصول على الكميتين الاخيرتين باستعمال المعادلة (5.7–1)بدون القيمة المطلقة، و باستعمال الاطار المرجعي بدلا من $f(x, y, t_i)$، بافتراض أن السويات الرمادية للجسم أكبر عدديا من الخلفية، إذا كان الفرق موجبا، فانه يقارن مع عتبة موجبة، وإذا كان سالبا، يقارن مع عتبة سالبة. ويعكس هذا التعريف إذا كانت سويات الجسم أقل من الخلفية.

مثال: تبين الأشكال 37.7(a) – (c) الصور AADI, PADI, NADI لجسم مكون من 20 × 20عنصراً، سويته الرمادية أعلى من الخلفية ويتحرك بسرعة ثابتة في اتجاه جنوب شرق. من المهم أن نلاحظ أن التوسع الحيزي لـ PADI يتوقف عندما يزاح الجسم من موضعه الأصلي. بعبارة أخرى، عند ما يزاح جسم سوياته الرمادية أعلى من الخلفية بشكل كامل من موضعه في الصورة المرجعية، لن يكون هناك مداخل جديدة مولدة في صورة الفرق التراكمي الموجب. ولذلك، عندما يتوقف توسعه، تعطي صورة الـ PADI الموضع الأولي للجسم في الاطار المرجعي. كما سنرى في القسم التالي، يمكن استعمال هذه الخاصة للاستفادة في انشاء مرجع من تتابع صور ديناميكية. ويلاحظ أيضا في الشكل 37.7 أن صورة الـ AADI تحتوي مناطق كل من الـ PADI و الـ NADI، وأن المداخل في هذه الصور تعطي دلالة على سرعة واتجاه حركة الجسم. ان الصور في الشكل 37.7 مبينة بشكل شدة مرمزة في الشكل 38.7.

تأسيس صورة مرجعية establishing a reference image

ان مفتاح نجاح التقنيات التي نوقشت في القسمين السابقين هو توفر صورة مرجعية يمكن أن تتم المقارنات اللاحقة معها. كما أشرنا أعلاه، يميل الفرق بين صورتين في مسألة تصوير ديناميكي إلى الغاء جميع المركبات الثابتة، تاركا عناصر الصورة التي تتبع للضجيج وللأجسام المتحركة فقط. يمكن التعامل مع مشكلة الضجيج بطريقة الترشيح التي ذكرت سابقا، أو بتكوين صورة فرق تراكمي كما ناقشنا في القسم السابق.

في التطبيق العملي، ليس من الممكن دائما الحصول على صورة مرجعية بعناصر ثابتة فقط، ويصبح ضروريا بناء مرجع من مجموعة صور تحتوي على جسم متحرك أو أكثر. ان هذا الأمر حقيقة خصيصا في الحالات التي تصف مشاهد مزدحمة busy scenes أو في حالات تتطلب تحديثا updating متكررا. ان أحد الاجراءات لتوليد صورة مرجعية هو التالي: افرض أننا نعتبر الصورة الأولى في تتابع صور معين هي صورة مرجعية. عندما تتحرك مركبة غير ثابتة، كليا إلى خارج موضعها في الاطار المرجعي، يمكن أن تنسخ duplicated الخلفية المقابلة لها في الاطار الحالي في الموضع الذي كان

```
99999999999999999999
99999999999999999999
99999999999999999999
9988888888888888888811
9988888888888888888811
9988888888888888888811
998877777777777777772211
998877777777777777772211
998877777777777777772211
99887766666666666666332211
99887766666666666666332211
99887766666666666666332211
9988776655555555555544332211
9988776655555555555544332211
9988776655555555555544332211
998877665544444444445544332211
998877665544444444445544332211
998877665544444444445544332211
99887766554433333333665544332211
99887766554433333333665544332211
  112233445566666666665544332211
  11223344556677777777665544332211
  11223344556677777777665544332211
    112233445566666666665544332211
    11223344556677777777665544332211
    11223344556677777777665544332211
      112233445566666666665544332211
      11223344556677777777665544332211
      11223344556677777777665544332211
        112233445566666666665544332211
        112233445566666666665544332211
        112233445566666666665544332211
          1122334455555555555544332211
          1122334455555555555544332211
          1122334455555555555544332211
            11223344444444444444332211
            11223344444444444444332211
            11223344444444444444332211
              112233333333333333332211
              112233333333333333332211
              112233333333333333332211
                1122222222222222222211
                1122222222222222222211
                1122222222222222222211
                  11111111111111111111
                  11111111111111111111
                  11111111111111111111
```

(a)

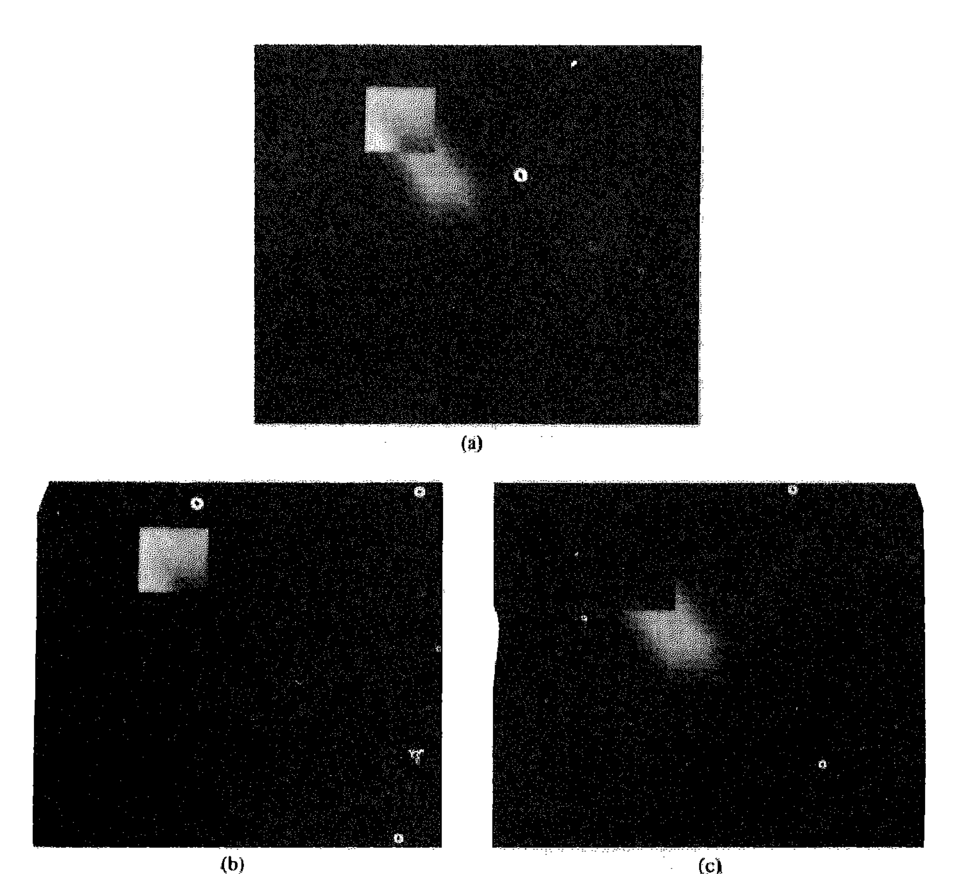
```
99999999999999999999
99999999999999999999
99999999999999999999
99888888888888888888
99888888888888888888
99888888888888888888
99887777777777777777
99887777777777777777
99887777777777777777
99887766666666666666
99887766666666666666
99887766666666666666
99887766555555555555
99887766555555555555
99887766555555555555
99887766554444444444
99887766554444444444
99887766554444444444
99887766554433333333
99887766554433333333
```

(b)

```
                  11
                  11
                  11
                  2211
                  2211
                  2211
                  332211
                  332211
                  332211
                  44332211
                  44332211
                  44332211
                  5544332211
                  5544332211
                  5544332211
                  665544332211
                  665544332211
112233445566666666665544332211
11223344556677777777665544332211
11223344556677777777665544332211
  112233445566666666665544332211
  11223344556677777777665544332211
  11223344556677777777665544332211
    112233445566666666665544332211
    11223344556677777777665544332211
    11223344556677777777665544332211
      112233445566666666665544332211
      112233445566666666665544332211
      112233445566666666665544332211
        1122334455555555555544332211
        1122334455555555555544332211
        1122334455555555555544332211
          11223344444444444444332211
          11223344444444444444332211
          11223344444444444444332211
            112233333333333333332211
            112233333333333333332211
            112233333333333333332211
              1122222222222222222211
              1122222222222222222211
              1122222222222222222211
                11111111111111111111
                11111111111111111111
                11111111111111111111
```

(c)

الشكل 37.7 صور- فروق تراكمية (a) مطلقة و (b) موجبة و (c) سالبة لجسم مكون من 20×20 عنصرا، شدته أكبر من الخلفية ويتحرك باتجاه جنوب شرق (عن Jain 1983).



الشكل 38.7 صور فروق تراكمية مرمزة–الشدة للشكل 37.7(a) AADI و (b) PADI و (c) NADI ، (عن Jain 1983).

مشغولا أصلا بالجسم في الصورة المرجعية. وعندما تتحرك جميع الأجسام المتحركة خارج مواضعها الأصلية بشكل كامل، ستكون الصورة المرجعية المحتوية على مركبات ثابتة فقط قد أنشئت. يمكن تأسيس ازاحة الجسم بمراقبة تغير الـ PADI ، كما ناقشنا في القسم السابق.

مثال: يبين الشكلان 39.7 و 40.7 توضيحا للطريقة التي نوقشت أعلاه. يبين الشكل 39.7 اطاري صورة لتقاطع مرور. يعد الاطار الأول مرجعا و يبين الثاني نفس المشهد بعد بعض الوقت. ان الخصائص الرئيسة المتحركة هي سيارات تتحرك من اليسار

إلى اليمين و ماش pedestrian يجتاز الشارع في الجانب الأيسر الأدنى من الصورة. اد إزالة السيارة المتحركة مبينة في الشكل 40.7(a) والماشي قد أزيل في الشكل 40.7(b).



(a) (b)

الشكل 39.7 اطاري صورة حركة مرور. يوجد جسمان متحركان رئيسان في الصورة: سيارة بيضاء في وسط الصورة وماش في اليسار الأدنى (عن Jain 1981).



(a) (b)

الشكل 40 (a) صورة أزيلت منها السيارة واستعيد ت فيها الخلفية. (b) أزيل منها الماشي واستعيدت فيها الخلفية. يمكن استعمال الصورة الأخيرة كمرجع. (عن Jain 1981).

2.5.7 تقنيات المجال – الترددي

تتعامل التقنيات التي نوقشت في الفصل السابق مع حركة الصورة باستعمال الطرائق الحيزية. ندرس في هذا القسم مسألة تحديد تقديرات estimates الحركة بواسطة تشكيل formulation لتحويل فورييه. خذ تتابعاً $f(x, y, t)$ من أجل $t=1,2,\ldots,T-1$

مكونا من T اطار صورة رقمية قياسها M×N مولدة بواسطة كاميرا ثابتة. نبدأ التطوير بافتراض أن جميع الأطر ذات خلفية متجانسة شدتها صفر. ان الاستثناء لهذا الافتراض هو جسم مكون من عنصر واحد one – pixel object له شدة الوحدة ويتحرك بسرعة ثابتة. افرض أننا من أجل الاطار الأول (t=0) نسقط مستوي الصورة على المحور الاحداثي x أي أننا نجمع شدات العناصر عبر الأعمدة. تنتج هذه العملية مصفوفة أحادية البعد بـ M مدخلا تساوي الصفر، باستثناء الموضع الذي يسقط فيه الجسم. إذا ضربنا مركبات المصفوفة بـ $\exp[j2\pi k_1 x\Delta t]$ من أجل $x=0,1,...M-1$ وكان الجسم عند الاحداثيين (x',y') في تلك اللحظة من الزمن، فنتيجة الجمع عندئذ تساوي $\exp[j2\pi k_1 x'\Delta t]$. في هذا التعبير الرياضي، k_1 هو عدد صحيح موجب و t هي الفاصل الزمني بين الأطر.

افرض أن الجسم قد تحرك في الاطار الثاني (t=1) إلى الاحداثيين $(x'+1,y')$، أي أنه قد تحرك بمقدار عنصر واحد بشكل مواز للمحور الاحداثي x. بعدئذ ستعطي اعادة الاجراء المذكور أعلاه المجموع الآتي $\exp[j2\pi k_1(x'+1)\Delta t]$. إذا تابع الجسم التحرك بمقدار عنصر واحد لكل اطار، يكون لدينا في أية لحظة صحيحة integer من الزمن النتيجة $\exp[j2\pi k_1 (x'+t) \Delta t]$، التي يمكن التعبير عنها باستعمال صيغة أولر كما يلي

$$\exp[j2\pi k_1(x'+t)\Delta t] = \cos[2\pi k_1(x'+t)\Delta t] + j\sin[2\pi k_1(x'+t)\Delta t] \qquad (2-5.7)$$
$$t = 0, 1, \ldots, T-1.$$

بعبارة أخرى، يعطي الاجراء الملخص أعلاه اشارة جيبية عقدية بتردد k_1. إذا كان الجسم يتحرك بمقدار v_1 عنصرا (باتجاه x) بين الأطر فسيكون للاشارة الجيبية التردد $v_1 k_1$. ولأن T تتغير بين 0 و $T-1$ بتزايدات صحيحة، فإذا جعلنا k_1 يقتصر على القيم الصحيحة فسيكون لتحويل فورييه المتقطع للاشارة الجيبية قمتان تقع احداهما عند التردد v_1 والثانية عند التردد $T-v_1 k_1$. ان الذروة الأخيرة ناتجة عن تناظر الطي symmetry foldover، كما ناقشنا في القسم 3.3.3، ويمكن أن تهمل. ولذلك فان استقصاء الذرى في طيف فورييه سيعطي $v_1 k_1$. ان تقسيم هذه الكمية على k_1 يعطي

v_1 التي هي مركبة السرعة في الاتجاه x. لأن معدل الاطار يفترض أن يكون معروفا. ان مناقشة مشابهة باستعمال المساقط على المحور الاحداثي y ستعطي v_2 التي هي مركبة السرعة في الاتجاه y. من المهم أن نلاحظ أن التتابع الذي لاتحصل فيه حركة سينتج حدودا أسية متماثلة يتألف تحويل فورييه التابع لها من ذروة وحيدة عند التردد صفر "0"(أي حدا مستمرا وحيدا DC). ولذلك، نظرا لأن العمليات التي نوقشت حتى الآن هي عمليات خطية، فان الحالة العامة التي تتضمن جسما متحركا واحدا أو أكثر في خلفية ساكنة اختيارية ستكون ذات ذروة عند DC مقابلة لمركبات الصورة الساكنة، وذرى في مواضع متناسبة مع سرع الأجسام. يمكن أن تلخص المفاهيم السابقة باستعمال العلاقات التالية. من أجل تتابع مكون من T من الصور الرقمية ذات القياس M×N ، يعطى مجموع المساقط الموزنة على المحور الاحداثي x في أية لحظة صحيحة integer من الزمن بالمعادلة:

$$g_x(t, k_1) = \sum_{x=0}^{M-1}\sum_{y=0}^{N-1} f(x, y, t)e^{j2\pi k_1 x\Delta t} \quad t = 0, 1, \ldots, T-1 \qquad (3-5.7)$$

بشكل مشابه، يعطى مجموع المساقط على المحور الاحداثي y بالمعادلة

$$g_y(t, k_2) = \sum_{y=0}^{N-1}\sum_{x=0}^{M-1} f(x, y, t)e^{j2\pi k_2 y\Delta t} \quad t = 0, 1, \ldots, T-1, \qquad (4-5.7)$$

حيث ان k_1 و k_2 هما عددان صحيحان موجبان.

يعطى تحويلا فورييه أحاديا-البعد للمعادلتين (5.7-3) و (5.7-4)، على التوالي بالمعادلتين

$$G_x(u_1, k_1) = \frac{1}{T}\sum_{t=0}^{T-1} g_x(t, k_1)e^{-j2\pi u_1 t/T} \quad u_1 = 0, 1, \ldots, T-1 \qquad (5-5.7)$$

و

$$G_y(u_2, k_2) = \frac{1}{T}\sum_{t=0}^{T-1} g_y(t, k_2)e^{-j2\pi u_2 t/T} \quad u_2 = 0, 1, \ldots, T-1. \qquad (6-5.7)$$

في التطبيق العملي، يتم حساب هذين التحويلين باستعمال خوارزمية تحويل فورييه السريع، كما ناقشنا في القسم 4.3.

بنـاءا على المنـاقشــة المذكورة أعلاه، تعطى علاقة التردد–السرعة بالمعادلتين التاليتين

$$u_1 = k_1 v_1 \qquad (7-5.7)$$

و

$$u_2 = k_2 v_2. \qquad (8-5.7)$$

من المهم أن نلاحظ أيضا أن وحدة السرعة في هذا التشكيل هي "عنصر في زمن الاطار الاجمالي" pixel per total frame time. فمثلا، $v_1=10$ تفسر بأنها حركة 10 عناصر في T اطار. بافتراض أن الأطر مأخوذة بانتظام، فان السرعة ا لفيزيائية الفعلية ستعتمد على معدل الاطار وعلى المسافة بين العناصر. ولذلك، إذا كانت $v_1=10$ و T=30 و معدل الاطار هو صورتان في الثانية، والمسافة بين العناصر هي 0.5 م، فان السرعة الفيزيائية الفعلية في الاتجاه x ستكون

$$\begin{aligned} v_1 &= (10 \text{ pixels})(0.5 \text{ m/pixel})(2 \text{ frames/sec})/(30 \text{ frames}) \\ &= 1/3 \text{ m/sec.} \end{aligned}$$

يتم الحصول على اشارة المركبة x للسرعة بحساب

$$S_{1x} = \left. \frac{d^2 \mathrm{Re}[g_x(t, k_1)]}{dt^2} \right|_{t=n} \qquad (9-5.7)$$

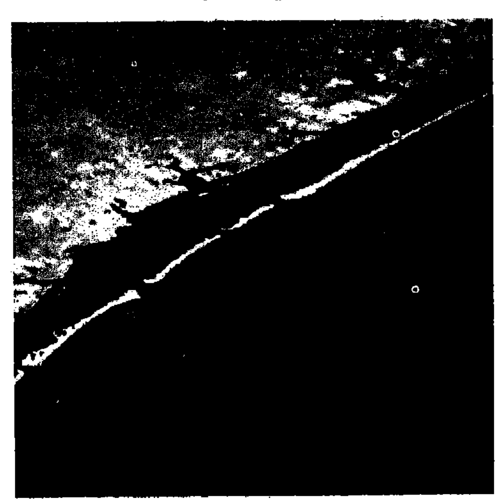
و

$$S_{2x} = \left. \frac{d^2 \mathrm{Im}[g_x(t, k_2)]}{dt^2} \right|_{t=n} \qquad (10-5.7)$$

نظرا لأن $g_x(t, k_1)$ جيبية، يمكن أن نبين أن S_{1x} و S_{2x} سيكون لهما نفس الاشارة في نقطة ما n اختيارية في الوقت إذا كانت مركبة السرعة v_1 موجبة. وبشكل معاكس، ستدل الاشارتان المتعاكستان في S_{1x} و S_{2x} على مركبة سالبة. إذا كانت S_{1x} أو S_{2x} صفرا، نأخذ النقطة التالية الأقرب في الوقت، $t=n\mp\Delta t$. وتسري تعليقات مشابهة على حساب v_2.

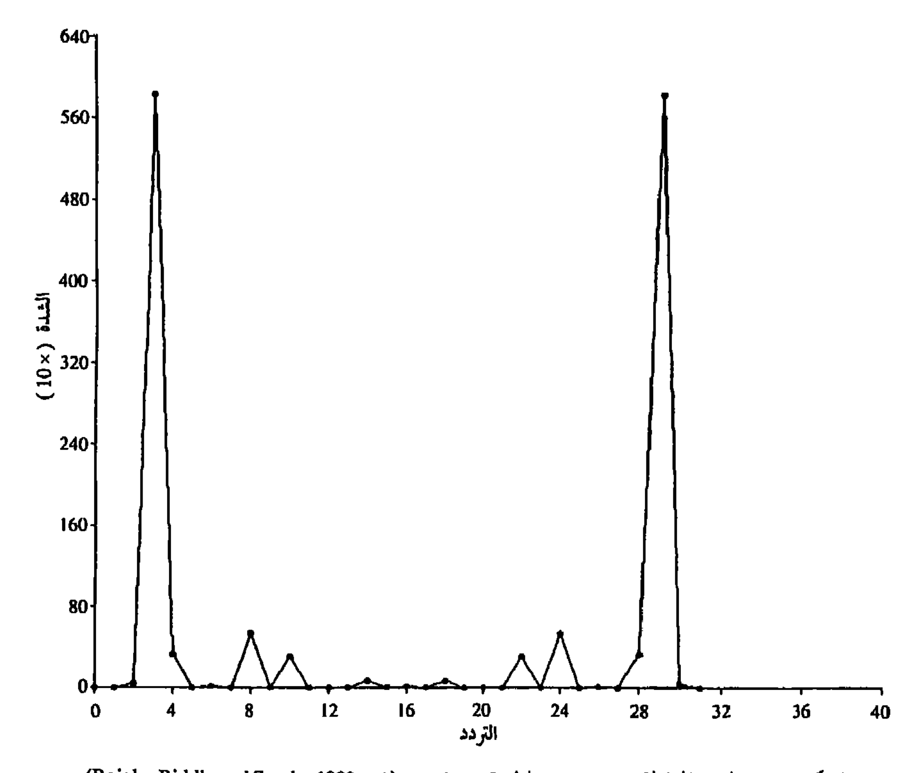
مثال: ان فعالية الطريقة التي اشتقت للتو موضحة في الأشكال 41.7 حتى 44.7. يبين

الشكل 41.7 احد أطر تتابع مؤلف من 32 اطارا لصور لاندسات LANDSAT المولدة باضافة ضجيج أبيض إلى الصورة المرجعية. يحتوي التتابع هدفا متراكبا يتحرك بسرعة 0.5عنصرا للاطار في الاتجاه x وعنصرا واحدا للاطار في الاتجاه y. ان الهدف، مبينا ضمن دائرة في الشكل 42.7 له توزيع شدة غوصية منتشرة ضمن منطقة صغيرة (9 عناصر) و ليس من السهل تمييزه بالعين المجردة. ان نتائج حساب المعادلتين (5.7 – 5) و (5.7 – 6) لـ k_1=6 و لـ k_2=4 مبينة في الأشكال 43.7 و 44.7 ، على التوالي. ان القمة عند u_1=3 في الشكل 43.7 تعطي v_1=0.5 من المعادلة (5.7 – 7). بشكل مشابه، فان القمة عند u_2=4 في الشكل 44.7 تعطي v_y=0.5 من المعادلة (5.7 – 8).

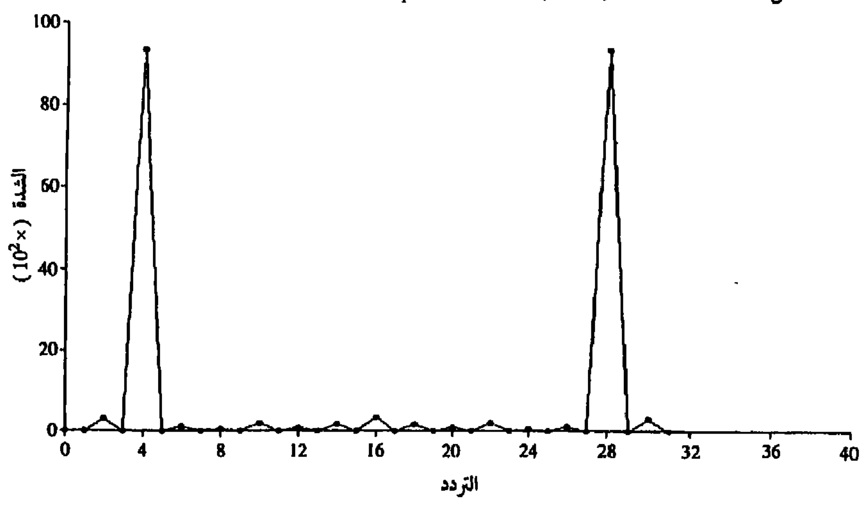


الشكل 41.7 اطار لاندسات LANDSAT (عن Cowart, Snyder and Ruedger 1983).

يمكن شرح الخطوط العريضة guidlines لانتقاء k_1 و k_2 بمساعدة الشكلين 43.7و 44.7 في المثال الوارد أعلاه. فمثلا، افرض أننا استعملنا k_2=15 بدلا من k_2=4. في هذه الحالة ستكون الذرى في الشكل 44.7 عند u_2=15 و 17 ، لأن v_2=1.0 وستكون هذه النتيجة متشوهة aliased بشكل خطير والتي هي، كما ناقشنا في القسم 9.3.3، ناتجة عن الاعتيان غير الكافي undersampling (أطر قليلة جدا في المناقشة الحالية لأن مدى u محدد بـ T). مع الابقاء في ذهننا على أن u=kv فان احدى

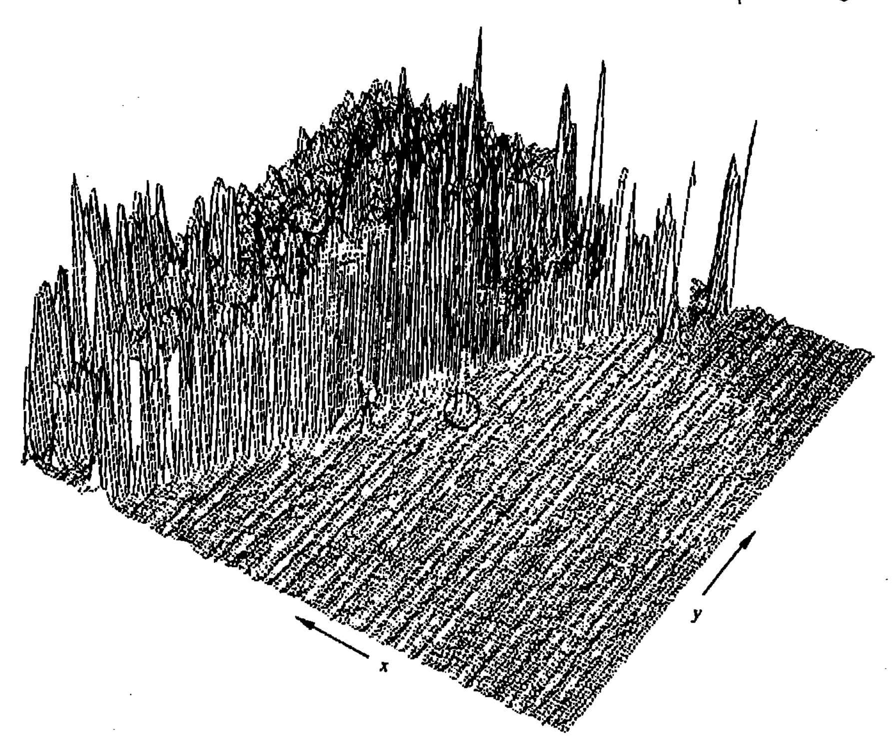


الشكل 43.7 طيف المعادلة (5.7 – 5) مبينا ذروة عند u_1=3. (عن Rajala, Riddle and Snyder 1983).



الشكل 7 – 44 طيف المعادلة (5.7 – 6) مبينا ذروة عند u_2=4. (عن Rajala, Riddle and Snyder 1983).

الامكانيات هي اختيار k على أنها العدد الصحيح الأقرب إلى $k=u_{max}/v_{max}$ ، حيث ان u_{max} هي حد تردد الألياسينغ aliasing المؤسس بـ T ، و v_{max} هي أقصى سرعة متوقعة للجسم.



الشكل 42.7 رسم شدة اضاءة للشكل 41.7 والهدف محاط بدائرة (عن Rajala, Riddle and Snyder 1983).

6.7 ملاحظات ختامية

ان تجزيء الصورة هو خطوة أولية في معظم مسائل التعرف على الأنماط pattern recognition وتحليل-المشاهد scene analysis الآليين. كما يدل مدى الأمثلة التي عرضت في الأقسام السابقة، فان تفضيل تقنية تجزيء على تقنية أخرى تمليه إلى حد كبير الخواص المميزة للمسألة موضع الدراسة. ان الطرائق التي نوقشت في هذا الفصل هي تقنيات تمثيلية representative تستعمل بشكل شائع في التطبيق العملي،

على الرغم من أنها لا تشتمل على جميع الطرق المعروفة. يمكن أن تستعمل المراجع المدونة أدناه كأساس لدراسة أبعد لهذا الموضوع.

مراجع

لقد لقي البحث الذي يتعامل مع استعمال النوافذ لكشف الانقطاعات في السويات الرمادية عناية كبيرة في المنشورات. يمكن ايجاد بنى النوافذ التي تكمل تلك التي نوقشت في القسم 1.7 في مقالات Roberts 1965 و Prewitt 197 و Kirsch 1971 و Robenson 1976. تحتوي مقالة مراجعة (مسح) لـ Fram and Deutsch 1975 عدة نوافذ مع تقويم أداءها. ان التشكيل الاتجاهي vector formulation الذي استعمل للكشف الآني للانقطاعات مبني على مقالة لـ Frei and Chen 1977. يمكن ايجاد قراءة عامة اضافية في أساسيات الكشف بالنافذة (القناع) و استعمالاتها في معالجة ا لصورة في كتب Marr 1982 و Rosenfeld and Kack 1982 و Fu, Gonzalez and Lee 1987. يؤمن الكتابان الأخيران تفاصيل اضافية عن المادة الواردة في القسمين 1.2.7 و 2.2.7. لقد بنيت المادة الواردة في القسم 2.3.7 على مقالتين لـ Martelli [1972,1976] . يعطى Ramer 1975طريقة مشوقة أخرى مبنية على الاستقصاء بالكلفة الأدنى. يمكن ايجاد قراءة اضافية حول تقنيات استقصاء الرسم البياني graph searching في Nilsson [1971,1980]. ، ويمكن الوصول إلى تتبع الحواف من وجهة نظر البرمجة الديناميكية أيضاً. من أجل تفاصيل أكثر في هذا الموضوع انظر Ballard and Brown 1982.

ان التعتيب هو أحد أقدم التقنيات التي طورت لتجزيء الصور الرقمية. ان بعض المراجع النموذجية القديمة في هذا الموضوع هي مقالات Doyle 1962 و Narasimhan and Fornago 1963و Rosenfeld et al. 1965. ان تقنية التعتيب الأمثل التي طورت في القسم 4.3.7 تابعة لـ Chow and Kaneko 1972. ان الطريقة المعروضة في القسم 5.3.7 مبنية على مقالة White and Rohrer 1983. ومقالة المسح Weska 1978 هي أيضا موضع اهتمام. ان المراجع المبكرة (القديمة) في التجزيء المعتمد على المناطق

هي Muerle and Alen 1968 و Brice and Fennema 1970. ان مقـالتي المراجعـة (المسح) لـ Zucker 1976 و Fu and Mui 1981 تؤسسـان بعض المفاهيم الموحدة وتناقشان جدارة تقنيات تجزيء متنوعة. ان مفهوم الشجرة الرباعية التي نوقشت في القسم 3.4.7 قد قدم من قبل Klinger [1972,1976] الذي سمى هذه الطريقة التحليل النظامي regular decomposition. تمثل مناقشات Ballard and Brown 1982 والنتائج كتلك التي قدمت من قبل Grosky and Jain 1983 و Mark and Abel 1985 تطورات أكثر حداثة في هذا المجال.

ان المادة الواردة في القسـم 1.5.7 مبنية على مقالتين لـ Jain [1981,1983] والمناقشة الواردة في القسم 2.5.7 مبنية على تقنية طورها Rajala, Riddle and Snyder 1983. وهناك مراجع أخرى موضع اهتمام في التحـليل الدينـاميكي للصـورة هي Aggarwal and Badler 1983 و Thompson and Barnard 1981 و Webb and Aggarwal 1981 و Yashida 1983 و Adi 1985.

مسائل

1.7 من المعروف أن الصـورة الثنـائيـة تحتوي على خطوط مستقيمـة موجهة أفقيا وعموديا وبزاوية 45° و -45°. أعطِ مجموعة نوافذ أبعادها 3 × 3 يمكن أن تستعمل لكشف انقطـاعات بطول عنصر واحد one – pixel – long – break في هذه الخطوط. افترض أن السوية الرمادية لهذه الخطوط هي 1 ، وأن السوية الرمادية للخلفية هي 0.

2.7 ان النتـائج التي يمكن الحصول عليها بمرور وحيد عبر صورة باستخدام نوافذ ثنائية–الأبعاد يمكن الحصول عليها أيضا بمرورين باستعمال نوافذ أحادية البعد. فعلى سبيل المثال، ان نتيجة استخدام نافذة تنعيم 3 × 3 بمعاملات 1/9 يمكن الحصـول عليها أيضـا بتمرير النافذة [1 1 1] عبر الصورة. بعدئذ نتبع نتيجة هذاالمرور

بامرار النافذة $\begin{bmatrix}1\\1\\1\end{bmatrix}$. بعد ذلك نقيس النتيجة بـ 1/9. بين أنه يمكن تنفيذ نافذتي صوبل Sobel windows (الشكل 5.7) بمرور لنافذة اشتقاق من الشكل [1 0 1 –] أو نظيرتها العمودية متبوعة بنافذة تنعيم من الشكل [1 2 1] (أو نظيرتها العمودية).

3.7 حدد اتجاه الخطوط التي تسبب أقوى استجابة في كل من نوافذ الخطوط المبينة في الشكل 10.7 . افترض أن جميع الخطوط ذات سماكة عنصر واحد one – pixel – thick.

4.7 بين أن عامل لابلاس الرقمي المعطى بالمعادلة (1.7 – 18) يتناسب (بعامل – 1/4) مع طرح متوسط جيران (x, y) الأربعة من $f(x, y)$. (تسمى عملية طرح نسخة مغبشة لـ $f(x, y)$ منها نفسها التقنيع غير الحاد insharp masking).

5.7 اقترح تقنية لكشف فجوات يتراوح طولها بين 1 و L عنصرا في أجزاء خطوط في صورة التدرج. افترض أن الخلفية ثابتة، وأن جميع الخطوط قد رمزت بنفس سوية الشدة وأن الخطوط ذات سماكة عنصر واحد. ابن تقنيتك على تحليل اتصالية الجيران– الثمانية 8 – neighbor connectivity (انظر القسم 4.2) بدلا من محاولة بناء نوافذ لكشف الفجوات.

6.7 (a) راكب على الشكل 15.7 جميع الحواف الممكنة المعطاة بالرسم البياني في الشكل 16.7.

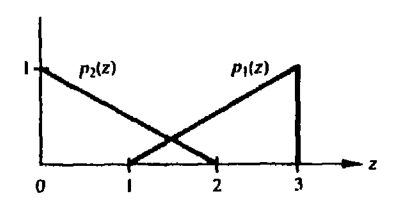
(b) احسب كلفة الممر ذي الكلفة الأدنى minimum – cost – path.

7.7 أوجد الحافة التابعة لممر الكلفة الأدنى في الصورة الفرعية المبينة أدناه، حيث تدل الأرقام في الأقواس على الشدة. افترض أن الحافة تبدأ في العمود الأول وتنتهي في العمود الأخير.

	0	1	2
0	(2)	(1)	(0)
1	(1)	(1)	(7)
2	(6)	(8)	(2)

8.7 افرض أن صورة ما تتألف من نقاط بشكل فقاعات blobs صغيرة غير متراكبة ذات سوية رمادية وسطية $m_1=150$ و تفاوت $\sigma_1=400$ منتشرة على خلفية ذات وسطي $m_2=250$ وتفاوت $\sigma_2=625$. من المعروف أن جميع الفقاعات تشكل 20% تقريبا من مساحة الصورة. اقترح تقنية مبينة على التعتيب لتجزيء الفقاعات من الصورة.

9.7 افرض أن صورة ما لها توزيعات الشدة التالية، حيث تتبع $p_1(z)$ لشدة الأجسام و $p_2(z)$ لشـدة الخلفيـة. بافتراض أن $p_1=p_2$ أوجد العتبـة المثلى بين عناصر الأجسام والخلفية.

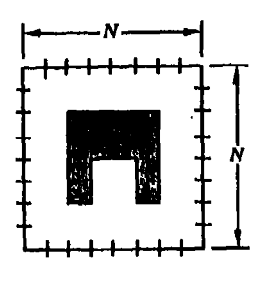


10.7 ابدأ بالمعادلة (3.7 − 12) واشتق المعادلتين (3.7 − 13) و (3.7 − 14).

11.7 اشتق المعادلة (3.7 − 15) مبتدءا من المعادلتين (3.7 − 13) و (3.7 − 14).

12.7 أعتبر أن لديك الصورة الموصوفة في المسألة 8.7 واقترح مخطط تجزيء مبني على توسيع—المناطق .

13.7 جزء الصورة المبينة أدناه باستعمال اجراء قسم—و—أدمج المناقش في القسم 3.4.7. دع $R(R_i)$=TRUE إذا كانت جميع العناصر في R_i ذات نفس الشدة. بين الشجرة الرباعية التابعة لتجزيئك.



14.7 يرغب في تحديد سرعة رصاصة منطلقة بتقنيات تصوير السرعة– العالية. تتضمن الطريقة المختارة استعمال فلاش flash يعرض سطح التصوير لكاميرا تلفزيونية لـ T ثانية. طول الرصاصة 2.5 cm وعرضها 1cm ويعرف أن مدى سرعتها يقع بين 250 – 750 m/s. تنتج بصريات الكاميرا صورة تشغل الرصاصة فيها 10% من الميز الأفقي لصورة رقمية أبعادها 256 × 256

a) حدد القيمة الدنيا لـ T التي تضمن أن التغبيش الناتج عن الحركة لايزيد عن عنصر واحد.

b) حدد العدد الأدنى من الأطر بالثانية الذي يجب أن يؤخذ لكي نضمن أنه قد تم الحصول على صورتين كاملتين على الأقل للرصاصة خلال المرور عبر مجال الرؤية للكاميرا.

c) اقترح تقنية تجزيء لاستخلاص الرصاصة من تتابع الأطر بشكل آلي.

d) اقترح طريقة لتحديد سرعة الرصاصة بشكل آلي.

الفصل الثامن

التمثيل و الوصف

حسناً، ولكن فكر ملياً، أولم نعترف عدة مرات أن الأسماء المعطاة بشكل صحيح هي التشبيهات وصور الأشياء التي نسميها ؟
سقراط Socrates.

بعد أن تجزأ الصورة إلى مناطق بواسطة طرائق كتلك التي نوقشت في الفصل 7 ، يهمنا عادة تمثيل و وصف مجمل العناصر المجزأة الناتجة في شكل ملائم لمعالجة لاحقة بالحاسوب.

أساساً، لدينا خيارين لتمثيل منطقة ما: (1) يمكن أن نمثل المنطقة بناءا على خواصها الخارجية (أي، حدودها) و (2) يمكن أن نمثلها بدلالة خواصها الداخلية (أي العناصر المؤلفة لها). ولكن اختيار أسلوب تمثيل معين، هو جزء فقط من مهمة جعل المعطيات مفيدة للحاسوب. ان المهمة الثانية هي وصف المنطقة بناءا على التمثيل المختار. فعلى سبيل المثال، يمكن أن نمثل منطقة ما بحدودها، وأن نصنف الحدود بخصائص مثل الطول و توجيه الخط المستقيم الواصل بين نقاط النهايات (الأطراف) extreme points وعدد التقعرات (التجاويف) في الحدود.

بشكل عام، يختار التمثيل الخارجي external representation عندما يكون التركيز الرئيس على خصائص الشكل (و تسمى أيضا الخصائص المورفولوجية morphological features)، في حين يختار التمثيل الداخلي internal representation عندما يتركز الاهتمام على خصائص الانعكاسية reflectivity properties ، مثل اللون والتركيب color and texture. و في أي تمثيل يختار، من المهم أن تكون الخصائص

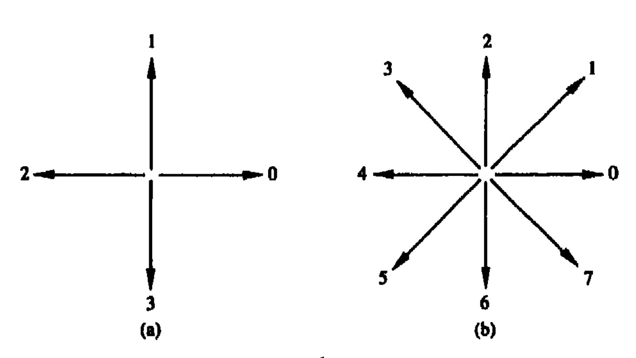
المختارة كواصفات غير حساسة، بقدر الامكان، للتغيرات مثل التغيرات في القياس size والنقل translation والدوران rotation. وللجزء الأكبر من هذا الفصل، تحقق الواصفات المناقشة خاصة أو أكثر من هذه الخصائص.

1.8 خطط التمثيل representation schemes

ان تقنيات التقسيم المناقشة في الفصل السابع تعطي معطيات خام raw data على شكل عناصر pixels على طول الحدود، أو عناصر من ضمن منطقة معينة. على الرغم من أن هذه المعطيات تستعمل أحيانا مباشرة للحصول على الواصفات،(مثلا، في تحديد تركيب منطقة ما) ، فان استعمال خطط schemes تضغط المعطيات في تمثيلات أكثر فائدة بكثير في حساب الواصفات، هو ممارسة معيارية standard practice. نناقش في هذا الفصل عددا من خطط التمثيل.

1.1.8 سلاسل الرموز chain codes

تستعمل سلاسل الرموز لتمثيل حدود صورة ما بخطوط مستقيمة متتابعة و متصلة (أجزاء) ذوات أطوال واتجاهات محددة. نموذجيا، يبنى هذا التمثيل على الاتصالية الرباعية أو الثمانية بين الأجزاء، حيث يرمّز اتجاه كل جزء باستعمال خطة ترقيم كالمبينة في الشكل 1.8.

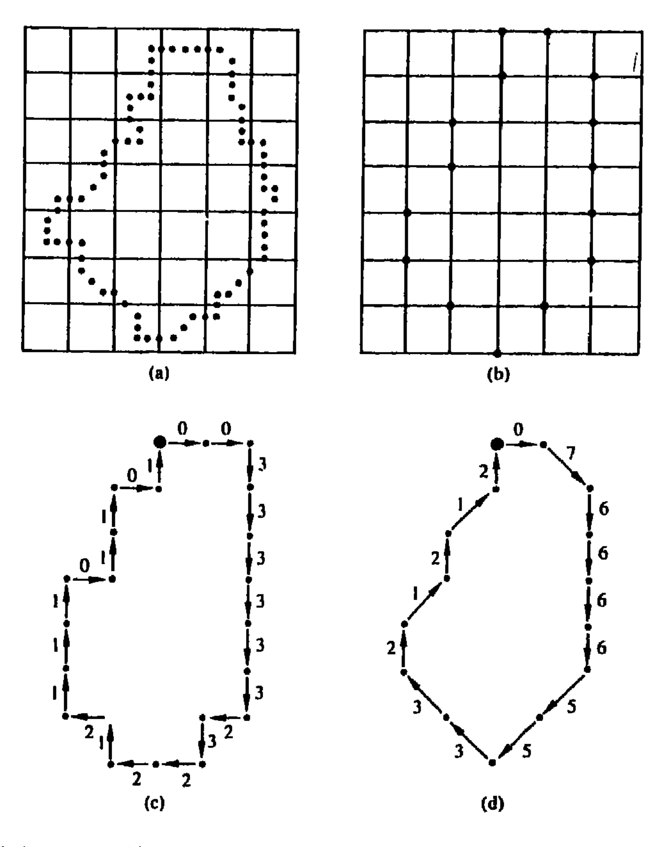


الشكل 1.8 الاتجاهات من أجل (a) سلسلة رموز ذات أربع اتجاهيات، و (b) سلسلة رموز ذات ثمان اتجاهيات.

نظراً لأن الصور الرقمية يتم الحصول عليها ومعالجتها في صيغة شبكة بفواصل متساوية في الاتجاهين x و y ، يمكن أن نولد سلسلة رموز بتتبع الحدود، لنقُل، باتجاه عقارب الساعة وتخصيص اتجاهات للأجزاء الواصلة بين كل زوج من العناصر. ان هذه الطريقة غير مقبولة عادة لسببين رئيسين. الأول، هو أن سلسلة الرموز الناتجة تكون عادة طويلة جدا، و الثاني هو ان أية اضطرابات على الحدود ناتجة عن الضجيج أو عن تجزيء غير تام ستؤدي إلى تغيرات في الرموز والتي يمكن ألا تكون بالضرورة متعلقة بشكل الحدود.

ان احدى الطرق التي كثيرا ما تستخدم للمناورة حول هاتين المشكلتين هي اعادة اعتيان الحدود باختيار شبكة ذات فواصل أكبر (عينات أعرض) كما هو موضح في الشكل 2.8(a) بعدئذ، مع استعراض traversing الحدود، تخصص نقاط حدود لكل عقدة في الشبكة الكبيرة، اعتماداً على قرب الحدود الأصلية من تلك العقدة، كما هو مبين في الشكل 2.8(b). يمكن تمثيل الحدود المعاد اعتيانها والتي حصلنا عليها بهذه الطريقة بنظام الترميز الرباعي أو الثماني 4 or 8 – code ، كما هو مبين في الشكلين 2.8(c) و (d) ، على التوالي، حيث تقع نقطة البداية عند النقطة (0) و تم الحصول على الحدود في الشكل 2.8(c) باتباع أقصر ممر رباعي خارجي shortest 4 – path مسموح به في شبكة الشكل 2.8(b). ان تمثيل الحدود في الشكل 2.8(c) هو سلسلة الرموز 0033...01، وفي الشكل 2.8(d) هو 076....12. كما يمكن أن يتوقع، تعتمد دقة تمثيل الترميز الناتج على فواصل شبكة الاعتيان.

و من المهم أن نلاحظ أن سلسلة الرموز التابعة لحدود معينة تعتمد على نقطة البداية. ولكن يمكن تقييس الترميز باجراء مباشر: إذا كان لدينا سلسلة رموز مولدة بدءاً من موضع اختياري، نعاملها كتتابع دوار من أرقام اتجاهات و نعيد تعريف نقطة البداية بحيث يكون تتابع الأرقام الناتج عدداً صحيحاً integer بمقدار أصغري minimum magnitude. ويمكن أن نقيِّس السلسلة من أجل الدوران أيضا باستعمال الفرق الأول لسلسلة الرموز، بدلاً من الترميز نفسه. يحسب الفرق ببساطة بعَدِّ



الشكل 2.8(a) حدود رقمية مع شبكة اعادة اعتيان متراكبة. (b) نتيجة اعادة الاعتيان. (c) سلسلة رموز ذات أربع اتجاهيات. (d) سلسلة رموز ذات ثمان اتجاهيات.

(بعكس اتجاه عقارب الساعة) عدد الاتجاهات التي تفصل عنصرين متجاورين من الترميز. فمثلاً، الفرق الأول لسلسلة الرموز ذات الاتجاهات الأربعة 10103322 هو 3133030. إذا عاملنا الترميز كتتابع دوار، يحسب الفرق عندئذ باستعمال الانتقال بين المركبتين الأخيرة والأولى من السلسلة. و تكون النتيجة في هذا المثال 33133030. و يمكن تقييس (الحجم) القياس size بتغيير قياس شبكة الاعتيان.

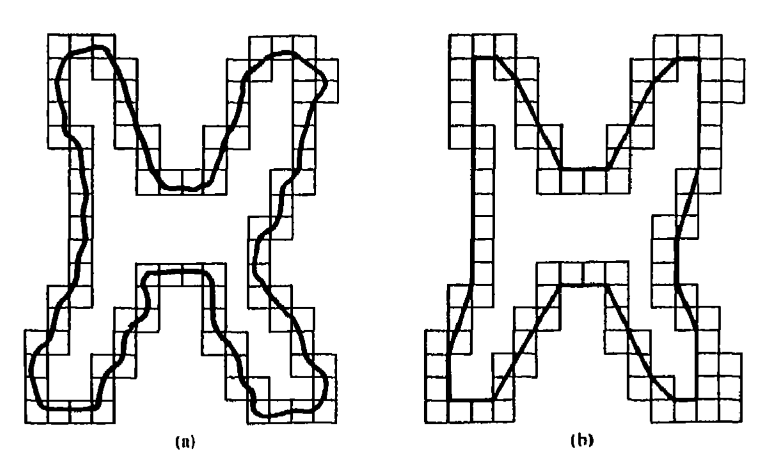
ان التقييسات السابقة دقيقة فقط إذا كانت الحدود نفسها غير متغيرة invariant بالنسبة لتغير الدوران والمقياس. في الواقع العملي، نادرا ماتكون الحال كذلك. فعلى سبيل المثال، سيكون للجسم نفسه المعتان بتوجيهين مختلفين، شكلي حواف مختلفين بشكل عام، مع كون درجة عدم التشابه متناسبة مع ميز الصورة image resolution. يمكن تخفيض هذا الأثر باختيار عناصر السلسلة كبيرة بشكل يتناسب مع المسافة بين العناصر في الصورة المرقمنة، أو بتوجيه شبكة اعادة الاعتيان باتجاه المحاور الرئيسة للجسم المراد اعتيانه كما هو مناقش في القسم 2.2.8.

2.1.8 التقريب بالتضليع polygonal approximation

يمكن أن تقرب الحدود الرقمية بدقة مختارة، بمضلع polygon. فمن أجل منحن مغلق، يكون التقريب دقيقا عندما يكون عدد أضلاع segments المضلع مساويا لعدد النقاط في الحدود بحيث يحدد كل زوج من نقطتين متجاورتين ضلعا في المضلع. في الواقع العملي، يكون الهدف من التقريب بالتضليع هو الحصول على جوهر "essence" شكل الحدود بأقل عدد ممكن من الأضلاع polygonal segments. على الرغم من أن هذه المسألة ليست تافهة بشكل عام، ويمكن أن تتحول بسرعة كبيرة إلى استقصاء تكراري iterative search مبدد للوقت، فان هناك عدد من تقنيات التقريب بالتضليع التي يجعلها تعقيدها البسيط ومتطلبات معالجتها ملائمة تماما لمتطلبات تطبيقات معالجة الصورة. نعرض في هذا القسم العديد من هذه التقنيات.

نبدأ هذه المناقشة بطريقة طرحت من قبل Sklansky, Chazin and Hansen 1972لايجاد مضلعات المحيط الأدنى minimum perimeter polygons. ان أفضل طريقة لشرح الاجراء هي شرحه باستخدام مثال. افرض أننا نطوق حدودا معينة بمجموعة من الخلايا المتسلسلة، كما هو مبين في الشكل 3.8(a). يمكن أن نتصور هذا الطوق على أنه مؤلف من جدارين يتبعان للحدود الداخلية والخارجية لشريط الخلايا، ويمكن أن نعتبر حدود الجسم كشريط مطاطي محتوى ضمن الجدارين. فإذا سمحنا الآن للشريط المطاطي بالتقلص فسيأخذ الشكل المبين في الشكل 3.8(b) منتجين بذلك

مضلعاً ذا محيط أصغري يلائم الشكل الهندسي الذي يكونه شريط الخلايا. إذا اختيرت الخلايا بحيث تطوق كل خلية نقطة واحدة فقط على الحدود فسيكون الخطأ في كل خلية بين الحدود الأصلية والتقريب بالحزام المطاطي مساويا لـ $\sqrt{2}d$ ، على الأكثر حيث ان d هي المسافة بين العناصر. و يمكن تخفيض هذا الخطأ إلى النصف باجبار كل خلية على التمركز على العنصر التابع لها.

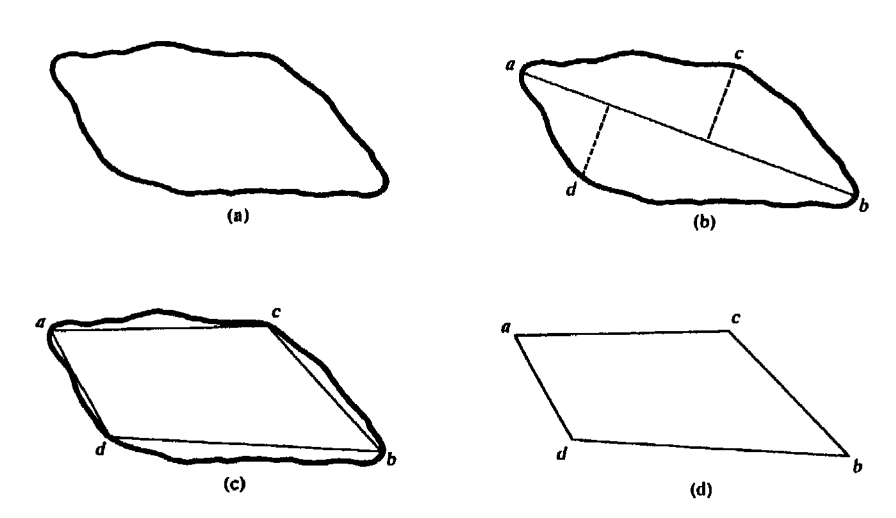


الشكل 3.8(a) حدود جسم محاطة بخلايا. (b) المضلع ذو المحيط الأصغري.

لقد تم تطبيق تقنيات دمج merging مبنية على معيار الخطأ أو معايير أخرى، على مسألة التقريب بالتضليع. ان احدى الطرق هي دمج النقاط على طول الحدود حتى يتجاوز تربيع الأخطاء الأصغري least – square – error للخط الذي يواءم النقاط التي سبق دمجها حتى تلك اللحظة عتبة حددت مسبقا. عندما يحدث هذا، تخزن معلمات الخط، ويعطى الخطأ قيمة الصفر، ويعاد الاجراء لدمج نقاط جديدة على طول الحدود إلى أن يتجاوز الخطأ العتبة ثانية. و في نهاية الاجراء، تشكل تقاطعات أجزاء الخطوط المتجاورة رؤوس المضلع. ان احدى الصعوبات الرئيسة في هذه الطريقة هي أن الرؤوس لاتقابل عادة الانعطافات inflecions (كالزوايا) في الحدود لأن الخط الجديد لايبدأ حتى يتم تجاوز عتبة الخطأ. فإذا كان يتم تتبع خط مستقيم طويل، على سبيل المثال، و

دار زاوية ما، فسيتم امتصاص عا ١ من النقاط (يعتمد على العتبة) بعد الزاوية قبل تجاوز العتبة. ولكن من الممكن استعمال الشطر splitting بالتوازي مع الدمج merging لحل هذه الصعوبة، كما هو مذكور في نهاية هذا القسم.

ان احدى الطرق لشطر أجزاء الحدود هو أن نقسم جزءاً ما تتابعياً إلى جزئين فرعيين حتى يتم تحقيق معيار معين. فمثلاً، يمكن أن نطلب ألا تتجاوز المسافة العمودية القصوى من جزء حدود إلى الخط الواصل بين نهايتيه عتبة محددة مسبقا. فإذا زادت على ذلك، تصبح النقطة الأبعد رأسا للمضلع vertex ، و تقسم بذلك الجزء الأولي إلى جزئين فرعيين. ان ميزة هذه الطريقـة هي أنها تبحث seek عن نقـاط الانعطاف البارزة. ومن أجل حدود مغلقة، فان أفضل نقطتي بداية هما عادة النقطتان الأبعد في الحدود. وكمثال، يبين الشكل 4.8(a) حدود جسم معين، ويبين الشكل 4.8(b) تقسيماً فرعياً لهذه الحدود (خط ثخين) حول نقطتيه الأبعد. إن النقطة المرقومة بـ C لها المسافة العمودية الأكبر من الجزء الأعلى إلى الخط ab. و بشكل مشابه فان للنقطة d المسافة الأكبر في الجزء الأسفل. يبين الشكل 4.8(c) نتيجة استعمال اجراء الشطر splitting



الشكل 4.8(a) حدود أصلية. (b) حدود مقسمة إلى أجزاء بناءاً على حسابات مسافة. (c) وصل الرؤوس. (d) المضلع الناتج.

مع عتبة تساوي ربع " 0.25 " من طول الخط ab. و نظراً لأنه ليس لأية نقطة في أجزاء الحدود boundary segments الجديدة مسافة عمودية (إلى جزء الخط المستقيم المقابل لها) تتجاوز هذه العتبة فان الاجراء ينتهي إلى المضلع المبين في الشكل 4.8(d).

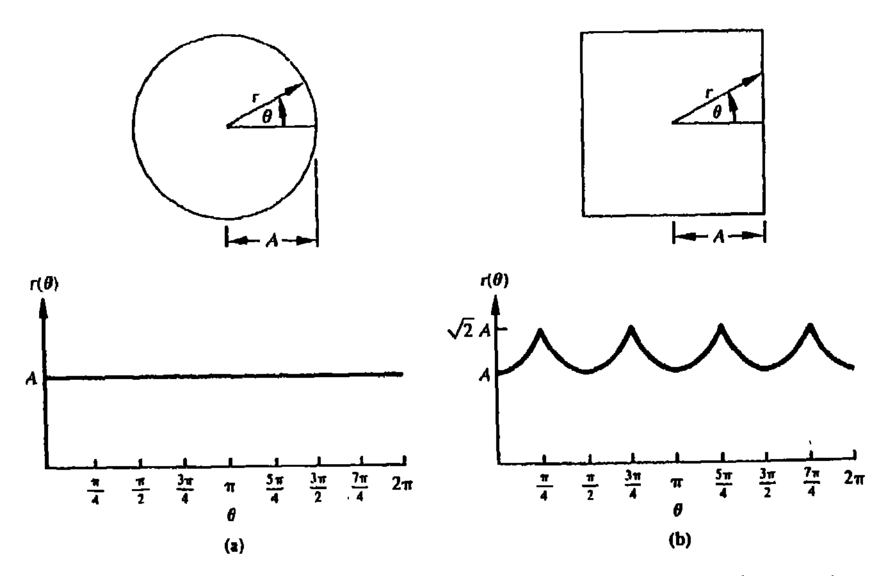
قبل مغادرة هذا القسم، نشير إلى أنه قد تم اجراء قدر هام من العمل (البحث) في تطوير تقنيات تضم الدمج والشطر. ويعطي Pavlidis 1975 مناقشة شاملة لهذه الطرائق.

3.1.8 التواقيع signatures

التوقيع هو تمثيل دالي(تابعي) أحادي–البعد لحدود معينة. و يوجد عدد من الطرق لتوليد التواقيع. ان احدى أبسط هذه الطرق هي رسم المسافة من المركز المتوسط إلى الحدود كدالة للزاوية، كما هو موضح في الشكل 5.8. و لكن بغض النظر عن كيفية توليد التوقيع فان الفكرة الأساسية هي اختصار تمثيل الحدود إلى دالة أحادية– البعد، والذي من المسلم به أنه أسهل للوصف من الحدود الأصلية ثنائية–الأبعاد. ان التواقيع المولدة بالطريقة التي وصفت للتو تعتمد بشكل واضح على القياس (الحجم) size، ونقطة البداية. و يمكن الحصول على تقييس (الحجم) القياس size normalizationببساطة بتقييس المنحني $r(\theta)$ ، لنقل، لتصبح القيمة العظمى تساوي الوحدة. ويمكن حل مشكلة نقطة البداية بالحصول أولاً على سلسلة رموز الحدود وبعدئذ استعمال الطريقة التي نوقشت في القسم 1.1.8.

إن المسافة مقابل الزاوية هي بالطبع ليست الطريقة الوحيدة لتوليد التوقيع. اذ أننا نستطيع، على سبيل المثال، أن نستعرض traverse الحدود ونرسم الزاوية بين خط مماس للحدود وخط مرجعي كدالة للموضع على طول الحدود Ambler et al. 1975. ان التوقيع الناتج، مع أنه مختلف إلى حد بعيد عن منحني $r(\theta)$ ، إلا أنه يحمل معلومات حول خواص الشكل الأساسية. فمثلا، ستتبع الأجزاء الأفقية في المنحني للخطوط المستقيمة على طول الحواف لأن زاوية المماس ستكون ثابتة هناك. ويوجد شكل

مختلف لهذه الطريقة وهو استعمال ما يسمى دالة شدة الميل slope – density function كتوقيع Nahin 1974. إن هذه الدالة هي ببساطة، هيستوغرام لقيم زاوية الميل. و نظراً لأن الهيستوغرام هو قياس لتركيز القيم، فستستجيب دالة شدة الميل بقوة لأقسام الحدود ذات زوايا الميل الثابتة (الأجزاء المستقيمة أو المستقيمة تقريباً) وسيكون لها وديان عميقة في الأقسام التي تنتج زوايا متغيرة بسرعة (زوايا وانعطافات حادة).

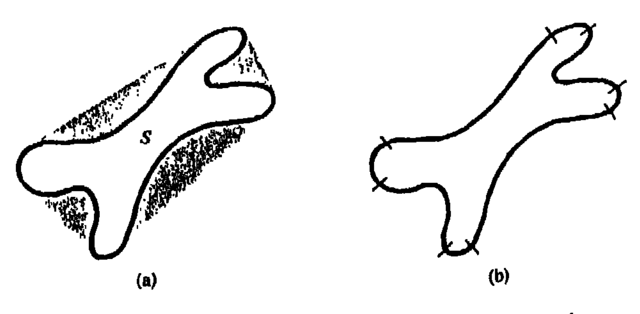


الشكل 5.8 شكلي حدود بسيطين مع توقيعي المسافة – مقابل – الزاوية التابعين لهما. في (a) $r(\theta)$ ثابت في حين في (b) $r(\theta) = A\sec\theta$ (عن Fu, Gonzalez and Lee 1987).

4.1.8 أجزاء الحدود boundary segments

كثيراً مايكون مفيداً تفكيك الحدود إلى أجزاء لتخفيض تعقيدها وتبسيط عملية وصفها. إن هذه الطريقة جذابة خصيصاً عندما تحتوي الحدود تقعراً هاماً أو أكثر تحمل معلومات عن الشكل. إن هذا ما يسمح باستعمال الغلاف المحدب convex hull للمنطقة المطوقة بالحدود كأداة لتفكيك قوي (موثوق) robust decomposition للحدود.

ان الغلاف المحدب convex hull لمجموعة اختيارية S هو أصغر مجموعة محدبة محتوية على S. ان فرق المجموعة H−S يسمى النقص المحدب convex deficiency (D) للمجموعة S. لكي نرى كيف يمكن أن تستعمل هذه المفاهيم لتجزيء حدود معينة إلى أجزاء ذات معنى، تأمل الشكل 6.8(a) الذي يبين جسما(مجموعة S) و نقص التحدب التابع له (المنطقة المظللة). يمكن تجزيء الحدود بتتبع كفاف S و تعليم النقاط التي يحصل عندها انتقال إلى أو من مركبة لنقص التحدب. ان النتيجة مبينة في هذه الحالة في الشكل 6.8(b). لاحظ أن هذه الطريقة مستقلة من حيث المبدأ عن قياس (حجم) وتوجيه المنطقة.



الشكل 6.8(a) المنطقة (S) و النقص المحدب التابع لها (مظلل). (b) الحدود المجزأة.

في الواقع العملي، تميل الحدود الرقمية لأن تكون غير منتظمة نتيجة للرقمنة والضجيج والتغيرات في التجزيء. وتنتج هذه الآثار عادة نقصاً محدباً convex deficiency ذا مركبات صغيرة لامعنى لها متناثرة عشوائياً على الحدود. وبدلاً من محاولة فرز هذه المركبات الشاذة وإزالتها بالمعالجة اللاحقة postprocessing فإن الممارسة العملية الشائعة في هذا المجال هي تنعيم الحدود قبل التجزيء. وتوجد عدة طرق لعمل ذلك. ان احدى الطرق هي أن نستعرض traverse الحدود ونستبدل احداثيي كل عنصر pixel بمتوسط الاحداثيات لـ m عنصرا من جيرانه على طول الحدود. ان هذه الطريقة تؤدي إلى نتيجة في حالة مركبات شاذة صغيرة، ولكنها مضيعة للوقت ويصعب التحكم بها، بمعنى أن القيم الكبيرة لـ m يمكن أن تنتج تنعياً زائداً، في حين أن

قيم m الصغيرة يمكن ألا تكون كافية في بعض أجزاء الحدود. ان احدى الطرق الأكثر صلابة (وثوقية) هي استعمال تقريب بالتضليع، كما ناقشنا في القسم 2.1.8، قبل ايجاد النقص المحدب لمنطقة معينة. و بغض النظر عن الطريقة المستخدمة في التنعيم، فان معظم الحدود الرقمية التي تكون موضع اهتمام هي مضلعات بسيطة (أي، مضلعات بدون تقاطع ذاتي). ان إحدى الخوارزميات لايجاد الغلاف المحدب لهذا النوع من المضلعات قد أعطي من قبل Graham and Yao 1983.

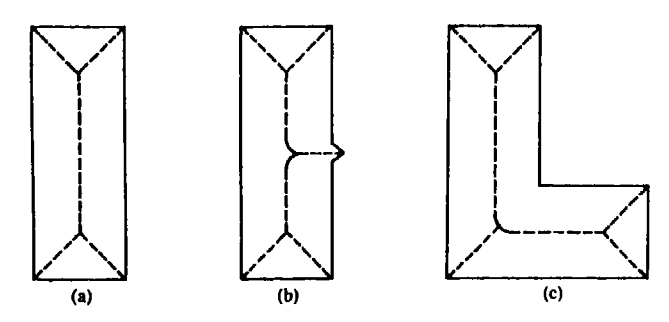
قبل مغادرة هذا القسم، نشير إلى أن مفهومي الغلاف المحدب ونقصه متساويا الفائدة من أجل وصف منطقة كاملة، بالاضافة إلى حدودها. فمثلا، يمكن أن نصف منطقة ما بناءا على مساحتها ومساحة النقص المحدب التابع لها، وعدد المركبات في النقص المحدب، والموضع النسبي لهذه المركبات، وهكذا...

5.1.8 هيكل منطقة ما the skeleton of a region

إن إحدى الطرق لتمثيل الشكل البنيوي لمنطقة مستوية هي اختصارها برسم بياني graph. و يتم ذلك في كثير من الأحيان بالحصول على هيكل skeleton المنطقة بواسطة خوارزمية تنحيف thinning algorithm (وتسمى أحياناً هيكلة skeletonization). تلعب إجراءات التنحيف دوراً مركزياً في مدى عريض من مسائل معالجة الصورة، تمتد من التفتيش الآلي لألواح الدارات المطبوعة إلى عد ألياف الأسبستوس (الحرير الصخري) في مصافي الهواء.

يمكن تعريف هيكل منطقة ما بواسطة تحويل المحور المتوسط (MAT)، medial axis transformation الذي طرح من قبل Blum 1967. ان MAT منطقة ما R بحدود B هو كما يلي. من أجل أية نقطة p في R نوجد جارتها الأقرب في B. فإذا كان لـ p أكثر من جارة من هذا النوع، يقال عندئذ أنها تتبع لمحور (هيكل) R المتوسط.

من المهم أن نلاحظ أن مفهوم "الأقرب" closest يعتمد على تعريف مسافة ما (انظر القسم 3.4.2) وبالتالي فان نتائج عملية الـ MAT ستتأثر باختيار قياس مسافة معين. إن بعض أمثلة استخدام المسافة الأكليدية Euclidean distance مبينة في الشكل 7.8.



الشكل 7.8 المحور المتوسط لثلاث مناطق بسيطة.

على الرغم من أن تقنية المحور المتوسط MAT لمنطقة ما تعطي بدهياً هيكلاً مرضياً، فان التنفيذ المباشر للتعريف المذكور أعلاه غير ممكن نموذجياً من وجهة نظر حسابية لأنه يتضمن حساب المسافة من كل نقطة داخلية إلى كل نقطة على حدود المنطقة المراد تنحيفها. لقد تم طرح عدد من الخوارزميات لتحسين الفعالية الحسابية مع محاولة انتاج تمثيل محور متوسط لمنطقة معينة في نفس الوقت. نموذجياً، هذه الخوارزميات هي خوارزميات تنحيف تحذف نقاط حواف المنطقة المعينة بشكل تكراري مع مراعاة الشروط التالية: ان حذف هذه النقاط (1) لايزيل نقاط النهاية end points و (2) و لايحطم الاتصالية و (3) لايؤدي إلى تآكل زائد للمنطقة. و على الرغم من أن بعض المحاولات قد بذلت لاستعمال الهياكل في صور السلم الرمادي gray – scale imasges من قبل Dyer and Rosenfeld 1979 و Salari and Siy 1984 ، فإن هذا النوع من التمثيل يصاحب عادة بمعطيات ثنائية binary data.

نعرض في هذا القسم خوارزمية طورها Zhang and Suen 1984 لتنحيف المناطق الثنائية. يفترض في المناقشة التالية أن تكون قيمة نقاط المنطقة 1 وقيمة نقاط الخلفية 0. تتكون الطريقة من مرورات passes متتابعة لخطوتين أساسيتين تطبقان على نقاط كفاف منطقة معطاة، حيث ان نقطة الكفاف هي أية نقطة قيمتها 1 وأحد جيرانها الثمانية على الأقل قيمته 0. بالاشارة إلى تعريف الجوار الثماني 8 – neighborhood المبين في

الشكل 8.8 ، فإن الخطوة الأولى تعلم نقطة كفاف ما للحذف إذا تحققت الشروط التالية

$$\begin{aligned}
&\textbf{(a)}\ 2 \leqslant N(p_1) \leqslant 6,\\
&\textbf{(b)}\ S(p_1) = 1,\\
&\textbf{(c)}\ p_2 \cdot p_4 \cdot p_6 = 0,\\
&\textbf{(d)}\ p_4 \cdot p_6 \cdot p_8 = 0,
\end{aligned} \qquad (1-1.8)$$

حيث ان $N(p_1)$ هي عدد الجيران التي لاتساوي الصفر، أي،

$$N(p_1) = p_2 + p_3 + \cdots + p_8 + p_9 \qquad (2-1.8)$$

و $S(p_1)$ هي عدد الانتقالات من صفر إلى 1 في التتابع المرتب $p_2, p_3, \ldots p_8, p_9$. فعلى سبيل المثال، $N(p_1)=4$ و $S(p_1)=3$ في الشكل 9.8.

p_9	p_2	p_3
p_8	p_1	p_4
p_7	p_6	p_5

الشكل 8.8 ترتيب الجوار المستعمل في خوارزمية التنحيف.

في الخطوة التالية، يبقى الشرطان (a) و (b) دون تغيير و يتغير الشرطان (c) و (d) إلى

$$\begin{aligned}
&\textbf{(c')}\ p_2 \cdot p_4 \cdot p_8 = 0,\\
&\textbf{(d')}\ p_2 \cdot p_6 \cdot p_8 = 0.
\end{aligned} \qquad (3-1.8)$$

0	0	1
1	p_1	0
1	0	1

الشكل 9.8 توضيح الشكلين (a) و (b) في المعادلة (8.8-1). في هذه الحالة $N(p_1)=4$ و $S(p_1)=3$.

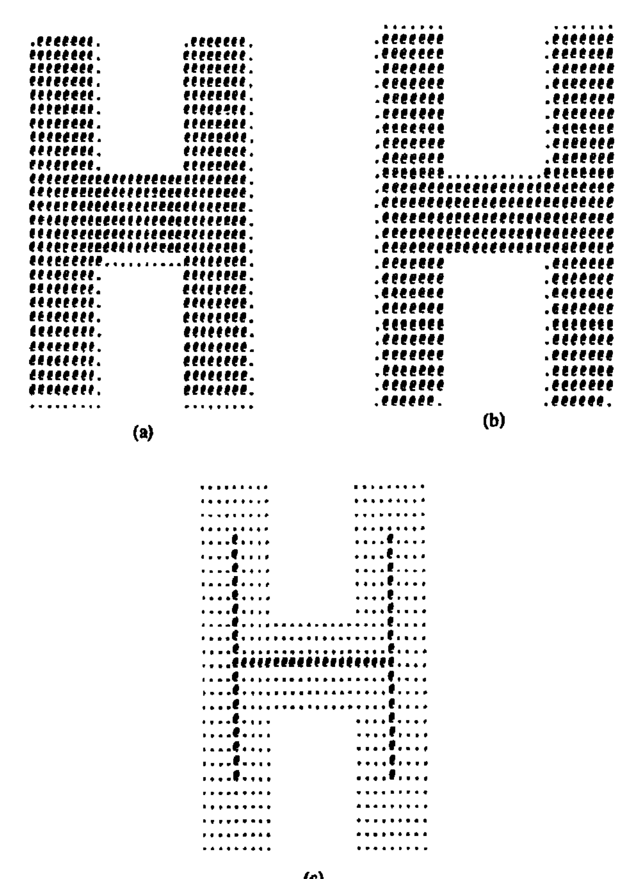
تطبق الخطوة الأولى على كل عنصر (نقطة) حدود في المنطقة الثنائية قيد الدراسة. إذا لم يتحقق شرط واحد أو أكثر من الشروط (a) حتى (d) ، لاتتغير قيمة النقطة التي طبقنا عليها هذه الخطوة. أما إذا تحققت جميع الشروط فتعلم النقطة للحذف. ولكن

من المهم أن نلاحظ أن النقطة لاتحذف قبل أن تتم معالجة جميع نقاط الحدود. وهذا مايمنع تغيير بنية المعطيات خلال تنفيذ الخوارزمية. بعد تطبيق الخطوة الأولى على جميع نقاط الحدود، يتم طرح النقاط التي علمت للحذف (تغير إلى الصفر "0"). بعد ذلك، تطبق الخطوة الثانية على المعطيات الناتجة بنفس الطريقة التي طبقت فيها الخطوة الأولى تماماً.

بناءاً على التعليقات السابقة. لاحظ أن تكراراً واحداً لخوارزمية التنحيف يتكون من (1) تطبيق الخطوة الأولى لتعليم نقاط الحدود من أجل الحذف، (2) حذف النقاط المعلمة، (3) تطبيق الخطوة الثانية لتعليم نقاط الحدود الباقية من أجل الحذف و (4) حذف النقاط المعلمة. تطبق هذه الخوارزمية بشكل متكرر حتى لا تبقى فيها نقاط قابلة للحذف، و عندئذ تنتهي الخوارزمية (تتوقف) معطية هيكل المنطقة.

تتم مخالفة (انتهاك) الشرط (a) إذا كان لنقطة الكفاف p_1 جار واحد أو سبعة جيران فقط من الجيران الثمانية قيمها 1. إذا لم يكن لها الا جار واحد من هذا النوع فهذا يعني أن p_1 هي نقطة النهاية لهيكل شوط stroke ، ومن الواضح أنها يجب ألا تحذف. إذا كان لـ p_1 سبعة من هذه الجيران وكانت قد حذفت فان هذا الأمر يؤدي إلى تآكل في المنطقة. وتتم مخالفة الشرط (b) عندما يطبق على أشواط سماكتها عنصر واحد. ولذلك فان هذا الشرط يمنع فصل أجزاء الهيكل خلال عملية التنحيف. يتحقق الشرطان (c) و (d) بآن واحد بمجموعة القيم الدنيا التالية: $p_4=0$ أو ($p_2=0$ أو $p_8=0$). و هكذا، بالرجوع إلى ترتيب الجوار المبين في الشكل 8.8 فإن النقطة التي تحقق هذه الشروط بالاضافة إلى الشرطين (a) و (b) هي نقطة حدود شرقية أو جنوبية، أو زاوية شمالية شرقية في الحدود. و في أية حالة، لاتكون النقطة p_1 جزءا من الهيكل ويجب ازالتها. بشكل مشابه، يتحقق الشرطان (c) و (d) بآن واحد بمجموعة القيم الدنيا التالية: $p_2=0$ أو $p_8=0$ ، أو ($p_4=0$ و $p_6=0$). تقابل هذه الشروط نقاط الحدود الشمالية أو الغربية، أو نقطة الزاوية الجنوبية الشرقية. لاحظ أن للزاوية الشمالية الشرقية $p_2=0$ و $p_4=0$ لذلك فهي تحقق الشرطين (c) و (d) بالاضافة إلى (c) و (d) ان هذا صحيح أيضا من أجل نقاط الزاوية الجنوبية الغربية، التي لها $p_6=0$ و $p_8=0$.

مثال: يبين الشكل 10.8(a) نتيجة تطبيق الخطوة الأولى لخوارزمية التنحيف على حدود منطقة بسيطة. تشير النقاط إلى العناصر المعلمة والتي ستحذف بالتالي في نهاية الخطوة الأولى. يبين الشكل 10.8(b) النتائج التي تم الحصول عليها بالخطوة الثانية والشكل 10.8(c) هو الهيكل الذي تم الحصول عليه بعد تطبيق هاتين الخطوتين بشكل متكرر. يبين الشكل 11.8 هيكل منطقة بخصائص أقل انتظاماً.



الشكل 10.8(a) نتيجة الخطوة الأولى لخوارزمية التنحيف خلال التكرار الأول خلال المنطقة. (b) نتيجة الخطوة الثانية. (c) النتيجة النهائية. (عن Zhang and Suen 1984).



الشكل 11.8 مثال آخر للتنحيف.

(عن Zhang and Suen 1984).

2.8 واصفات الحدود boundary descriptors

1.2.8 بعض الواصفات البسيطة

إن طول الكفاف هو أحد أبسط واصفاته. يمكن الحصول ببساطة على تقريب أولي للطول و ذلك بعد العناصر على طول الكفاف. و من أجل منحن مرمز بسلسلة رموز، و فواصــل في كلا الاتجاهين تسـاوي الوحدة unit يعطى الطول بدقة بعدد المركبات العمودية والأفقية مضافا اليها جداء $\sqrt{2}$ بعدد المركبات القطرية.

يعرف قطر حدود B بما يلي

$$\text{Diam}(B) = \max_{i,j}[D(p_i, p_j)], \qquad (1-2.8)$$

حيث ان D هي قياس مسافة (انظر القسم 3.4.2) و p_i و p_j هما نقطتان على الحدود. ان قيمة القطر وتوجيه خط يصل بين نقطتي النهاية (النقطتان الأبعد) اللتين تؤلفان القطر (يسمى هذا الخط "المحور الرئيس للحدود") هما واصفا حدود مفيدان. و يمكن

ايجاد خوارزميات لحساب القطر في Shamos 1978 و Fisher 1980 و Toussaint 1982.

يعرف التقوس curvature بمعدل تغير الميل. و بشكل عام، من الصعب الحصول على قياسات موثوقة للتقوس عند نقطة ما في حدود رقمية لأن هذه الحدود تميل لأن تكون مسننة (خشنة) موضعياً. ولكن، من المفيد أحياناً استعمال الفروق بين ميول أجزاء الحدود المتجاورة (التي تم تمثيلها بخطوط مستقيمة) كواصف للتقوس عند نقطة تقاطع الأجزاء segments. فمثلا، ان رؤوس الحدود كتلك المبينة في الشكل

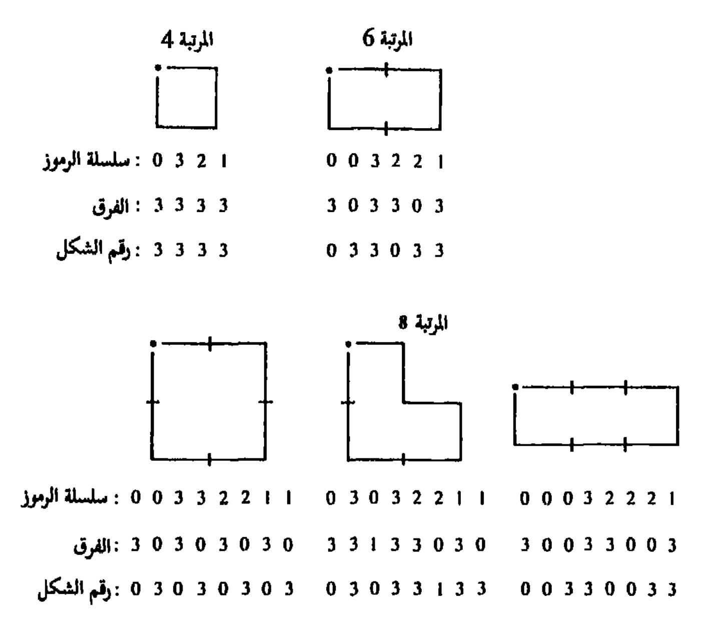
3.8(b)و 4.8(d) ملائمة كثيرا لوصف التقوسات. ومع استعراض الحدود باتجاه عقارب الساعة، نقول ان نقطة الذروة p هي جزء من قسم محدب إذا كان التغير في الميل عند النقطة غير سالب، وخلاف ذلك، نقول ان النقطة تتبع لجزء مقعر concave. يمكن أن ننقح refine وصف التقوس أكثر عند نقطة ما باستعمال أمداء ranges في تغير الميل. فعلى سبيل المثال، نستطيع القول ان p هي جزء من جزء مستقيم تقريبا إذا كان التغير أقل من 10 عشر درجات، أو ان p هي نقطة زاوية إذا تجاوزت الزاوية 90. ولكن لاحظ أن هذه الواصفات يجب أن تستخدم بعناية لأن تفسيرها يعتمد إلى حد كبير على طول الأجزاء افراديا بالنسبة لطول الحدود الاجمالي.

2.2.8 أرقام الأشكال shape numbers

بالرجوع إلى القسم 1.1.8 ، فان للحدود المرمزة بسلسلة الرموز العديد من الفروق الأوليه first differences ، وذلك اعتمادا على نقطة البداية. ان رقم الشكل

shape number لهذا النوع من الحدود بناءا على الترميز رباعي الاتجاهات المبين في الشكل 1.8(a) ، يعرَّف بأنه الفرق الأول للمقدار الأصغر. و تعرف مرتبة رقم الشكل n بعدد الخانات digits في تمثيله. ويشار إلى أن n زوجية من أجل الحدود المغلقة وأن قيمتها تحدد عدد الأشكال المختلفة الممكنة. يبين الشكل 12.8 جميع الأشكال من المرتبة 4 و 6 و 8 مع تمثيلات سلسلة الرموز والفروق الأوليه و أرقام الشكل التابعة لها.

لاحظ أن الفروق الأوليه قد حسبت بمعاملة سلسلة الرموز كتتابع دوار بالطريقة التي نوقشت في القسم 1.1.8.



الشكل 12.8 جميع الأشكال من المرتبة 4 و 6 و 8. الاتجاهات مأخوذة من الشكل 1.8(a) ، والنقاط تشير إلى نقطة البداية في كل شكل.

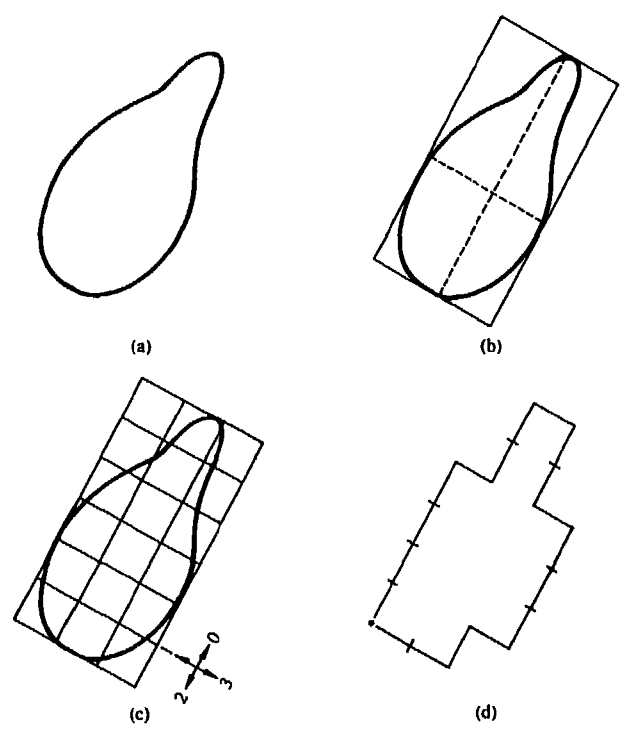
كما أشرنا في نهاية القسم 1.1.8 ، على الرغم من أن الفرق الأول لسلسلة الرموز مستقل عن الدوران، فان الحدود المرمزة ستعتمد على توجيه الشبكة بشكل عام. ونورد فيما يلي طريقة لتقييس اتجاه الشبكة.

كما أشرنا في القسم السابق، فان المحور الرئيس لحدود معينة هو جزء الخط المستقيم الواصل بين النقطتين الأبعد عن بعض في تلك الحدود. أما المحور الثانوي minor axis فهو عمودي على المحور الرئيس ويكون طوله بحيث يمكن تشكيل مستطيل يكفي فقط للاحاطة بالحدود. و تسمى نسبة المحور الرئيس إلى المحور الثانوي لا مركزية eccentricity الحدود، ويسمى المستطيل الذي وصفناه للتو المستطيل الأساسي basic

rectangle. في معظـم الحالات، سيتم الحصول على رقم شكل فريد برصف شبكة سلسلة الرموز مع جوانب المستطيل الأساسي. يعطي فريمان وشاپيرا Freeman and Shapera 1975 اجراءاً لايجاد المستطيل الأساسي مباشرة من محن مغلق مرمز بسلسلة رموز.

في الواقع العملي، إذا أعطيت مرتبة شكل مرغوب، نوجد المستطيل من المرتبة n الذي تكـون لامركزيتـه eccentricity أفضـــل ما يقرب لامركزية المستطيـل الرئيس، ونستعمـل هذا المستطيل الجديد لتأسيس قياس size الشبكة. فعلى سبيل المثال، إذا كانت n=12 فان جميع المستطيلات من المرتبة 12 (أي تلك المستطيلات التي طول محيطها يساوي 12) هي 4 × 2 و 3 × 3 و 5 × 1. فإذا واءمت لا مركزية المستطيل 4 × 2 لامركزية المستطيل الأساسي بالشكل الأفضل من أجل حدود معينة، نؤسس شبكة 2x4 مركزها في مركز المستطيل الرئيس ونستعمل الاجراء الملخص في القسم 1.1.8 للحصول على سلسلة الرموز. و ينتج رقم الشكل من الفرق الأول لهذا الترميز كما أشرنا أعلاه. على الرغم من أن مرتبة رقم الشكل الناتج ستساوي n بسبب الطريقة التي اختيرت فيها فواصـل الشبكة، فان الحدود ذات انخفاضات depressions قابلة للمقارنة مع هذه الفواصل spacings تنتج أحيانا أرقام شكل بمرتبة أعلى من n. في هذه الحالة، نحدد مستطيلا بدرجة أقل من n ونعيد الاجراء حتى يصبح رقم الشكل الناتج من المرتبة n.

مثال: افرض أننا نحدد n=18 للحدود المبينة في الشكل 13.8(a). لكي نحصـل على رقم شكل من هذه المرتبة نتبع الخطوات المناقشة أعلاه. نوجد أولا المستطيل الأساسي، كما هو مبين في الشكل 13.8(b). ان أقرب مستطيل من المرتبة 18 هو المستطيل 3x6 ، ولذلك نقســم المستطيـل الأسـاسي إلى مستطيلات فرعية كما هو مبين في الشكل 13.8(c)، حيث يلاحظ أن اتجاهات سلسلة الرموز متطابقة مع الشبكة الناتجة. أخيراً، نحصل على سلسلة الرموز ونستعمل فرقها الأول لحساب رقم الشكل كما هو مبين في الشكل 13.8(d).



سلسلة الرموز: 0 0 0 0 3 0 0 3 2 2 3 2 2 2 1 2 1 1

الفرق: 3 0 0 0 3 1 0 3 3 0 1 3 0 0 3 1 3 0

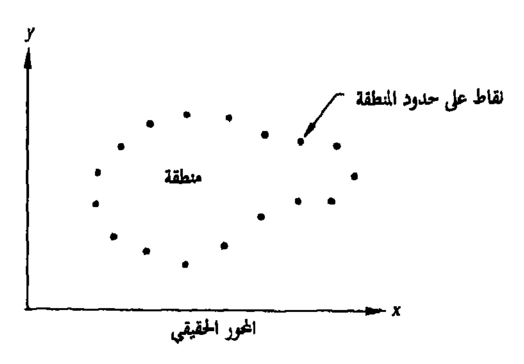
رقم الشكل: 0 0 0 3 1 0 3 3 0 1 3 0 0 3 1 3 0 3

الشكل 13.8 خطوات في توليد رقم شكل معين .

3.2.8 واصفات فورييه Fourier descriptors

نبين في هذا القسم أن تحويل فورييه المتقطع DFT يمكن أن يستعمل كأساس لوصف شكل الحدود على أساس كمي quantitative. افرض أنه يوجد M نقطة على حدود منطقة ما. يمكن أن ننظر إلى المنطقة على أنها موجودة في المستوي العقدي حيث يكون الاحداثي الشاقولي ordinate هو المحور الاحداثي التخيلي imaginary والاحداثي الأفقي abscissa هو المحور الاحداثي الحقيقي real ، كما هو مبين في الشكل 14.8

ويصبح الاحداثيــان x−y لكـل نقطـة في الكفـاف المراد تحليـله عددان عقديان complex.ان البدء في نقطة اختيارية على الكفاف والتتبع مرة واحدة حوله يعطي تتابع أعداد عقدية. و تحويل فورييه المتقطع DFT لهذا التتابع سيشار اليه في المناقشة التالية بواصفات فورييه Fourier descriptors للكفاف.



الشكل 14.8 تمثيل حدود منطقة في المستوي العقدي.

نظراً لأن تحويل فورييه المتقطع DFT هو تحويل خطي قابل للعكس (عكيس) فلن يكون هناك ربح أو خسارة في المعلومات في هذه العملية. ولكن بعض المعالجات البسيطة لهذا التمثيل في المجال الترددي للشكل يمكن أن تحذف الاعتمادية على الموضع position و القياس (الحجم) size و التوجيه orientation. فإذا كان لدينا واصف فورييه FD اختياري، فان عدة خطوات متتابعة يمكن أن تقيّسه بحيث يمكن مطابقته مع مجموعة اختبـار من واصفات فورييه بغض النظر عن قياسـه (حجمه) وموضعه وتوجيهه.

التقييس normalization

ان عمليات المجال الترددي التي تؤثر على القياس (الحجم) و التوجيه و نقطة البداية للكفاف تأتي مباشرة من خصائص تحويل فورييه المتقطع DFT (انظر القسم 3.3).لتغيير قياس الكفاف، نضرب بكل بسـاطة مركبات واصفات فورييه بثابت.

وبسبب الخطية، ستضرب احداثيات التحويل العكسي بنفس الثابت. ولتدوير الكفاف في المجال الحيزي نضرب كل احداثي بـ $\exp(j\theta)$، حيث ان θ هي زاوية الدوران. مرة ثانية، بالخطية، فان للثابت $\exp(j\theta)$ نفس الأثر عندما تضرب به معاملات المجال الترددي.

لكي نرى كيف يمكن تحريك نقطة البداية في المجال الترددي، تذكر خاصة الدورية لتحويل فورييه المتقطع. ان تتابع الأرقام المحدد في المجال الحيزي يمثل في الواقع دوراً واحداً لدالة دورية. إن معاملات تحويل فورييه المتقطع هي معاملات تمثيل سلسلة فورييه لهذه الدالة الدورية. بتذكر هذه الحقائق، من السهل أن نرى أن ازاحة نقطة بداية الكفاف في المجال الحيزي يقابل ضرب معامل التردد رقم k بـ $\exp(jkT)$ حيث ان T هي جزء الدور الذي تزاح خلاله نقطة البداية. (ومع تغير T من 0 إلى 2π فان نقطة البداية تستعرض الكفاف بأكمله مرة واحدة).

فإذا كان لدينا واصف فورييه FD لكفاف اختياري، فان اجراء التقييس يتطلب اجراء عمليات التقييس بحيث يصبح للكفاف قياس (حجم) size وتوجيه معياريان ونقطة بداية معيارية. يعرف القياس (الحجم) المعياري بأنه يتطلب أن يكون لمركبة فورييه F(1) مقدار الوحدة unity magnitude. فإذا كان الكفاف شكلا مغلقا بسيطا وتم تتبعه بعكس اتجاه عقارب الساعة سيكون هذا المعامل هو الأكبر.

تؤثر عمليتا التوجيه ونقطة البداية على أطوار معاملات واصف فورييه FD فقط. ونظراً لأنه توجد عمليتان مسموح بهما، فإن تعريف الموضع والتوجيه المعياريين يجب أن يشمل طوري معاملين على الأقل. دعنا نشير إلى مصفوفة واصفات فورييه FD ذات الطول M بـ $\{F(-M/2+1),\ldots,F(-1), F(0), F(1),\ldots, F(M/2)\}$. إذا بدأنا بطلب أن يكون لطور F(1) قيمه ما، لنقل صفرا " 0 " ، يمكن أن يبرهن أنه إذا كان مطلوباً أن يكون للمعامل رقم k طور ذو القيمة صفر، فان هناك $k-1$ تركيبا ممكنا من نقطة بداية و توجيه ابتدائي يحقق هذه التقييدات.

ان الاجراء الواضح هو أن نطلب أن يكون لـ F(1) و F(2) طوران بقيمة محددة، لنحقق بذلك تقييساً معيارياً فريداً. يبدو ذلك كحل للمشكلة، ولكن في حين أنه من

المؤكد أن يكون لـ F(1) مقدار الوحدة بعد تقييس FD من أجل القياس (الحجم)، فإن هذا الأمر ليس مؤكدا بالنسبة لـ F(2). يمكن الحصول على حل منسجم consistentلهذه المشكلة باختيار معامل غير الصفر لاستعماله من أجل التقييس، وبعدئذ استعمال معامل ثالث لازالة الغموض الذي يمكن أن ينتج عن تأثير التقييس المتعدد.

اعتبارات عملية practical considerations

إن التنفيذ العملي لهذا الاجراء يتطلب الانتباه لتفاصيل قليلة لم تذكر أعلاه. فنظرياً، يتضمن الاجراء تمثيلاً دقيقاً لكفاف اعتين بفواصل منتظمة uniform spacings. في حين أن الفواصل المنتظمة يمكن أن تعطي تمثيل مجال ترددي يميل إلى التقارب converge بشكل أسرع، فإن هناك بعض الصعوبات الجدية التي تتضمنها محاولة تحديد استراجية اعتيان معيارية باستعمال الفواصل غير المنتظمة nonuniform spacings.

بتذكر أن خوارزمية تحويل فورييه السريع تتطلب توفر صفيف دخل ذي طول يساوي حاصل رفع الأساس 2 لقوة تساوي عدداً صحيحاً، فإنه من الواضح أن الطول الاختياري لسلسلة تمثيل يجب ضبطه قبل استعمال تحويل فورييه السريع. ان أحد الاجراءات لعمل ذلك هو حساب محيط الكفاف وتقسيمه على الطول المطلوب (القوة المرغوبة لـ 2) والبدء في نقطة ما والطواف حول الكفاف مع الحفاظ على احداثيات النقاط المفصولة (المتباعدة) بشكل ملائم. يمكن أن تكون القوة المرغوبة لـ 2 هي أصغر قوة لـ 2 أكبر من طول السلسلة.

عملياً، سيكون الدخل لخوارزمية تحليل الشكل كفافاً مأخوذاً من صورة معتانة. وسيكون محيط هذا الكفاف تقريبا للمحيط الحقيقي للكفاف.في حين أنه يمكن الادعاء من أجل كثافة اعتيان عالية بشكل كاف في الصورة الأصلية، ان السلسلة هي تقريب جيد بشكل اختياري للكفاف، ينهار هذا الادعاء إذا أخذنا بالحسبان كثافة النقاط حول الكفاف التقريبي مقابل الكفاف الدقيق.

خذ مثلثاً قائم الزاوية و متساوي الساقين isoceles موجهاً بحيث ينطبق ساقاه على المحورين الاحداثيين x و y والوتر بزاوية °45. ان "طول" الكفاف إذا استعملت سلسلة ذات أربعة اتجاهات عادية، سيكون 4 مرات طول الساق، وسيكون الوتر بطول الساقين مجتمعين. . من الواضح أن كثافة النقاط على الوتر ستبتعد عن القيمة الصحيحة بعامل $\sqrt{2}$. و سيؤدي هذا الخطأ إلى اختلاف واصفات فورييه المقيسة (NFDs) لأشكال بسيطة مثل المثلثات اختلافاً جوهرياً، ويجعل الخوارزمية عديمة الفائدة فعلياً. إن أحد الحلول لهذه المشكلة هو استعمال سلسلة الرموز ذات الجيران الثمانية التي يمكن أن يكون فيها الجيران الأربعة القطرية لنقطة ما هي أيضا النقاط التالية في السلسلة. في المثال الذي ذكرناه للتو، يحذف هذا الحل خطأ كثافة النقاط.

تشمل اعتبارات عملية أخرى عملية التقييس. ففي حين أنه يمكن، نظريا، استعمال أي معامل غير الصفر مع F(1) لتحديد توجيه ونقطة بداية معياريين، كما لخصنا أعلاه، فان الكفافات contours العملية تظهر آثار ضجيج وخطأ تكمية. ان هذا الضجيج يشوش أطوار معاملات واصفات فورييه بحيث أن المعاملات ذات المطالات الأخفض يمكن أن تتأثر بشكل جوهري. و يمكن اثبات أن متوسط تربيع الأخطاء mean-square-error في المجال الترددي يتبع متوسط تربيع الأخطاء نقطة-فنقطة في المجال الحيزي. ويتبع هذه النتيجة أن تغيرات طفيفة في التوجيه و/أو نقطة البداية يمكن أن يكون لها آثارا جذرية على تصنيف أشكال مبني على هذا المعيار. ان احدى الطرق لاضعاف هذا الأثر إلى الحد الأدنى هو اختيار المعاملات ذات المقدار الأعلى كمعاملات تقييس. ان F(I) هي بطبيعة الحال الأكبر، وبذلك تختار المركبة الثانية في الكبر لتصاحب F(1). عموما، سيكون معامل ثالث مطلوبا لتقرير أي من التقييسات المسموح بها هو الأمثل، كما شرحنا أعلاه. يمكن اختيار هذا المعامل ليكون المعامل الأكبر الباقي الملائم لازالة ا لغموض.

يميل التقييس إلى تخفيض نسبة المعلومات المحتواة في الطور، إذا ما قورن بالمعلومات المحتواة في المقدار. ويمكن أن يبين أيضا أنه إذا كان الكفاف موضع التحليل ذا تناظر ثنائي(في اتجاهين) فسيكون لواصف فورييه المقيّس NFD أطوار تساوي اما

زاوية التقييس (الطور الذي تقيد به معاملات التقييس)، أو تلك القيمة مضافا اليها °180.في ضوء هذه النتائج، فإن التصنيف باستعمال مقادير واصفات فورييه المقيسة فقط يبدو اجراءا معقولاً. في هذه الحالة، يتألف إجراء التقييس ببساطة من تقسيم كل معامل على مقدار F(1).

مثال: كتوضيح للطريقة المشروحة أعلاه لوصف الأشكال، تأمل الطائرات المبينة في الشكل 15.8. لقد تم الحصول على هذه الأشكال بالخطوات التالية (1) حساب NFDs للحدود (استعملت 512 نقطة) ، و (2) الاحتفاظ بالـ 32 مركبة ذات التردد الأخفض في حين أعطيت بقية المركبات قيمة الصفر و (3) أخذ تحويل فورييه العكسي للمصفوفة المعدلة ذات الـ 512 عنصراً للحصول على تقريب للمعطيات الأصلية. كما يظهر في الشكل 15.8 ، فان النتائج، و على الرغم من أنها متشوهة قليلا، قد احتفظت بالخصائص الأساسية للطائرات المختلفة. ولذلك فان المعلومات الموجودة في الـ 32 مركبة الأخفض كانت كافية للتفريق بين أشكال هذه الطائرات.

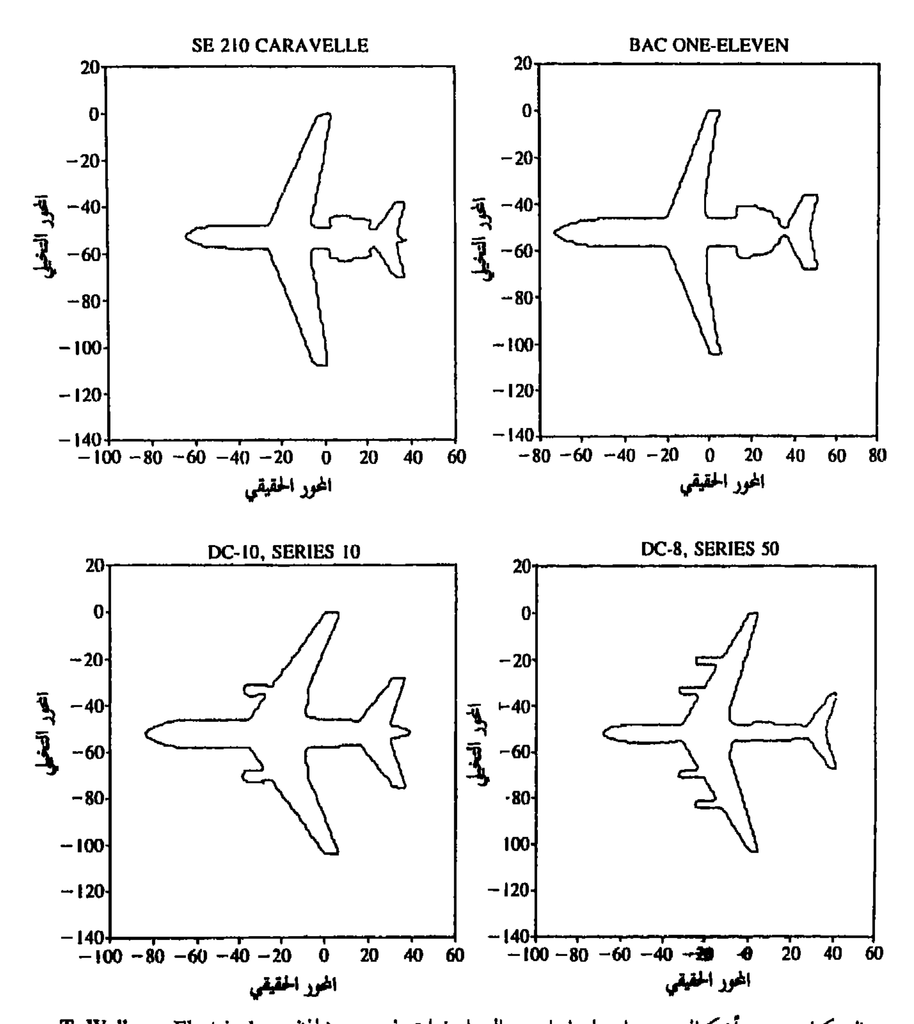
4.2.8 العزوم moments

يمكن وصف أشكال أجزاء الحدود (والتواقيع) كميا باستخدام العزوم. لكي نرى كيف يمكن اجراء ذلك، تأمل الشكل 6.8:(a) الذي يبين جزء حدود، والشكل 16.8(b) الذي يبين نفس الجزء ممثلا بدالة أحادية البعد g(r) ذات متحول اختياري r. افرض أننا نعامل مطال g كمتحول عشوائي a ونكون هيستوغرام مطالات $p(a_i)$, $i=1,2,\ldots,K$ حيث ان K هو عدد تزايدات المطال المتقطعة. فيكون عندئذ العزم رقم n لـ a حول متوسطه mean هو

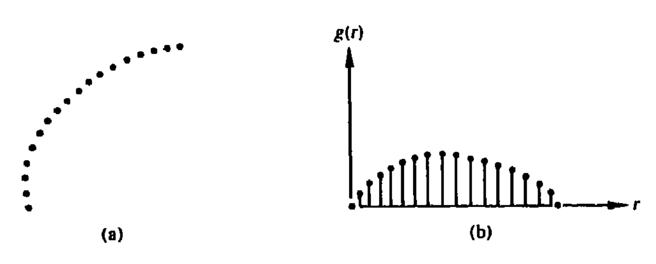
$$\mu_n(a) = \sum_{i=1}^{K} (a_i - m)^n p(a_i), \qquad (2-2.8)$$

حيث

$$m = \sum_{i=1}^{K} a_i p(a_i). \qquad (3-2.8)$$



الشكل 15.8 أشكال حصل عليها باستعمال واصفات فورييه. (باذن من T. Wallace , Electrical Engineering Dept. Purdue University).



الشكل 16.8(a) جزء حدود. (b) تمثيل بدالة أحادية البعد.

تعرف الكمية m بأنها القيمة المتوسطة لـ a ، و μ_2 بتفاوتها. عموما، تلزمنا العزوم القليلة الأولى فقط للتفريق بين تواقيع ذات أشكال مميزة بوضوح.

إن احدى الطرق البديلة هي تقييس g(r) إلى وحدة المساحة ومعاملتها كهيستوغرام. في هذه الحالة، يصبح r هو المتحول العشوائي وتعطى العزوم بما يلي

$$\mu_n(r) = \sum_{i=1}^{L} (r_i - m)^n g(r_i), \qquad (4-2.8)$$

حيث

$$m = \sum_{i=1}^{L} r_i g(r_i). \qquad (5-2.8)$$

في هذه التعابير الرياضية، L هي عدد النقاط على الحدود و $\mu_n(r)$ متعلق مباشرة بشكل g(r). فمثلا، سيقيس العزم الثاني $\mu_2(r)$ انتشار المنحني حول القيمة المتوسطة لـ r و سيقيس العزم الثالث $\mu_3(r)$ تناظره بالنسبة للمتوسط mean. طبعا، يمكن استخدام تمثيلي العزمين بآن واحد لوصف جزء حدود أو توقيع معينين.

قبل مغادرة هذا القسم، نشير إلى أن ماحصلنا عليه هنا هو أساسا تخفيض مهمة الوصف إلى مسألة وصف دوال أحادية– البعد. وعلى الرغم من أن العزوم هي حتى الآن الطريقة الأكثر شعبية فهي، ليست الواصفات الوحيدة التي تستعمل لهذا الغرض. فعلى سبيل المثال، نستطيع أن نحسب أيضا تحويل فورييه المتقطع أحادي البعد بالمعادلة (2–2.3)، ونحصل على طيفه ونستعمل الـ K مركبة الأولى من الطيف لوصف g(r).

ان مزية العزوم على التقنيات الأخرى التي يمكن أن نستعملها هي أن العزوم يمكن تنفيذها مباشرة وتحمل أيضاً تفسيراً فيزيائياً لشكل الحدود. إن عدم حساسية هذه الطريقة للدوران واضحة من الشكل 16.8. وإذا كان تقييس (الحجم) القياس size مرغوباً فيمكن الحصول عليه بتغيير مقياس مدى r.

3.8 واصفات المناطق regional descriptors

1.3.8 بعض الواصفات البسيطة

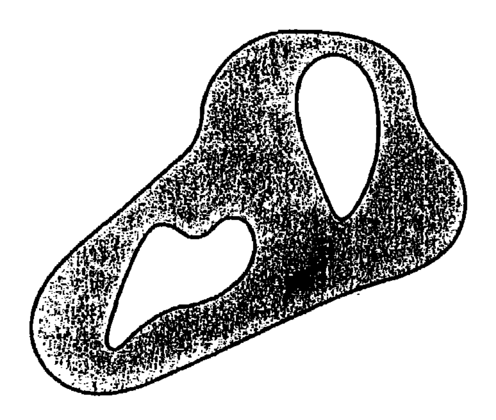
تعرف مساحة منطقة ما بأنها عدد العناصر pixels المحتواة ضمن حدودها. أما محيط منطقة معينة فهو طول حدودها. و على الرغم من أن المساحة والمحيط يستعملان أحيانا كواصفات، فإنهما قابلان للتطبيق في الأصل في الحالات التي يكون فيها قياس (حجم) الأشياء موضع الاهتمام ثابتاً invariant. إن أحد الاستعمالات المألوفة كثيراً لهذين الواصفين هو في تأسيس قياس تكثيفية compactness منطقة ما، معرفاً بـ مربع المحيط/المساحة. وتجدر الاشارة إلى أن التكثيفية هي كمية بلا أبعاد dimensinaless (ولذا فهي غير حساسة لتغيرات المقياس) وإلى أنها أصغرية لمنطقة بشكل قرص دائري. و باستثناء الأخطاء الناتجة عن دوران المنطقة الرقمية، فإن التكثيفية compactness غير حساسة للدوران.

إن المحاور الرئيسة لمنطقة ما هي المتجهات المميزة igenvectors لمصفوفة التفاوت المتبادل الذي يحصل عليها باستعمال العناصر داخل المنطقة كمتحولات عشوائية. لقد تمت مناقشة حساب هذه المصفوفة في القسم 1.6.3. ان متجهي مصفوفة التفاوت المتبادل المميزين يشيران باتجاه انتشار المنطقة الأعظمي maximal region spread بشرط أن يكونا متعامدين. وتعطي القيمتان المميزتان التابعتان لهما قياس لدرجة الانتشار. ولذلك فان الانتشار الرئيس واتجاه المنطقة يمكن أن يوصفا بأكبر قيمة مميزة وبالمتجه المميز التابع لها. ان هذا النوع من الوصف غير حساس للدوران ولكنه يعتمد على تغيرات المقياس scale changes إذا استعملت القيم المميزة كقياس للانتشار.

ان احدى الطرق التي كثيرا ماتستعمل للتغلب على هذه الصعوبة هي استعمال نسبة القيمة المميزة الكبيرة إلى القيمة المميزة الصغيرة كواصف descriptor. وتوجد قياسات أخرى بسيطة تستعمل كواصفات مناطق تشمل المتوسط mean و الأوسط median للسويات الرمادية، والقيم العظمي و الدنيا لقيم السويات الرمادية وعدد العناصر التي قيمها فوق وتحت المتوسط.

2.3.8 واصفات التركيب البنيوي(الطوبولوجية) topological descriptors

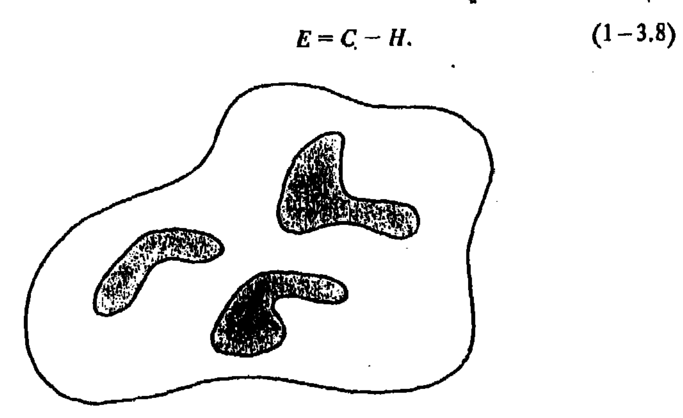
إن خصائص التركيب البنيوي مفيدة في الوصف الاجمالي global description للمناطق في مستوي الصورة. نعرف الطوبولوجيا topology ببساطة بأنها دراسة خصائص الشكل التي لاتتأثر بأي نوع من أنواع التشوه مادام لايوجد تمزيق أو وصل للشكل (تسمى هذه التشوهات أحيانا تشوهات الصفيحة المطاطية rubber sheet distortions). خذ على سبيل المثال، الشكل 17.8. إذا عرفنا عدد الثقوب في المنطقة كواصف تركيب بنيوي، فمن الواضح أن هذه الخاصة لن تتأثر بالتمديد stretching أو بتحويل الدوران. ولكن، عموما، سيتغير عدد الثقوب إذا مزقنا أو طوينا المنطقة. لاحظ أنه نظراً لأن التمديد يؤثر على المسافة، فإن خصائص التركيب البنيوي لاتعتمد على أي شكل من أشكال المسافة أو على أية خصائص مبنية ضمناً على مفهوم قياس المسافة.



الشكل 17.8 منطقة بثقبين.

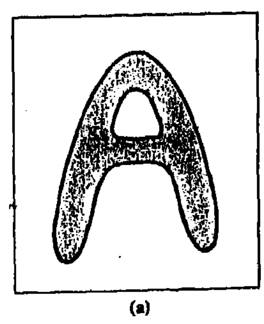
وهناك خاصة تركيب بنيوي أخرى مفيدة في وصف المناطق هي عدد المركبات المتصلة connected components. ان المركبة المتصلة لمجموعة ما هي مجموعة فرعية ذات الحجم الأكبر الذي يسمح بأن توصل أية نقطتين من نقاطها بمنحن متصل يقع كليا ضمن المجموعة الفرعية. يبين الشكل 18.8 منطقة بثلاث مركبات متصلة. يمكن أن يستعمل عدد الثقوب number of holes وعدد المركبات المتصلة في شكل ما لتعريف رقم أولر Euler كما يلي:

$$E = C - H. \qquad (1-3.8)$$

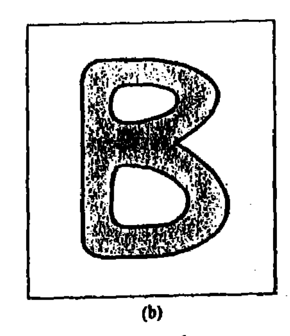


الشكل 18.8 منطقة بثلاث مركبات متصلة.

ان رقم أولر هو أيضا خاصة تركيب بنيوي topological. المنطقتان المبينتان في الشكل 19.8، على سبيل المثال، لهما رقم أولر يساوي 0 و −1 على التوالي، لأن الـ " A " لها مركبة متصلة واحدة وثقب واحد، بينما للـ " B " مركبة متصلة واحدة وثقبان.



(a)



(b)

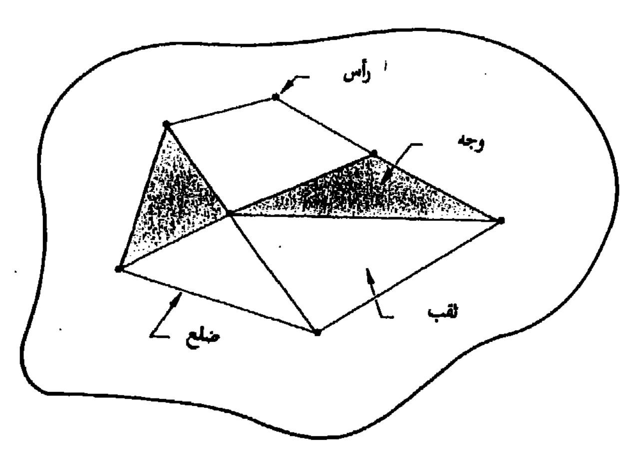
الشكل 19.8 منطقتان رقم أولر لهما هو 0 و −1 ، على التوالي.

ان للمناطق الممثلة بأجزاء خطوط مستقيمة (يشار اليها بالشبكات المضلعية polygonal networks) تفســـير بسيط بدلالة رقم أولر. يبـين الشكـل 20.8 شبكـة مضلعية. كثيراً ما يكون مهما تصنيف المناطق الداخلية لهذا النوع من الشبكات إلى وجوه وثقوب. إذا رمزنا إلى عدد الرؤوس vertices بـ W و لعدد الأضلاع بـ Q و لعدد الوجوه بـ F ، يكون لدينا العلاقة التالية والتي تدعى صيغة أولر Euler formula:

$$W - Q + F = C - H, \qquad (2-3.8)$$

و التي، في ضوء المعادلة (3.8 - 1) تتعلق برقم أولر كما يلي

$$W - Q + F = C - H = E. \qquad (4-3.8)$$



الشكل 20.8 منطقة تحتوي شبكة مضلعية.

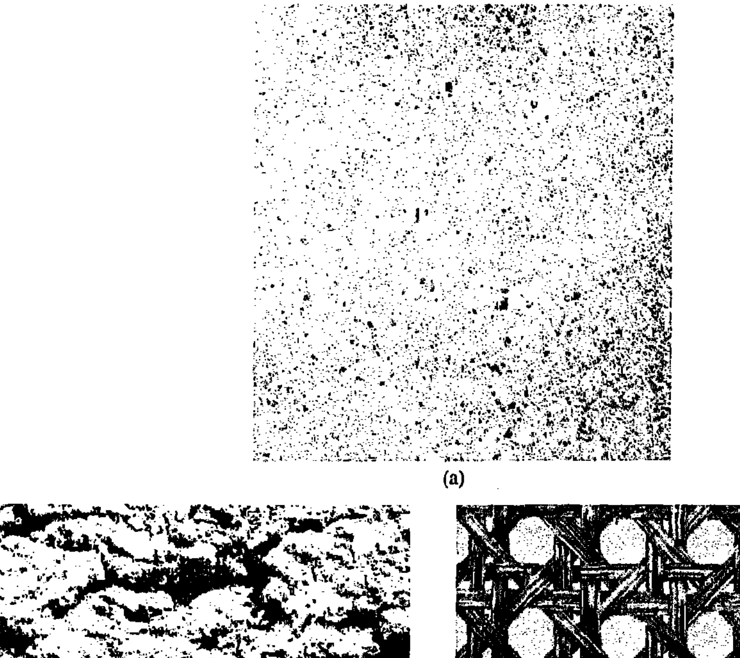
ان للشبكة المبينة في الشكل 20.8 سبعة رؤوس واحدى عشر ضلعا و وجهان ومنطقة متصلة واحدة وثلاثة ثقوب، لذا

$$7 - 11 + 2 = 1 - 3 = -2.$$

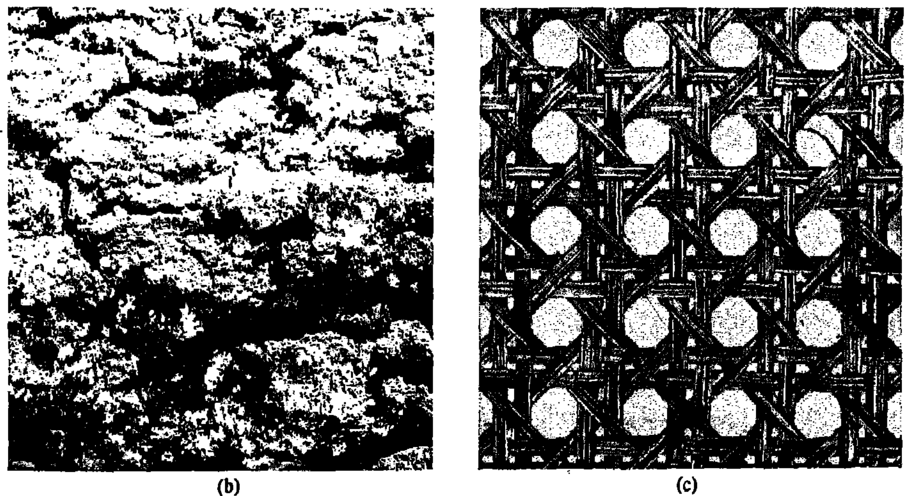
على الرغم من أن مفاهيم التركيب البنيوي عامة نوعا ما، فهي تؤمن خاصة اضافية كثيرا ماتكون مفيدة في توصيف characterizing المناطق في مشهد معين.

3.3.8 التركيب texture

ان احدى الطرق الهامة لوصف المناطق هي قياس محتوى تركيبها. و على الرغم من أنه لايوجد تعريف رسمي formal للتركيب، فاننا ننظر بدهيا إلى هذا الواصف على أنه يؤمن قياسا لخصائص مثل النعومة smoothness و الخشونة coarsness و الانتظام regularity (بعض الأمثلة مبينة في الشكل 21.8).



(a)



(b) (c)

الشكل 21.8 أمثلة لتركيبات (a) ناعمة. (b) خشنة (c) منتظمة. (عن Fu, Gonzalez and Lee 1987).

ان الطرائق الرئيسة الثلاثة المستعملة في معالجة الصورة لوصف تركيب منطقة ما هي الاحصـائية statistical و البنيوية structural والطيفية spectral. تنتج الطرائق الاحصـائية توصيفات للتراكيب مثل ناعم وخشن ومحبحب وهكذا. أما التقنيات التركيبية فإنها تتعامل مع بدائيات الصورة image primitives مثل وصف الصورة بناءاً على الخطوط المتوازية المتباعدة بانتظام. و تبنى التقنيات الطيفية على خصائص تحويل فوريه وتستعمل بشكل أولي لكشف الدورية الاجمالية في صورة ما بتحديد الذرى الضيقة ذات القدرة العالية في الطيف (انظر القسم 7.5 و 8.5).

الطرائق الاحصائية statistical approaches

إن إحدى أبسط الطرق لوصف التركيب هي استعمـال عزوم هيستوغرام السويات الرمادية لصورة أو منطقة ما. لتكن z متحولاً عشوائيا يشير إلى شدة الصورة المتقطعة، ولتكن $p(z_i), i=1,2,\ldots,L$ الهيستوغرام المقابل، حيث ان L هي عدد سويات الشدة المميزة. و كما أشرنا في القسم 4.2.8 ، فان عزم z رقم n حول المتوسط يعرف بالمعادلة التالية

$$\mu_n(z) = \sum_{i=1}^{L} (z_i - m)^n p(z_i), \qquad (5-3.8)$$

حيث ان m هي قيمة z المتوسطة (أي متوسط شدة الصورة):

$$m = \sum_{i=1}^{L} z_i\, p(z_i). \qquad (6-3.8)$$

لاحظ من المعادلة (3.8 – 5) أن $\mu_0=1$ و $\mu_1=0$. ان العزم الثاني (يدعى أيضا التفاوت variance ويرمز له $\sigma^2(z)$) ذو أهمية خاصـة في وصف التركيب. انه قياس لتباين السويات الرمادية والذي يمكن أن يستعمل لتأسيس واصفات للنعومة النسبية. فعلى سبيل المثال، يكون القياس التالي:

$$R = 1 - \frac{1}{1 + \sigma^2(z)} \qquad (7-3.8)$$

صفرا من أجل المناطق ذات الشدة الثابتة ($\sigma^2(z)=0$ إذا كان لجميع z_is نفس القيمة) ويقارب الواحد 1 من أجل قيم كبيرة لـ $\sigma^2(z)$. ان العزم الثالث هو قياس لميلان الهيستوغرام skewness في حين أن العزم الرابع هو قياس لدرجة تسطحه النسبية. أما العزوم من الخامس فما فوق فهي لاتتعلق بسهولة بشكل الهيستوغرام، ولكنها تؤمن تميزا كميا اضافيا لمحتوى التركيب. ان قياسات التركيب المحسوبة باستعمال الهيستوغرامات تعاني من محدودية كونها لاتحمل معلومات تتعلق بموضع العناصر بالنسبة لبعضها البعض. ان احدى الطرق لادخال هذا النوع من المعلومات إلى عملية تحليل التركيب texture analysis هي ألا نأخذ بالحسبان توزيع الشدات فقط بل مواضع العناصر ذات سويات الشدة المتساوية أو المتساوية تقريبا.

لتكن P عامل موضع و A مصفوفة أبعادها $k \times k$ وعنصرها a_{ij} هو عدد مرات حدوث نقاط ذات سوية رمادية z_i (في الموضع المحدد بـ P) بالنسبة للنقاط ذات السوية الرمادية z_j ،حيث ان $1 \leq i, j \leq k$. فعلى سبيل المثال، خذ صورة ذات ثلاث سويات رمادية، $z_1=0$ و $z_2=1$ و $z_3=2$ ، كما يلي

0	0	0	1	2
1	1	0	1	1
2	2	1	0	0
1	1	0	2	0
0	0	1	0	1

فإذا عرفنا عامل الموضع كما يلي "عنصر واحد إلى اليمين وعنصر واحد إلى الأسفل" سنحصل عندئذ على المصفوفة A ذات الأبعاد 3×3 التالية:

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$$

حيث ، وعلى سبيل المثال، a_{11} (أعلى اليسار) هو عدد مرات ظهور نقطة ذات سوية $z_1=0$ موضع عنصر واحد إلى الأسفل وإلى يمين عنصر له نفس السوية الرمادية، في حين أن a_{13} (أعلى اليمين) هو عدد مرات ظهور نقطة ذات سوية $z_1=0$ موضع عنصر

واحد إلى الأسفل وإلى يمين نقطة ذات سوية رمادية $z_3=2$. من المهم أن نلاحظ أن قياس A يتحدد بدقة بعدد السويات الرمادية المميزة في صورة الدخل. ولذا فان تطبيق المفاهيم التي نوقشت في هذا القسم يتطلب عادة اعادة تكمية الشدات في نطاقات سويات رمادية قليلة للحفاظ على قياس (حجم) A صغيرا بقدر يجعله قابلا للتعامل معه.

لتكن n العدد الاجمالي لأزواج النقاط point pairs في الصورة التي تحقق P (في المثال الأعلى n=16). إذا عرفنا مصفوفة C مكونة بتقسيم كل عنصر من A على n ، تكون c_{ij} عندئذ تقديراً للاحتمال المشترك joint proability الذي يظهر فيه زوج من النقاط يحقق P وتكون قيمتيه (z_i,z_j). تدعى المصفوفة C مصفوفة الحدوث المتزامن للسويات الرمادية gray level cooccurence matrix. ونظرا لأن C تعتمد على P ، فمن الممكن كشف وجود أنماط تركيب معينة باختيار عامل موضع مؤثر ملائم. فعلى سبيل المثال، ان العامل المؤثر الذي استعمل في المثال المذكور أعلاه حساس لنطاقات ذات شدة ثابتة تمتد باتجاه $-45°$ (لاحظ أن أعلى قيمة في a كانت $a_{11}=4$ ، وذلك جزئيا بسبب وجود خط من النقاط قيمتها 0 وتمتد بزاوية $-45°$). في حالة أعم، تكون المسألة هي تحليل مصفوفة C معينة لتصنيف المنطقة التي حسبت فيها C. ان مجموعة من الواصفات اقترحها Haralick تشتمل على ما يلي:

(1) الاحتمال الأعظمي

$$\max_{i,j}(c_{ij})$$

(2) عزم فروق–العناصر من المرتبة k

$$\sum_i \sum_j (i-j)^k c_{ij}$$

(3) عزم فروق–العناصر العكسي من المرتبة k

$$\sum_i \sum_j c_{ij}/(i-j)^k \quad i \neq j$$

(4) الانتروبيا

$$-\sum_i \sum_j c_{ij} \log c_{ij}$$

(5) الانتظام uniformity

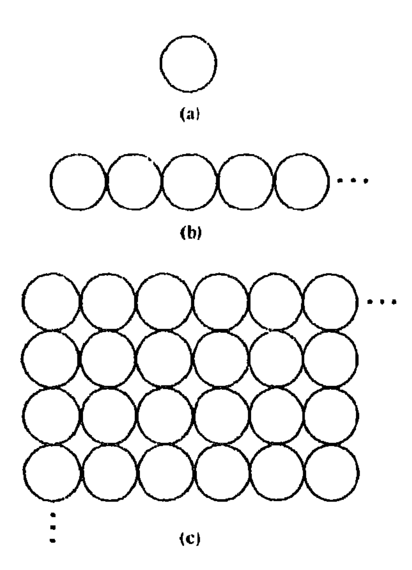
$$\sum_i \sum_j c_{ij}^2$$

و ذلك لوصف "محتوى" C بواسطة هذه الواصفات. فمثلا، تعطي الانتروبيا دلالة عن الاستجابة الأقوى لـ P (كما في المثال المذكور أعلاه). إن للواصف الثاني قيمة منخفضة نسبياً عندما تكون القيم العالية في C موجودة قرب القطر الرئيس لأن الفروق $(i-j)$ هي أصغر هناك. أما الواصف الثالث فله الأثر المعاكس. ان الواصف الرابع هو قياس للعشوائية و يبلغ قيمته العظمى عندما تكون جميع عناصر C متساوية. و على العكس من ذلك فان الواصف الخامس يصل قيمته الدنيا عندما تكون جميع عناصر المصفوفة C ، أي C_{ij}s ، متساوية.

الطرائق البنيوية structural approaches

كما أشرنا في بداية هذا الفصل، يبنى صنف ثان من طرائق وصف التركيب على المفاهيم البنيوية structural. افرض أن لدينا قاعدة من الشكل $S \to aS$، التي تدل على أن الرمز S يمكن أن تعاد كتابته كما يلي aS (مثلا، ستعطي ثلاثة تطبيقات لهذه القاعدة الصف التالي aaaS). فاذا جعلنا a تمثل دائرة (الشكل a22.8) وخصصنا المعنى "دوائر الى اليمين" لصف من الشكل ...aaa ، فستسمح لنا القاعدة بتوليد "نمط تركيب" texture pattern له الشكل المبين في الشكل 22.8(b).

افرض بعد ذلك أننا نضيف قواعد جديدة للقاعدة السابقة مثل: S=bA و A=cAو c ، $A \longrightarrow c$ و $S \longrightarrow a$ ، بحيث يعني وجود b "دائرة أسفل" ويعني وجود c "دائرة الى اليسار". نستطيع الآن توليد صف من الشكل aaabccbaa الذي يقابل مصفوفة دوائر أبعادها 3×3 و يمكن توليد أنماط تركيب أكبر مثل ذلك النمط المبين في الشكل 22.8(c) بسهولة بنفس الطريقة. (ولكن لاحظ أن هذه القواعد تستطيع توليد بنى غير مستطيلة).



الشكل 22.8(a) تركيب بدائي . (b) نمط تم توليده بالقاعدة aS – – – S، (c) نمط تركيبي ثنائي الأبعاد تم توليده بهذه القاعدة بالاضافة لقواعد أخرى.

ان الفكرة الأساسية من المناقشة السابقة هي أنه يمكن استعمال "تركيب بدائي" primitive texture لتكوين أنماط تركيب أكثر تعقيدا بواسطة بعض القواعد التي تحد عدد الترتيبات الممكنة للتركيب أو التراكيب البدائية. تقع هذه المفاهيم في قلب أساليب الوصف الارتباطي relational descriptions و هو موضوع سنبحث فيه بقدر أكبر من التفصيل في القسم 4.8.

الطرائق الطيفية spectral approaches

كما أشرنا في القسمين 7.5 و 8.5 فان تحويل فورييه ملائم بشكل مثالي لوصف اتجاهية أنماط ثنائية–الأبعاد دورية أو دورية على الأغلب في صورة ما. في حين أن أنماط التركيب هذه سهلة التمييز كتركيزات لرشقات bursts طاقة عالية في الطيف، فانها عموما صعبة الكشف الى حد بعيد باستعمال الطرائق الحيزية بسبب الطبيعة الموضعية

لهذه التقنيات. في المناقشة الحالية، ندرس ثلاث خصائص لتحويل فورييه مفيدة في وصف التركيب: (1) القمم البارزة في الطيف تعطي الاتجاه الرئيس لأنماط التركيب، (2) موقع القمم في المستوي الترددي يعطي أدوار الأنماط الحيزية الأساسية، (3) بحذف أية مركبات دورية بواسطة الترشيح يبقى لدينا صورة ذات عناصر غير دورية والتي يمكن أن توصف عندئذ بالتقنيات الاحصائية. نذكر القارىء بأن طيف الصورة الحقيقية متناظر حول المبدأ بحيث نحتاج أن نأخذ بالحسبان نصف مستوي التردد فقط. ولذا، فمن أجل غرض التحليل فان كل نمط دوري يصاحب بقمة واحدة فقط في الطيف بدلا من اثنتين. ان كشف وتفسير خصائص الطيف التي ذكرت للتو كثيرا ماتبسط بالتعبير عن الطيف بالاحداثيات القطبية لاعطاء دالة $S(r,\theta)$ ، حيث ان S هي دالة الطيف و r و θ هما المتحولان في نظام الاحداثيات هذا. بعدئذ، في كل اتجاه θ، يستطيع المرء أن يعتبر $S(r,\theta)$ دالة أحادية–البعد $S_\theta(r)$. بشكل مشابه $S_r(\theta)$ هي دالة أحادية–البعد من أجل كل تردد r. ان تحليل $S_\theta(r)$ من أجل قيمة ثابتة لـ θ يعطي سلوك الطيف (مثلا، وجود القمم) على طول اتجاه نصف قطري من المبدأ، في حين أن تحليل $S_r(\theta)$ من أجل قيمة ثابتة لـ r يعطي السلوك على طول دائرة مركزها في المبدأ.

يتم الحصول على وصف أكثر اجمالية بمكاملة(جمع من أجل متحولات متقطعة) هذه الدوال، كما يلي:

$$S(r) = \sum_{\theta=0}^{\pi} S_\theta(r) \qquad (8-3.8)$$

و

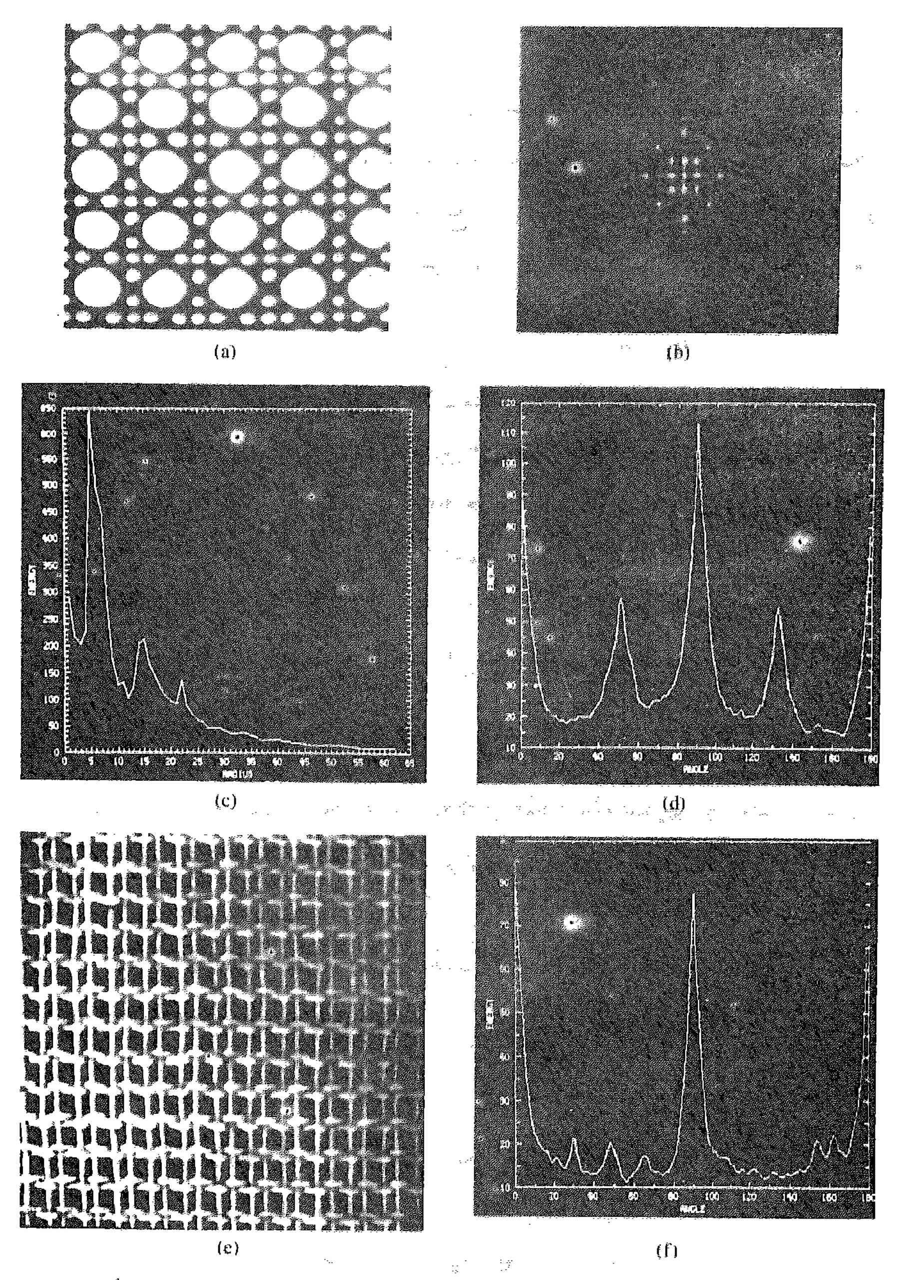
$$S(\theta) = \sum_{r=1}^{R} S_r(\theta), \qquad (9-3.8)$$

حيث ان R هي نصف قطر دائرة مركزها في المبدأ. من أجل طيف أبعاده $N \times N$ ، نختار R نموذجيا N/2. تكون نتائج المعادلتين (3.8–8) و (3.8–9) زوجاً من القيم $[S(r),S(\theta)]$ لكل زوج احداثيات (r,θ). بتغيير هذين الاحداثيين، نستطيع توليد دالتين أحاديتي – البعد، $S(r)$ و $S(\theta)$ ، تكونان وصفا لقدرة التركيب الطيفية لكامل الصورة

أو للمنطقة موضع البحث. رأكثر من ذلك، نستطيع حساب واصفات هذه الدوال نفسها لوصف characterize سلوكها بطريقة كمية. ان الواصفات النموذجية التي يمكن أن يستخدمها المرء لهذا الغرض هي موضع أعلى قيمة و المتوسط و الانحراف المعياري لكل من التغيرات المطالية والمحورية(أنظر القسم 4.2.8) ، والمسافة بين المتوسط و أعلى قيمة للدالة.

مثال: ان الشكل 23.8 هو توضيح لاستعمال المعادلتين (3.8–8) و (3.8–9) من أجل الوصف الاجمالي للتركيب. يبين الشكل 23.8(a) صورة بتركيب دوري periodic texture.و يبين الشكل 23.8(b) طيفها. الشكلان 23.8(c) و (d) هما رسما S(r) و S(θ) ، على التوالي. ان الرسم S(r) هو بنية نموذجية تبين محتوى قدرة عال قرب المبدأ مع قيم متدرجة في الانخفاض من أجل الترددات العالية. و يظهر رسم لـ S(θ) قمما بارزة على فترات قدرها 45 درجة و التي تعود بوضوح الى هذا النوع من الدورية في مضمون الصورة.

كتوضيح لكيفية امكان استخدام رسم S(θ) في هذه الحالة للتفريق بين نمطي تركيب، يبين الشكل 23.8(e) صورة أخرى نمط تركيبها سائد في الاتجاهين الأفقي والشاقولي. ان رسم S(θ) لهذا الطيف مبين في الشكل 23.8(f). كما توقعنا، يظهر هذا الرسم قمما عالية على فترات قدرها 90 درجة. وسيكون التمييز بين نمطي التركيب بتحليل موجات S(θ) التابعة لهما مسألة بسيطة.



الشكل 23.8(a) صورة تظهر تركيبا دوريا. (b) طيفها . (c) رسم $S(r)$. (d) رسم $S(\theta)$. (e) صورة أخرى ذات تركيب دوري من نوع مختلف. (f) رسم $S(\theta)$. (باذن من D Brzakovic, University of Tenesse).

4.3.8 العزوم moments

اذا كان لدينا دالة مستمرة ثنائية-الأبعاد $f(x, y)$، نعرف العزم من المرتبة (p+q) بالعلاقة

$$m_{pq} = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} x^p y^q f(x, y)\, dx dy \qquad (10-3.8)$$

من أجل p,q=1,2,...n.

تنص نظرية الوحدانية uniqueness لـ Papoulis 1965 على أنه اذا كانت $f(x, y)$ مستمرة كقطع piecewise contineous و لها قيم غير الصفر فقط في جزء محدد من المستوي x − y ، تكون العزوم من جميع الدرجات موجودة عندئذ ويتحدد تتابع العزوم (m_{pq}) بـ $f(x, y)$ بشكل فريد. بشكل معاكس، يحدد (m_{pq}) الدالة $f(x, y)$ بشكل فريد. و يمكن أن يعبر عن العزوم المركزية كما يلي

$$\mu_{pq} = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} (x - \bar{x})^p (y - \bar{y})^q f(x, y)\, dx dy, \qquad (11-3.8)$$

حيث

$$\bar{x} = \frac{m_{10}}{m_{00}}, \qquad \bar{y} = \frac{m_{01}}{m_{00}}.$$

و من أجل صورة رقمية تصبح المعادلة (3.8 − 11) كما يلي

$$\mu_{pq} = \sum_x \sum_y (x - \bar{x})^p (y - \bar{y})^q f(x, y). \qquad (12-3.8)$$

ان العزوم المركزية من المرتبة 3 هي كما يلي:

$$\mu_{10} = \sum_x \sum_y (x - \bar{x})^1 (y - \bar{y})^0 f(x, y)$$
$$= m_{10} - \frac{m_{10}}{m_{00}}(m_{00})$$
$$= 0$$
$$\mu_{11} = \sum_x \sum_y (x - \bar{x})^1 (y - \bar{y})^1 f(x, y)$$
$$= m_{11} - \frac{m_{10} m_{01}}{m_{00}}$$

$$\mu_{20} = \sum_x \sum_y (x - \bar{x})^2 (y - \bar{y})^0 f(x, y)$$

$$= m_{20} - \frac{2m_{10}^2}{m_{00}} + \frac{m_{10}^2}{m_{00}} = m_{20} - \frac{m_{10}^2}{m_{00}}$$

$$\mu_{02} = \sum_x \sum_y (x - \bar{x})^0 (y - \bar{y})^2 f(x, y)$$

$$= m_{02} - \frac{m_{01}^2}{m_{00}}$$

$$\mu_{30} = \sum_x \sum_y (x - \bar{x})^{3} (y - \bar{y})^0 f(x, y)$$

$$= m_{30} - 3\bar{x}m_{20} + 2m_{10}\bar{x}^2$$

$$\mu_{12} = \sum_x \sum_y (x - \bar{x})^1 (y - \bar{y})^2 f(x, y)$$

$$= m_{12} - 2\bar{y}m_{11} - \bar{x}m_{02} + 2\bar{y}^2 m_{10}$$

$$\mu_{21} = \sum_x \sum_y (x - \bar{x})^2 (y - \bar{y})^1 f(x, y)$$

$$= m_{21} - 2\bar{x}m_{11} - \bar{y}m_{20} + 2\bar{x}^2 m_{01}$$

$$\mu_{03} = \sum_x \sum_y (x - \bar{x})^0 (y - \bar{y})^3 f(x, y)$$

$$= m_{03} - 3\bar{y}m_{02} + 2\bar{y}^2 m_{01}$$

بإيجاز،

$$\begin{array}{ll}
\mu_{00} = m_{00}, & \mu_{11} = m_{11} - \bar{y}m_{10} \\
\mu_{10} = 0, & \mu_{30} = m_{30} - 3\bar{x}m_{20} + 2m_{10}\bar{x}^2 \\
\mu_{01} = 0, & \mu_{12} = m_{12} - 2\bar{y}m_{11} - \bar{x}m_{02} + 2\bar{y}^2 m_{10} \\
\mu_{20} = m_{20} - \bar{x}m_{10}, & \mu_{21} = m_{21} - 2\bar{x}m_{11} - \bar{y}m_{20} + 2\bar{x}^2 m_{01} \\
\mu_{02} = m_{02} - \bar{y}m_{01}, & \mu_{03} = m_{03} - 3\bar{y}m_{02} + 2\bar{y}^2 m_{01}
\end{array}$$

وتعرَّف العزوم المركزية المقيسة، مشاراً إليها بـ η_{pq} كما يلي

$$\eta_{pq} = \frac{\mu_{pq}}{\mu_{00}^{\gamma}}, \qquad (13-3.8)$$

حيث

$$\gamma = \frac{p+q}{2} + 1 \qquad (14-3.8)$$

من أجل $p+q=2,3,\ldots,n$.

يمكن اشتقاق سبعة عزوم غير متغيرة invariant من العزمين الثاني والثالث* ، تعطى بما يلي

$$\phi_1 = \eta_{20} + \eta_{02} \qquad (15-3.8)$$

$$\phi_2 = (\eta_{20} - \eta_{02})^2 + 4\eta_{11}^2 \qquad (16-3.8)$$

$$\phi_3 = (\eta_{30} - 3\eta_{12})^2 + (3\eta_{21} - \eta_{03})^2 \qquad (17-3.8)$$

$$\phi_4 = (\eta_{30} + \eta_{12})^2 + (\eta_{21} + \eta_{03})^2 \qquad (18-3.8)$$

$$\begin{aligned}\phi_5 = {} & (\eta_{30} - 3\eta_{12})(\eta_{30} + \eta_{12})[(\eta_{30} + \eta_{12})^2 - 3(\eta_{21} + \eta_{03})^2] \\ & + (3\eta_{21} - \eta_{03})(\eta_{21} + \eta_{03})[3(\eta_{30} + \eta_{12})^2 - (\eta_{21} + \eta_{03})^2]\end{aligned} \qquad (19-3.8)$$

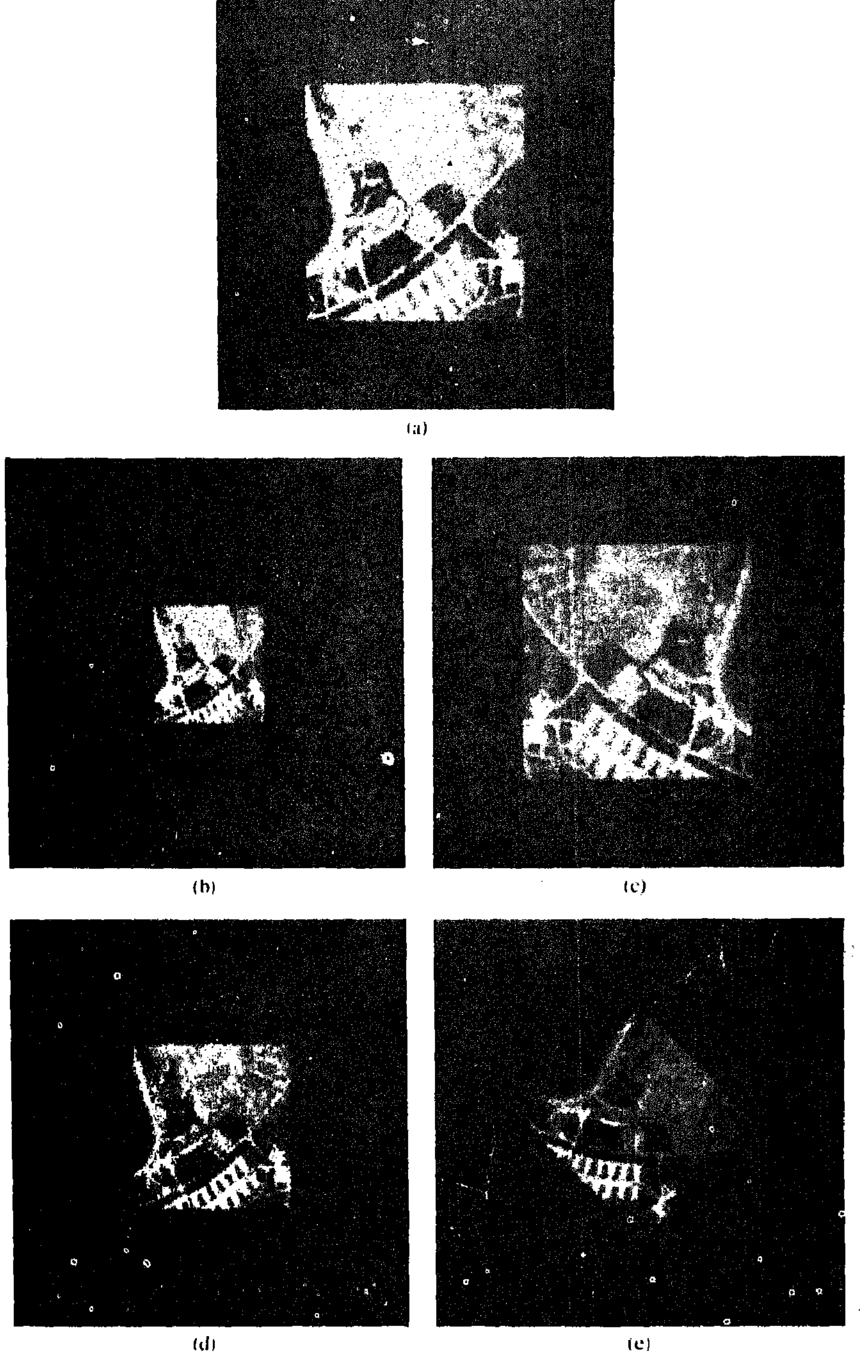
$$\begin{aligned}\phi_6 = {} & (\eta_{20} - \eta_{02})[(\eta_{30} + \eta_{12})^2 - (\eta_{21} + \eta_{03})^2] \\ & + 4\eta_{11}(\eta_{30} + \eta_{12})(\eta_{21} + \eta_{03})\end{aligned} \qquad (20-3.8)$$

$$\begin{aligned}\phi_7 = {} & (3\eta_{21} - \eta_{30})(\eta_{30} + \eta_{12})[(\eta_{30} + \eta_{12})^2 - 3(\eta_{21} + \eta_{03})^2] \\ & + (3\eta_{12} - \eta_{30})(\eta_{21} + \eta_{03})[3(\eta_{30} + \eta_{12})^2 - (\eta_{21} + \eta_{03})^2]\end{aligned} \qquad (21-3.8)$$

لقد تم إبانة أن هذه العزوم غير متغيرة بالنسبة للنقل translation والدوران rotation وتغيير المقياس scaling ، عن (Hu 1962).

مثال : لقد تم تصغير الشكل 24.8(a) الى نصف قياسه في الشكل 24.8(b) وصور كما يظهر في المرآة في الشكل 24.8(c) و دور بدرجتين 2 وبخمس وأربعين درجة 45 ، كما هو مبين في الشكلين 24.8(d) و (e). بعد ذلك حسبت العزوم السبعة غير المتغيرة invariant المعطاة بالمعادلات (3.8 – 15) حتى (3.8 – 21) لكل صورة من هذه الصور، وأخذ لو غاريتم النتائج لتخفيض المدى الديناميكي. كما هو مبين في الجدول 1.8 ، فإن نتائج الأشكال 24.8(b) حتى (e) هي في توافق معقول مع العزوم غير المتغيرة invariants المحسوبة باستعمال الصورة الأصلية. ان السبب الرئيس للخطأ يمكن أن يعزى الى الطبيعة الرقمية للمعطيات.

* يتضمن اشتقاق هذه النتائج مفاهيم تقع خارج نطاق المناقشة الحالية. يمكن أن يعود القارىء المهتم بهذه المفاهيم إلى كتاب Bell 1965 ومقالة Hu 1962 من أجل مناقشة مفصلة.



الشكل 24.8 صور استعملت لشرح (اظهار) خصائص لا متغيرات العزوم moments invariants.

الجدول 1.8 لامتغيرات العزوم من أجل الصور المبينة في الأشكال 24.7(a) حتى (e)

Invariant (Log)	Original	Half Size	Mirrored	Rotated 2°	Rotated 45°
ϕ_1	6.249	6.226	6.919	6.253	6.318
ϕ_2	17.180	16.954	19.955	17.270	16.803
ϕ_3	22.655	23.531	26.689	22.836	19.724
ϕ_4	22.919	24.236	26.901	23.130	20.437
ϕ_5	45.749	48.349	53.724	46.136	40.525
ϕ_6	31.830	32.916	37.134	32.068	29.315
ϕ_7	45.589	48.343	53.590	46.017	40.470

4.8 وصف التشابه descriptions of similarity

يمكن أن تؤسس قياسات التشابه عند سويات مختلفة من التعقيد في الصورة، متدرجة من الحالة البسيطة trivial التي يقارن فيها عنصرا صورة، الى المسألة المعقدة جدا وهي تحديد مدى تشابه منظرين أو أكثر بطريقة ما ذات معنى meaningful way.

1.4.8 قياسات المسافات distance measures

يمكن استعمال بعض التقنيات التي نوقشت سابقا كأساس للمقارنة بين منطقتي صورة. خذ، على سبيل المثال، واصفات العزوم moment descriptors التي قدمت في القسم 4.3.8. وافترض أن عزوم منطقتين قد رتبت على متجهين $\mathbf{x}_1$ و $\mathbf{x}_2$. ان المسافة بين $\mathbf{x}_1$ و $\mathbf{x}_2$ معطاة بالمعادلة التالية

$$\begin{aligned} D(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) &= \|\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2\| \\ &= \sqrt{(\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2)'(\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2)}, \end{aligned} \qquad (1-4.8)$$

حيث يشير الرمز (´) الى منقول المتجه vector transpose ، الذي يمكن أن يستخدم كقياس للتشابه بين الواصفين. وتصبح هذه الطريقة جذابة خصيصا اذا كنا مهتمين بمقارنة واصف معين من أصل معروف مع واحد أو أكثر من الواصفات التي قد أسست خواصها سابقا. اذا أشرنا الى الواصفات المعروفة بـ $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \ldots, \mathbf{x}_L$ ، والى الواصف غير

المعروف بـ x ، نقول عندئذ ان x أكثر شبها بالواصف رقم i اذا كان x أقرب الى $\mathbf{x}_i$ منه الى أي متجه آخر، أي، اذا كان

$$D(\mathbf{x}, \mathbf{x}_i) < D(\mathbf{x}, \mathbf{x}_j) \qquad (2-4.8)$$

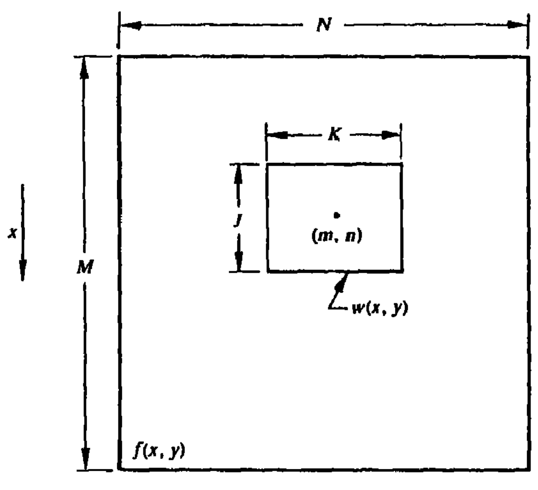
من أجل $i \neq j$ و $j=1,2,...,L$. ان هذه الطريقة يمكن أن تستعمل مع واصفات متنوعة مادام بالامكان التعبير عنها بشكل ذي معنى بالصيغة الاتجاهية.

2.4.8 الترابط correlation

لدينا صورة رقمية $f(x, y)$ ذات قياس $M \times N$ ، افترض أننا نرغب في تحديد ما اذا كانت هذه الصورة تحتوي على منطقة مشابهة لمنطقة ما $w(x, y)$ ذات قياس $J \times K$ حيث $J < M$ و $K < N$، إن إحدى الطرائق التي تستعمل في أغلب الأحيان لحل هذه المسألة هي إقامة ترابط بين $w(x, y)$ و $f(x, y)$. يعطى الترابط بين هاتين الدالتين الحقيقيتين، بأبسط أشكاله، بالمعادلة التالية

$$R(m, n) = \sum_x \sum_y f(x, y) w(x - m, y - n), \qquad (3-4.8)$$

حيث $m=0,1,2,...,M-1$ و $n=0,1,2,...,N-1$ ، و يأخذ الجمع ضمن منطقة الصورة حيث تكون $w(x, y)$ معرفة. ان الاجراء موضح في الشكل 25.8. فمن أجل أية قيمة لـ (m, n) داخل $f(x, y)$ نطبق المعادلة (3-4.8) للحصول على قيمة واحدة لـ R. و مع تغيير m و n ، تتحرك $w(x, y)$ في أرجاء منطقة الصورة ونحصل بالتالي على الدالة $R(m, n)$. بعدئذ تدل القيمة العظمى لـ $R(m, n)$ على الموضع الذي طابقت فيه $w(x, y)$ الصورة $f(x, y)$ على أفضل وجه. لاحظ أن الدقة ستكون مفقودة من أجل قيم m و n قرب حواف $f(x, y)$ و تكون كمية الخطأ متناسبة مع قياس (حجم) $w(x, y)$.



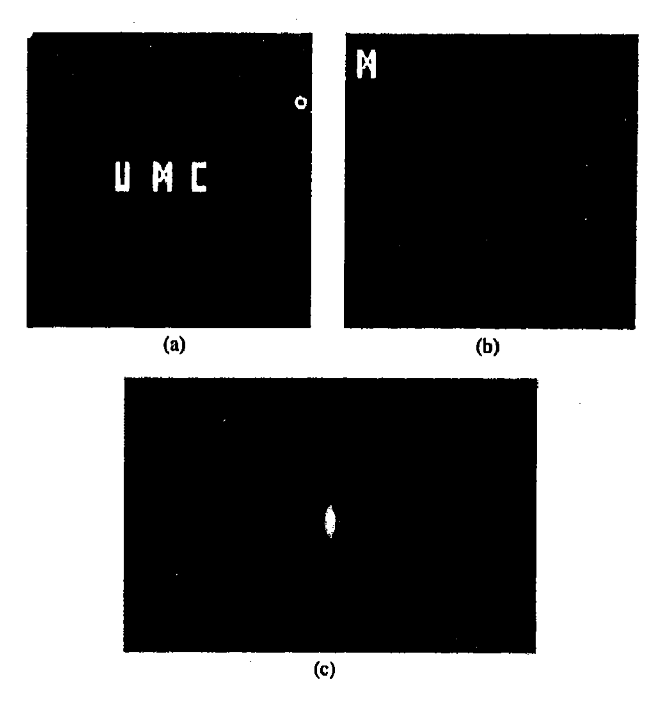
الشكل 25.8 ترتيب للحصول على ترابط $f(x,y)$ و $w(x,y)$ في نقطة معينة (m,n).

مثال: يوضح الشكل 26.8 المفاهيم التي نوقشت للتو. ان الشكل 26.8(a) هو $f(x,y)$ والشكل 26.8(b) هو $w(x, y)$ و الشكل 26.8(c) هو $R(m, n)$، حيث تم اظهار هذه الصور كدوال شدة (كثافة). لاحظ أن الشدة الأعلى لـ $R(m, n)$ تقع في الموضع الذي وجد فيه التطابق الأفضل بين $f(x, y)$ و $w(x, y)$.

على الرغم من ان دالة الترابط المعطاة بالمعادلة (4.8-3) سهلة في طبيعتها فإن لها مايعيق استخدامها و هو حساسيتها لتغيرات المقياس في مطال $f(x, y)$ و $w(x, y)$. إن إحدى الطرائق التي كثيراً ماتستخدم للتغلب على هذه الصعوبة هي إجراء المطابقة بواسطة معامل الترابط المعرف كما يلي

$$r(m, n) = \frac{\sum_x \sum_y [f(x, y) - \bar{f}(x, y)][w(x-m, y-n) - \bar{w}]}{\left[\sum_x \sum_y [f(x, y) - \bar{f}(x, y)]^2 \sum_x \sum_y [w(x-m, y-n) - \bar{w}]^2\right]^{1/2}} \qquad (4-4.8)$$

حيث m=0,1,2,...,M−1 و n=0,1,2,...,N−1 و $\bar{w}$ هو متوسط الشدة للنافذة



الشكل 26.8 مثال للترابط. لاحظ لمعان $R(m,n)$ في الموضع الذي يتطابق فيه الحرفان. (عن Hall et al. 1971).

(تحسب هذه القيمة مرة واحدة)، و $\bar{f}(x, y)$ هي متوسط القيمة لـ $f(x, y)$ في المنطقة المتطابقة مع $w(x, y)$ وتؤخذ المجاميع summations ضمن الاحداثيات المشتركة بين كل من f و w. ليس من الصعب اثبات أن $r(m, n)$ مقيسة الى المدى من -1 الى 1 ، ومستقلة عن تغيرات المقياس في مطال $f(x, y)$ و $w(x, y)$.

كما ذكرنا في القسم 8.3.3 ، يمكن أن يجرى الترابط أيضا في المجال الترددي بواسطة خوارزمية تحويل فورييه السريع. اذا كانت الدوال بنفس القياس، فان هذه الطريقة تكون فعالة أكثر من التنفيذ المباشر للترابط في المجال الحيزي. ولكن في تنفيذ المعادلة (3 – 4.8) من المهم أن نشير الى أن $w(x, y)$ هي عادة ذات أبعاد أصغر بكثير من $f(x, y)$. لقد أجرى Campell 1969 مقارنة بينت أنه اذا كان عدد الحدود غير الصفر في $w(x, y)$ أقل من 132 ، يكون التنفيذ المباشر للمعادلة (3 – 4.8) أكثر فعالية من استعمال طريقة تحويل فورييه السريع FFT. بالطبع يعتمد هذا الرقم على نوع

الحاسوب والخوارزميات المستخدمة، و لكنه يعطي دلالة على قياس الصورة التقريبي الذي يجب أن نبدأ عنده بالتفكير في المجال الترددي كبديل. ان المعادلة (4.8-4) أكثر صعوبة بكثير للتنفيذ باستخدام تحويل فورييه السريع و تحسب عادة في المجال الحيزي.

3.4.8 مطابقة الحدود boundary matching

افرض أن كفافي جسم قد رمزا في صفي أحرف $a_1, a_2, ...a_n$ و $b_1, b_2, ..., b_n$، على التوالي. دع A تمثل عدد المطابقات matches بين الصفين، حيث نقول إن مطابقة قد حصلت في الموضع j إذا كان $a_j=b_j$. يعطى عدد الرموز التي لاتتطابق بما يلي

$$B = \max(|C_1|, |C_2|) - A, \qquad (5-4.8)$$

حيث إن |C| هي طول (عدد رموز) الصف C. يمكن أن يبين أن B=0 اذا وفقط اذا كان C_1 و C_2 متماثلين.

يعرف قياس تشابه بسيط بين الصفين C_1 و C_2 بالنسبة التالية

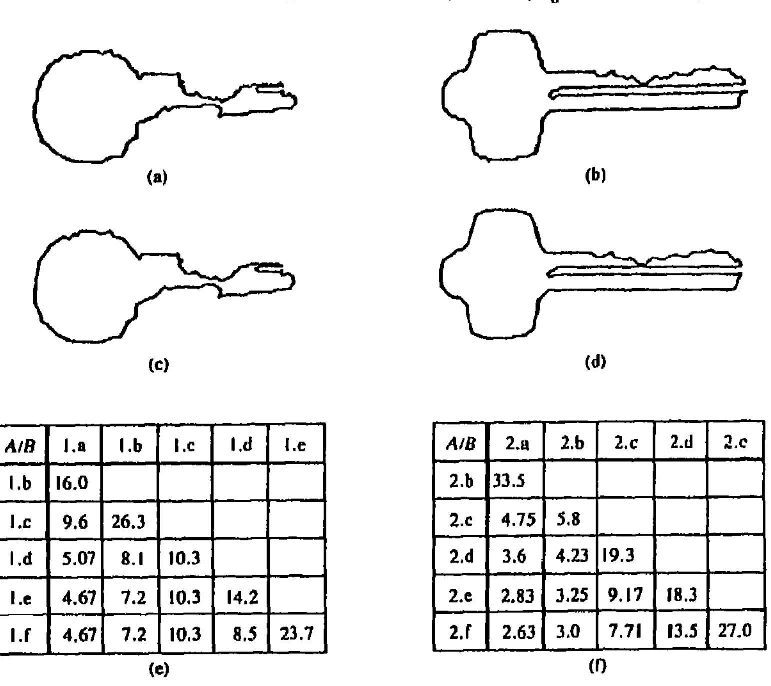
$$\begin{aligned} R &= A/B \\ &= A/[\max(|C_1|, |C_2|) - A]. \end{aligned} \qquad (6-4.8)$$

بناءاً على الملاحظة المتعلقة بـ B و المذكورة أعلاه، فان R تكون لانهائية عند المطابقة التامة وصفراً عندما لايتطابق أي رمز من الرموز في C_1 و C_2 (أي، A=0 في هذه الحالة). و نظراً لأن المطابقة تجرى على أساس عنصر - فعنصر، فان نقطة البداية على كل حدود مهمة عند انشاء تمثيل صف الرموز string representation. و بشكل بديل، نستطيع أن نبدأ عند نقاط اختيارية على كل من الحدود، ونزيح أحد الصفين (بالتغليف) ونحسب ا لمعادلة (4.8-6) من أجل كل ازاحة. ان عدد الازاحات اللازمة لاجراء المقارنات الضرورية هو max (C1, C2) .

مثال: يبين الشكلان 27.8(a) و (b) عينة حدود لكل صنف من صنفين من الأجسام. لقد تم تقريب الحدود بمواءمة بالتضليع polygonal fit (الشكلان 27.8 c و d) وبعد ذلك شكل الصفان بحساب الزاوية الداخلية بين كل ضلعين من أضلاع المضلع و

ذلك بالطواف على أضلاعه باتجاه عقارب الساعة. لقد تم ترميز الزوايا في واحد من ثمانية رموز ممكنة موافقة لزيادات بمقدار °45 ،

$$s_1{:}0 < \theta \leqslant 45°,\ s_2{:}45° < \theta \leqslant 90°,\ .\ .\ .\ ,\ s_8{:}315° \leqslant \theta \leqslant 0°$$



A/B	1.a	1.b	1.c	1.d	1.e
1.b	16.0				
1.c	9.6	26.3			
1.d	5.07	8.1	10.3		
1.e	4.67	7.2	10.3	14.2	
1.f	4.67	7.2	10.3	8.5	23.7

(e)

A/B	2.a	2.b	2.c	2.d	2.c
2.b	33.5				
2.c	4.75	5.8			
2.d	3.6	4.23	19.3		
2.e	2.83	3.25	9.17	18.3	
2.f	2.63	3.0	7.71	13.5	27.0

(f)

A/B	1.a	1.b	1.c	1.d	1.e	1.f
2.a	1.24	1.50	1.32	1.47	1.55	1.48
2.b	1.18	1.43	1.32	1.47	1.55	1.48
2.c	1.02	1.18	1.19	1.32	1.39	1.48
2.d	1.02	1.18	1.19	1.32	1.39	1.40
2.e	0.93	1.07	1.08	1.19	1.24	1.25
2.f	0.89	1.02	1.02	1.14	1.11	1.18

(g)

الشكل 27.8(a) و (b) هما عينتا حدود لصنفين مختلفين من الأجسام. و (c) و (d) هما تقريبان بالتضليع للعينتين، و (e) حتى (g) هي جدولة لـ R-A/B. (اقتبست عن Sze and Yang 1981).

ان نتائج حساب القياس R من أجل خمس عينات للجسم الأول مقابل بعضها البعض مبينة في الشكل 28.7(e) ، حيث تتبع المداخل لقيم R=A/B ، و على سبيل المثال، فان الرمز 1.c يعود الى الصف الثالث third string لجسم الصنف الأول. ويبين الشكل 27.8(f) النتائج من أجل صفوف صنف الجسم الثاني. أخيراً، فإن الشكل 27.8(g)هو جدولة لقيم R التي تم الحصول عليها بمقارنة أحد الصنفين مع الصنف الآخر. ان الشيء المهم الملاحظ هو أن جميع قيم R في الجدول الأخير أصغر بكثير من قيمة أي مدخل في الجدولين السابقين مما يشير الى أن القياس R قد حقق درجة عا لية من التمييز بين هذين الصنفين من الأجسام. فعلى سبيل المثال، اذا كان الصف 1.a غير معروف، فان أصغر قيمة في مقارنته مع الصفوف strings الأخرى للصنف الأول ستكون 4.76. خلافا لذلك، ان أكبر قيمة في مقارنته مع الصنف الثاني هي 1,24 ولذلك فإن تصنيف هذا الصف string في الصنف الأول بناءا على قيمة R سيكون مسألة بسيطة وجلية (غير غامضة).

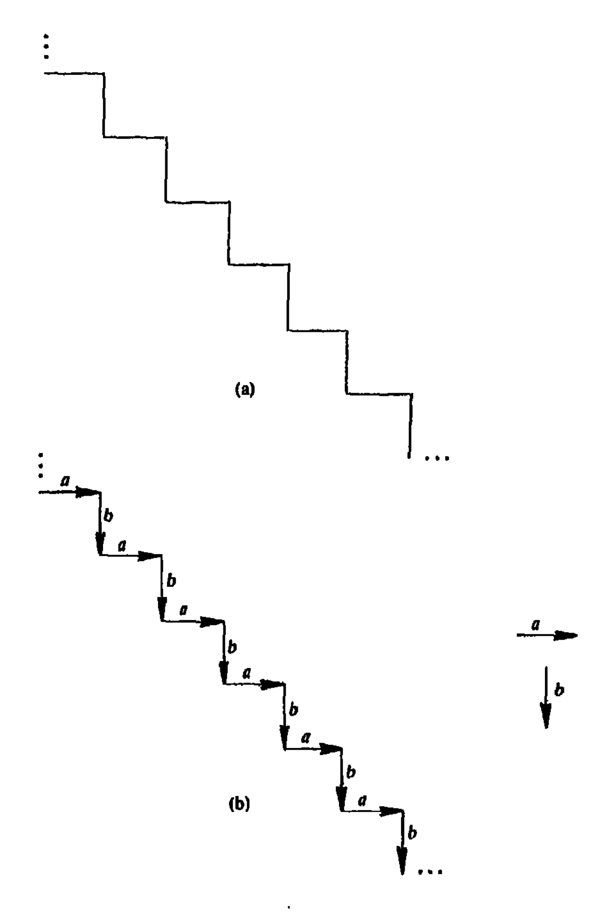
5.8 الوصف الارتباطي relational description

ان طرائق الوصف التي نوقشت في الأقسام الثلاثة السابقة تنطبق على الحدود الافرادية والمناطق موضع الاهتمام في صورة ما. ان السوية الثانية من التعقيد في عملية الوصف هي تنظيم هذه المركبات بطريقة تستغل أية ارتباطات بنيوية يمكن أن تكون موجودة بينها. و على الرغم من وجوب تطوير نظام نظري موحد يبحث في تقنيات لربط مركبات الصورة، فان فكرة استعمال تقنيات مبنية على مفاهيم قواعدية grammatical concepts تنبثق الآن كطريقة واعدة لمسألة الوصف البنيوي structural description.

كمدخل لهذا المفهوم، تأمل بنية السلم البسيطة المبينة في الشكل 28.8(a) ، و بافتراض أن هذه البنية قد حصل عليها من تجزيء صورة ما، دعنا نفترض أننا نرغب في وصفها بطريقة رسمية. بتعريف العنصرين البدائيين primitive elements المبينين a و b ، يمكن أن نرمز الشكل 28.8(a) بالطريقة المبينة في الشكل 28.8(b). ان أكثر

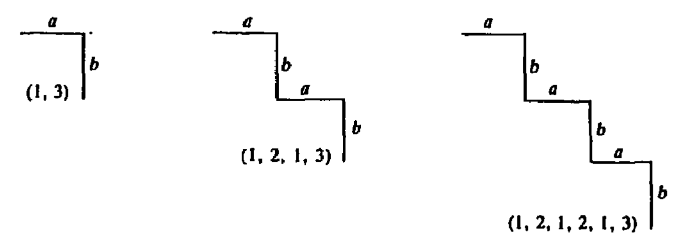
الخصائص وضوحا للبنية المرمزة هي تكرارية العنصرين a و b. لذلك فان احدى طرق الوصف البسيطة ستكون تكوين علاقة تكرارية تشمل هذين العنصرين البدائيين. ان احدى الامكانيات هي استعمال قواعد اعادة الكتابة rewriting rules التالية:

$$(1)\ S \rightarrow aA,$$
$$(2)\ A \rightarrow bS,$$
$$(3)\ A \rightarrow b,$$



الشكل 28.8(a) بنية سلم بسيطة. (b) بنية مرمزة.

حيث ان S و A متحولان و a و b ثابتان تابعان للعنصرين البدائيين المعرفين أعلاه. تدل القاعدة الأولى على أن S يمكن أن تستبدل بالعنصر الأول a و المتحول A. و هذا المتحول بدوره يمكن أن يستبدل بـ b و S أو بـ b وحده. إذا استبدلنا A بـ bS ، فان هذا يرجعنا إلى القاعدة الأولى ويمكن اعادة الاجراء. أما إذا استبدل A بـ b فإن الاجراء ينتهي لأنه لم تبق متحولات في الصيغة. يوضح الشكل 29.8 بعض عينات الاشتقاقات لهذه القواعد، حيث تمثل الأرقام الموجودة تحت البنى structures ترتيب تطبيق القواعد 1 و 2 و 3. لاحظ أن العلاقة بين a و b محفوظة بحقيقة أن هذه القواعد تجبر a على أن تكون متبوعة بـ b دائما. في المناقشة التالية يفترض أن جميع الاشتقاقات تبدأ برمز خاص S (يدعى رمز البداية). و بناءا على هذا الاصطلاح، فان العنصر الأول في البنى المولدة بالقواعد المنصوصة أعلاه هو a دائما والعنصر الأخير هو b دائما. ويمكن تغيير عنصري البداية والنهاية ببساطة بإضافة قواعد أكثر. ولكن النقطة المركزية لهذا التوضيح هي أن ثلاث قواعد إعادة كتابة يمكن أن تستعمل لتوليد (أو وصف) عدد غير محدد من البنى "المتشابهة". كما سنبين في الأقسام التالية، فان هذه الطريقة تتمتع بمزية استنادها إلى أساس نظري متين.



الشكل 29.8 عينات من الاشتقاقات باستعمال القواعد $S \rightarrow aA$ و $A \rightarrow bS$ و $A \rightarrow b$.

1.5.8 قواعد صفوف الرموز واللغات string grammars and Languages

تتألف البنية المرمزة الموضحة في الشكل 28.8 من صفوف رموز متصلة connected strings.نقدم في هذا الفصل بعض المفاهيم من نظرية اللغات الرسمية

formal language theory للتعامل مع صفوف الرموز هذه. يبحث هذا الحقل في دراسة نماذج رياضية تستعمل لتوليد وترجمة أو إجراء عمليات أخرى تتضمن صفوف رموز من لغة صنعية artificial language. يمكن أن يُرَد أصل نظرية اللغات الرسمية إلى منتصف الخمسينات مع تطوير Noam chomsky لنماذج رياضية للقواعد متعلقة بعمله في اللغات الطبيعية natural languages. ان أحد الأهداف الأصلية لباحثي اللسانيات العاملين في هذا المجال كان تطوير قواعد حسابية computational grammars قادرة على وصف اللغات الطبيعية مثل الانكليزية. لقد كان الأمل أنه إذا كان بالامكان انجاز ذلك فسيكون تعليم الحواسيب كيفية تفسير اللغات العادية لأغراض الترجمة وحل المسائل، مسألة بسيطة نسبياً. و على الرغم من أنه متفق عليه عموما أن هذه التوقعات لم تتحقق حتى الآن، فان بعض انجازات البحوث في هذا المجال كان لها أثر هام على مجالات أخرى مثل تصميم المترجم compiler design ، ولغات الحاسوب computer languages ونظرية الأوتوماتا automata theory ، وأكثر حداثة، التعرف على الأنماط pattern recognition و معالجة الصور image processing.

سنبدأ التطوير ببعض التعاريف الأساسية

الأبجدية V, alphabet هي أية مجموعة محددة من الرموز.

الجملة sentence أو صف الرموز string أو الكلمة word ضمن الأبجدية V هي أي صف من الرموز ذي طول محدد يتألف من رموز من الأبجدية. وعلى سبيل المثال، إذا كان لدينا الأبجدية التالية $V=\{0,1\}$ ، فان الجمل التالية هي جمل صحيحة $\{0,1,00,10,11,000,001,...\}$.

إن الجملة التي لاتحتوي رموزا تسمى الجملة الفارغة empty sentence ، والتي سنشير اليها بـ λ. من أجل أية أبجدية، سنستعمل V^* للاشارة إلى مجموعة جميع الجمل المركبة برموز من V ، بما في ذلك الجملة الفارغة. سيشير الرمز V^+ إلى مجموعة الجمل $V^* - \lambda$.

فعلى سبيل المثال، إذا كان لدينا الأبجدية $V=\{a,b\}$ يكون لدينا $V^*=\{\lambda, a,b,aa,..\}$ و $V^+=\{a,b,aa.....\}$. ان اللغة language هي أية مجموعة من

(ليست محدودة بالضرورة) الجمل من ضمن أبجدية ما. نعرف "قواعد صفوف الرموز الرسمي" formal string grammar ، (أو ببساطة "قواعد" grammar) بمجموعة العناصر الأربعة G=(N,Σ,P,S)

حيث ان N هي مجموعة من الرموز غير الانتهائية nonterminals (متحولات)، و Σ هي مجموعة من الرموز الانتهائية terminals (ثوابت)، و P هي مجموعة من قواعد الانتاج أو قواعد اعادة الكتابة rewriting rules و S هي رمز البداية start symbol أو رمز الجذر root symbol. يفترض أن S تتبع المجموعة N وأن N و Σ مجموعتان منفصلتان. ان الأبجدية V هي اجتماع N و Σ .

إن اللغة المولدة بواسطة G ، مشار إليها بـ L(G) ، هي مجموعة صفوف الرموز stringsالتي تحقق الشروط التالية: (1) كل صف رموز مكون من رموز انتهاء (أي أن كل صف رموز هو جملة إنهاء terminal sentence) و (2) كل صف رموز يمكن اشتقاقه من S بتطبيقات ملائمة لقواعد اعادة كتابة من المجموعة P.

سيستعمل الاصطلاح التالي عبر هذا القسم: سنشير إلى الرموز غير الانتهائية nonterminalsبالأحرف الكبيرة A, B, C ، والأحرف الصغيرة في بداية الأبجدية مثل a, b, c ستستعمل للاشارة إلى رموز الانتهاء terminals. أما صفوف الرموز من الحدود الانتهائية فسيشار إليها بالأحرف الصغيرة الواقعة في نهاية الأبجدية مثل v, w, x. أما الحدود المكونة من خليط من رموز الانتهاء والرموز غير الانتهائية فستمثل بالأحرف اليونانية الصغيرة $\alpha\beta\gamma\delta$.

تتكون المجموعة P من قواعد الانتاج من عبارات من الشكل $\alpha \rightarrow \beta$. حيث ان α هي صف رموز في V^+ و β هي صف رموز في V^*. بعبارة أخرى، يدل الرمز $\rightarrow$ على استبدال صف الرموز α بصف الرموز β. و الرمز $\underset{G}{\Rightarrow}$ سيستعمل للاشارة إلى العمليات من الشكل $\gamma\alpha\delta \underset{G}{\Rightarrow} \gamma\beta\delta$ في القواعد G. أي، $\underset{G}{\Rightarrow}$ تشير إلى استبدال α بـ β بواسطة قاعدة الانتاج $\alpha \rightarrow \beta$ و γ و δ نقيتا بدون تغيير. من المعتاد اسقاط الرمز G و ببساطة استعمال الرمز $\Rightarrow$ عندما يكون نوع القواعد المستخدم واضحاً.

مثال: لنأخذ القواعد $G=(N,\Sigma, P, S)$ حيث ان $N=\{S\}$ و $\Sigma=\{a,b\}$ و $P=\{S \longrightarrow aSb, S \longrightarrow ab\}$. إذا طبقت قاعدة الانتاج الأولى $m-1$ مرة نحصل على

$$S \Rightarrow aSb \Rightarrow aaSbb \Rightarrow a^3Sb^3 \Rightarrow \cdots a^{m-1}Sb^{m-1}.$$

ان تطبيق قاعدة الانتاج الثانية الآن يعطى

$$a^{m-1}Sb^{m-1} \Rightarrow a^m b^m.$$

يبدو أن اللغة المولدة بواسطة هذه القواعد تتألف كلية من صفوف رموز من هذا النوع، حيث يعتمد طول صف الرموز المعين على m. و يمكن أن نعبر عن L(G) بالشكل التالي $L(G) = \{a^m b^m | m \geqslant 1\}$. لاحظ أن قواعد هذا المثال البسيطة قادرة على انتاج لغة ذات عدد لامتناه من صفوف الرموز.

أنواع قواعد بنى العبارات types of phrase structure grammars

ان القواعد من الشكل الموصوف أعلاه والتي لقواعد الانتاج فيها الشكل $\alpha \longrightarrow \beta$. تسمى قواعد بنى العبارات phrase structure grammars. و من الشائع عمليا تصنيف هذه الأنواع من القواعد بناءا على نوع التقييدات الموضوعة على قواعد الانتاج.

و القواعد التي يسمح فيها بقواعد الانتاج ذات الشكل العام $\alpha \longrightarrow \beta$ (α في V^+ و β في V^*) تسمى القواعد غير المقيدة unconstrained grammars.

القواعد الحساسة للسياق context – sensitive grammars هي قواعد ذات قواعد انتاج من الشكل $\alpha_1 A \alpha_2 \longrightarrow \alpha_1 \beta \alpha_2$ ، حيث ان α_1 و α_2 موجودان في V^* ، و β موجودة في V^+ ، و A موجودة في N. تسمح هذه القواعد باستبدال الرمز غير الانتهائي A بصف الرموز β فقط عندما يظهر A في السياق $\alpha_1 A \alpha_2$ لصفي الرموز α_1 و α_2 .

القواعد غير – المتأثرة – بالسياق context – free grammars هي قواعد ذات قواعد انتاج من الشكل $A \longrightarrow \beta$ حيث توجد A في N و توجد β في V^+. و يأتي الاسم غير – متأثر – بالسياق context – free من حقيقة أن المتحول A يمكن أن يستبدل بصف رموز β بغض النظر عن السياق الذي يظهر فيه A.

وأخيراً، القواعد النظامية regular grammar هي قواعد ذات قواعد انتاج من الشكل $A \longrightarrow aB$ أو $A \longrightarrow a$ ، حيث ان A و B متحولان في N و a هو رمز انتهاء في Σ. توجد قواعد انتاج بديلة هي $A \longrightarrow Ba$ و $A \longrightarrow a$. ولكن بمجرد أن تم اختيار أحد النوعين، يجب استبعاد المجموعة الأخرى.

هذه الأنواع من القواعد تدعى أحيانا القواعد نوع 0 و 1 و 2 و 3 ، على التوالي. ومن المهم أن نلاحظ أن جميع أنواع القواعد النظامية هي قواعد غير متأثرة بالسياق context free و جميع أنواع القواعد غير – المتأثرة – بالسياق هي قواعد حساسة للسياق context sensitive ، وجميع القواعد الحساسة للسياق هي قواعد غير مقيدة unrestricted.

على الرغم من أن القواعد غير المقيدة أكثر قدرة بكثير من الأنواع الثلاثة الأخرى، فان عموميتها تسبب صعوبات خطيرة من كل من وجهتي النظر النظرية والعملية. وان هذا الأمر حقيقة أيضاً إلى حد كبير بالنسبة للقواعد الحساسة للسياق. و لهذه الأسباب فان معظم العمل الذي يبحث في استعمال المفاهيم القواعدية لوصف الصور والتعرف على الأنماط بقي مقتصرا على استخدام القواعد غير المتأثرة بالسياق والقواعد النظامية.

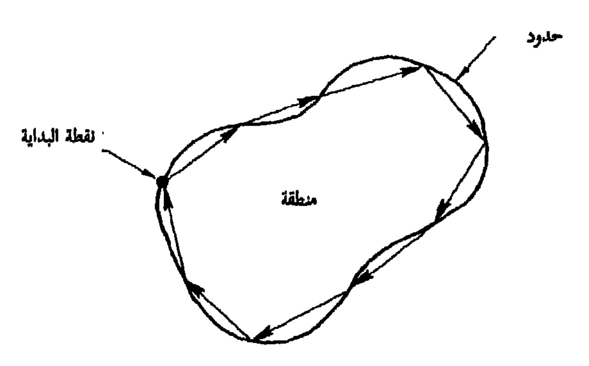
مثال: ان نوع القواعد الذي أعطي في المثال السابق هو غير متأثر بالسياق لأن قواعد الانتاج التابعة له هي من الشكل $S \longrightarrow \beta_1$ و $S \longrightarrow \beta_2$ مع كون S رمزاً غير انتهائي فريد، وكون $\beta_1 = aSb$ و $\beta_1 = ab$ صفي رموز في V^+. من المهم أن نلاحظ أن اللغة المولدة بهذا النوع من القواعد غير المتأثرة بالسياق $L(G) = \{a^m b^m \mid m \geq 1\}$ لايمكن أن تولد بقواعد نظامية. بكلمات أخرى، ان أنواع قواعد الانتاج المسموح بها ضمن

تعريف القواعد النظامية غير قادرة على توليد صفوف رموز من الشكل $a^m b^m$ فقط .
فعلى سبيل المثال، ان القواعد النظامية $G = (N,\Sigma,P,S)$. مع $N = \{S\}$ و $\Sigma = \{a,b\}$ و
$P = \{aS, S \rightarrow bS, S \rightarrow a, S \rightarrow b\}$ تستطيع توليد صفوف الرموز $a^m b^m$ ،
ولكنها قادرة أيضا على توليد أنواع أخرى من صفوف الرموز مثل a^m و b^m.

استعمال العوامل المؤثرة الموضعية use of positional operators

نظرا لأن صفوف الرموز هي بنى أحادية–البعد، فمن الضروري عند تطبيقها على وصف الصورة بناء طريقة ملائمة لاختصار العلاقات الموضعية ثنائية – الأبعاد إلى شكل أحادي البعد.

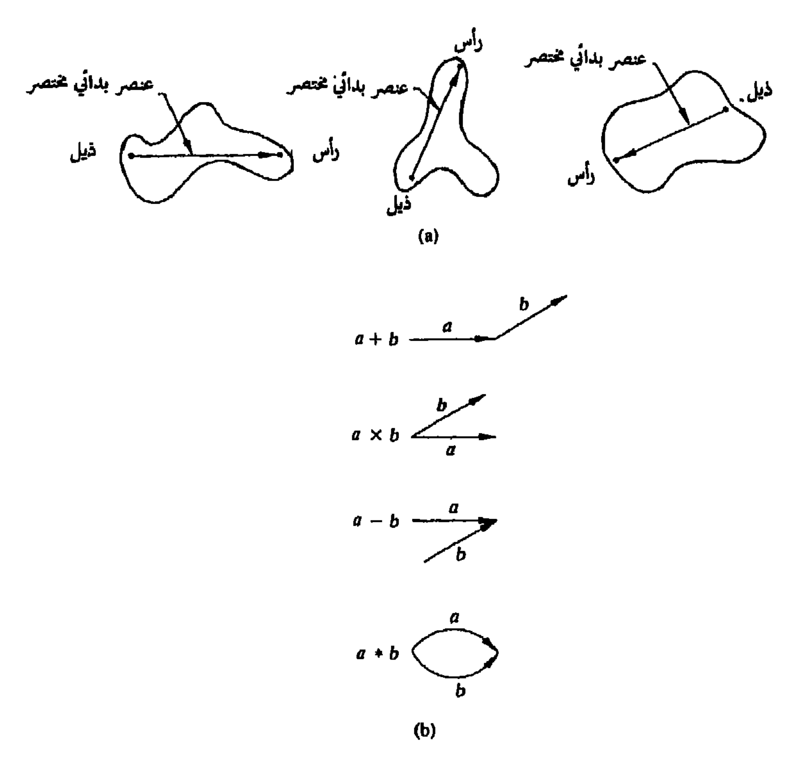
ان معظم تطبيقات قواعد صفوف الرموز على وصف الصور مبنية على فكرة استخلاص أجزاء خطوط متصلة من الأجسام موضع الاهتمام. ان احدى الطرق هي تتبع كفاف شكل ما لترميز النتيجة بأجزاء ذات اتجاهات و/أو أطوال محددة. ان هذا الاجراء موضح في الشكل 30.8.



الشكل 30.8 ترميز حدود منطقة بقطع من خطوط موجهة.

ان احدى الطرائق الأخرى، الأكثر عمومية نوعا ما، هي وصف أقسام من صورة ما (مثل مناطق صغيرة متجانسة) بأجزاء من خطوط موجهة والتي يمكن أن توصل بطرق أخرى تختلف عن وصل الرأس إلى الذيل head – to – tail connection.

ان هذه الطريقة موضحة في الشكل 31.8(a). ويبين الشكل 31.8(b) بعض العمليات النموذجية التي يمكن أن تعرَّف باستخدام أجزاء الخطوط المستخلصة.



الشكل 31.8(a) اختصار مناطق بأجزاء خطوط موجهة. (b) بعض العمليات التي تتضمن العناصر البدائية المختصرة.

ان الطريقتين اللتين وصفتا للتو، وعلى الرغم من أنهما ليستا استنفاذيتان، (تستنفذان جميع الطرائق) فانهما اجراءان نموذجيان يستعملان لاختصار المعلومات ثنائية – الأبعاد إلى شكل صف رموز. ان الأمثلة التالية يجب أن توضح هذه المفاهيم أكثر.

مثال: ان أحد التوضيحات الهامة لوصف الصور بتتبع الحدود هو القواعد التي اقترحها Ladley [1964,1965] لتوصيف characterizing الكروموسومات (جسيات خيطية تظهر في النواة عند انقسام الخلية). ان هذا النوع من القواعد يستخدم العناصر البدائية المبينة في 32.8(a) التي كشفت بتتبع حدود الكروموسومات باتجاه عقارب الساعة. ان بعض أشكال الكروموسومات الـ telecentric و الـ submedian مبينة في الشكل 32.8(b) مع تمثيل صفوف الرموز الذي تم الحصول عليها بتتبع حدود كل كروموسوم.

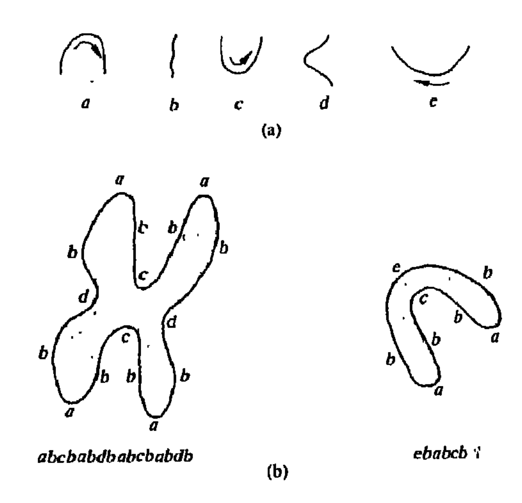
يعطى نوع القواعد كاملا بـ G=(N,Σ,P, S) ، حيث Σ={a, b, c, d ,e}

و N={S ,T, A, B, C, D, E, F} ، و

P:			
	1) $S \to C \cdot C$	7) $E \to F \cdot c$	13) $B \to B \cdot b$
	2) $T \to A \cdot C$	8) $D \to c \cdot F$	14) $B \to b$
	3) $C \to B \cdot C$	9) $A \to b \cdot A$	15) $B \to d$
	4) $C \to C \cdot B$	10) $A \to A \cdot b$	16) $F \to b \cdot F$
	5) $C \to F \cdot D$	11) $A \to e$	17) $F \to F \cdot b$
	6) $C \to E \cdot F$	12) $B \to b \cdot B$	18) $F \to a$

ان العامل المؤثر "." يستعمل لوصف اتصالية بسيطة للحدود the terms في قاعدة انتاج معينة مع تتبع الحدود باتجاه عقارب الساعة.

ان نوع القواعد المذكور أعلاه هو في الواقع خليط من نوعي قواعد لهما رمزا البداية S و T ، على التوالي. ولذا فان البدء بـ S يسمح بتوليد البنى التي تعود للـ كروموسوم submedian. و بشكل مشابه ينتج البدء بـ T البنى التي تعود إلى الـ telocentricc كروموسوم.



الشكل 32.8(a) العناصر البدائية primitives لقواعد الكروموسوم. (b) الـ submedian و الـ Telocentric كروموسوم (عن Ladely 1964).

مثال: كتوضيح ثان، دعنا نناقش ببعض التفصيل لغة وصف الصورة picture description language (PDL)التي اقترحها Show 1970 لوصف الأجسام مستعملا عوامل مؤثرة من الشكل المبين في الشكل 31.8(b).

لنأخذ قواعد لغة وصف الصورة البسيطة التالية

$$G=(N,\Sigma, P, S)$$

مع

$$N = \{S, A_1, A_2, A_3, A_4, A_5\}$$

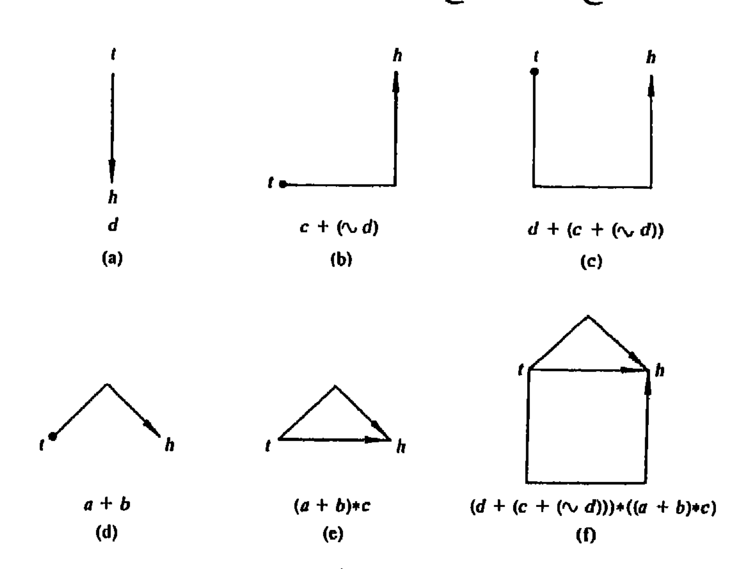
$$\Sigma = \{a\nearrow, b\searrow, c\rightarrow, d\downarrow\}$$

$$\begin{aligned} P: \quad & S \rightarrow d + A_1 \\ & A_1 \rightarrow c + A_2 \\ & A_2 \rightarrow \sim d * A_3 \\ & A_3 \rightarrow a + A_4 \\ & A_4 \rightarrow b * A_5 \\ & A_5 \rightarrow c, \end{aligned}$$

وحيث يشير الرمز (d~) إلى العنصر البدائي d مع عكس اتجاهه، و a, b, c, d هي عناصر ذات اتجاهات مبينة في المجموعة Σ.

ان تطبيق قاعدة الانتاج الأولى يعطي العنصر الأولي d متبوعا بمتحول A_1 لم يحدد بعد. و كل مانعرفه عند هذه النقطة هو أن ذيل البنية الممثلة بـ A_1 ستوصل إلى رأس d لأن هذا العنصر البدائي متبوع بالعامل المؤثر +. يتفكك المتحول A_1 إلى $C+A_2$ ، حيث لم يحدد A_2 بعد، وكذلك وبشكل مشابه يتفكك A_2 إلى $\sim d*A_3$.

ان نتائج تطبيق قواعد الانتاج الثلاثة الأولى مبينة في الأشكال 33.8(a) و (b) و (c).نحن نعرف من تعريف العامل المؤثر * أنه عندما يتفكك A_3 فانه سيوصل إلى البنية المركبة المبينة في الشكل 33.8(c) ، بطريقة رأس إلى رأس وذيل إلى ذيل. و النتيجة النهائية لتطبيق جميع قواعد الانتاج مبينة في الشكل 33.8(f).



الشكل 33.8 خطوات في بناء بنية PDL. لاحظ أن الرؤوس والذيول موجودة ببنى مركبة.

ان قواعد لغة وصف الصورة PDL الموصوفة أعلاه يمكن أن تولد بنية واحدة فقط. ولكن مدى البنى المولدة بهذه القواعد يمكن أن يمدد بادخال التكرارية

recursiveness(مقدرة متحول ما على استبدال نفسه) إلى قواعد الانتاج. فعلى سبيل المثال، افترض أننا نعرّف قواعد الانتاج التالية:

$$S \rightarrow d + A_1$$
$$A_1 \rightarrow c + A_1$$
$$A_1 \rightarrow \sim d{*}A_2$$
$$A_2 \rightarrow a + A_2$$
$$A_2 \rightarrow b{*}A_2$$
$$A_2 \rightarrow c$$

إذا ما تم تطبيق قواعد الانتاج هذه بالترتيب المبين، فستعطي الشكل 33.8(f) ولكن هذه المجموعة الجديدة من قواعد الانتاج تسمح، على سبيل المثال، بتطبيق قاعدة الانتاج الأولى متبوعة بالثالثة مهملة تماما قاعدة الانتاج الثانية. فإذا تم تطبيق قواعد الانتاج الباقية بالترتيب، سنحصل على بنية مثلث. وأكثر من ذلك، فان قواعد الانتاج هذه تسمح بتوليد عدد لامتناه من البنى و ذلك بتكرار تعويض المتحول بنفسه. ويمكن زيادة تنوع البنى المولدة بالقواعد المذكور أعلاه بجعل A_1 و A_2 تساوي S. ان هذا التعويض شيعطى المقدرة القصوى لهذه القواعد.

2.5.8 قواعد ذات أبعاد أعلى hiegher dimensional grammars

ان أنواع قواعد صفوف الرموز التي نوقشت في القسم السابق ملائمة أفضل ما يمكن من أجل التطبيقات التي يمكن التعبير فيها عن الاتصالية بطريقة رأس – إلى – ذيل، أو أية طريقة مستمرة أخرى.

ندرس في هذا القسم طريقة أعم لمسألة الوصف القواعدي بالسماح لامكانية وصف تستخدم عناصر بدائية ذات سوية أعلى. ان أنواع القواعد اللازمة للتعامل مع هذه الامكانية المضافة، وكما يمكن أن نتوقع، أكثر تعقيدا وأكثر صعوبة للتحليل على أساس رسمي formal basis. وكتوضيح لهذه المفاهيم ندرس فيما يلي تعميمين نموذجيين لقواعد صفوف الرموز.

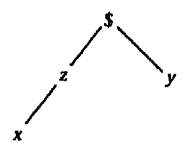
قواعد الشجرة tree grammars

ان الشجرة T هي مجموعة محدودة من عقدة أو أكثر بحيث:

(1) توجد عقدة node فريدة تسمى الجذر root ، و

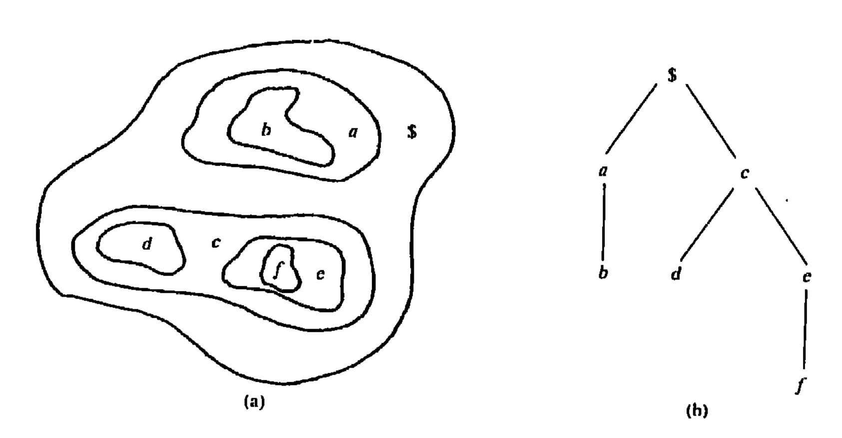
(2) تقسم العقد الباقية إلى m مجموعة منفصلة $T_1, T_2, ..., T_m$ تصبح كل عقدة منها بدورها شجرة فرعية subtree لـ T.

ان جبهة الشجرة tree frontiers هي مجموعة العقد في قاعدة الشجرة (الأوراق leaves)مأخوذة بالترتيب من اليسار إلى اليمين. فعلى سبيل المثال، للشجرة المبينة أدناه الجذر $ والجبهة *xy*.



عموما، يوجد نوعان مهمان من المعلومات في الشجرة هما بالتحديد (1) معلومات حول العقدة مخزنة كمجموعة من الكلمات تصف العقدة و (2) معلومات تربط عقدة ما إلى جيرانها المخزنة كمجموعة من المؤشرات pointers إلى هؤلاء الجيران، وكما استعملنا في وصف الصورة، فان النوع الأول من المعلومات يحدد عنصر نمط بدائي pattern primitive ، في حين أن النوع الثاني يعرف العلاقة الفيزيائية للعنصر البدائي ببقية البنى الفرعية.

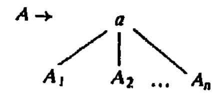
مثال: يمكن أن تمثل البنية المبينة في الشكل 34.8(a) بشجرة و ذلك باستعمال العلاقة "ضمن" inside of. لذلك، فإذا أشرنا إلى جذر الشجرة بـ $ ، نرى من الشكل 34.8(a) أن السوية الأولى من التعقيد تشمل a و c ضمن $. وهذا ماينتج فرعين منبثقين عن الجذر كما في الشكل 34.8(b). وتشمل السوية الثانية من التعقيد b ضمن a و d و e ضمن c. وأخيراً، نكمل الشجرة بالاشارة إلى أن *f* هي ضمن e.



الشكل 34.8(a) منطقة مركبة بسيطة. (b) التمثيل الشجري الذي تم الحصول عليه باستعمال العلاقة "ضمن" inside of.

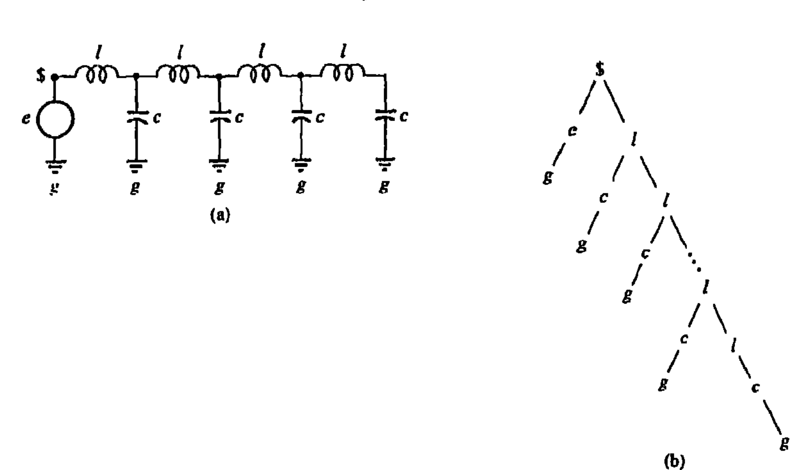
تعرف قواعد الشجرة tree grammar بالعناصر الخمسة G=(N ,Σ ,P, r, S) حيث ان N و Σ هما، كما في السابق، مجموعتان من الرموز غير الانتهائية nonterminals و الرموز الانتهائية، على التوالي. S هي رمز البداية الذي يمكن أن يكون، بشكل عام، شجرة. و P هي مجموعة من قواعد الانتاج من الشكل $\Psi \rightarrow \Omega$ ، حيث Ω و Ψ هما شجرتان و r هي دالة ترتيب ranking function تشير إلى عدد النوازل descendants المباشرة لعقدة تكون مرقومة Labeled برمز انتهاء terminal في القواعد.

ان شكل قاعدة الانتاج $\Psi \longrightarrow \Omega$ مماثل لتلك التي أعطيت من أجل قواعد صفوف الرموز غير المقيدة unconstrained string grammar و بهذا الشكل تكون عادة عامة جداً بحيث لاتصلح لاستعمال عملي كبير. إن أحد أنواع قواعد الانتاج الذي لاقى قبولاً واسعاً في دراسة نظم الشجرة tree systems هو نوع تمددي expansive يأخذ الشكل التالي:



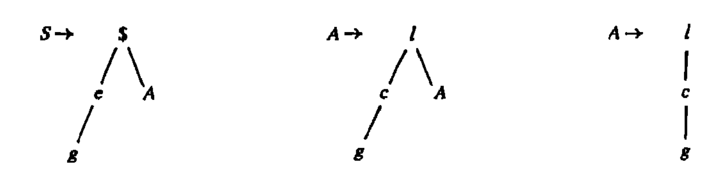
حيث ان $A, A_1, A_2, ..., A_n$ هي رموز غير انتهائية و a هو رمز انتهاء. إن نوع قواعد الشجرة الذي له قواعد انتاج من هذا الشكل فقط يدعى قواعد الشجرة التمددي expansive tree grammar.

مثال: كتوضيح لقواعد الشجرة، تأمل بنية الدارة المبينة في الشكل 35.8(a). لقد تم الحصول على تمثيل الشجرة المبين في الشكل 35.8(b) بتعريف الجذر في العقدة الموجودة في أقصى اليسار واستعمال العلاقة، "موصول إلى connected to".



الشكل 35.8 تمثيل شجري لشكل متصل.

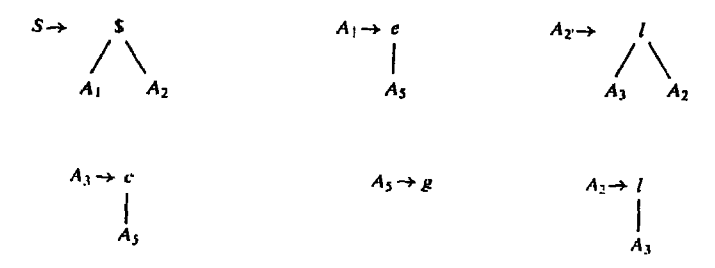
إن نوع قواعد الشجرة الذي يولد شجرات من هذا النوع فقط يعطى بـ
$G = (N, \Sigma, P, r, S)$ حيث $N=\{S,A\}$ و $\Sigma = \{e, g, l, c, \$\}$ و P هي قواعد الانتاج التالية:



ان دوال الترتيب ranking functions في هذه الحالة هي r(e)=1 و r(g)=0 و r(L) ، r(L) ={2,1} و r(c)=1 و r($)=2. لاحظ أن ثلاث قواعد انتاج بسيطة فقط تستطيع توليد عدد لانهائي من البنى بواسطة التكرارية المعرفة في A.

ان نوع قواعد الشجرة التمددي الذي يولد نفس البنى يعطى بما يلي

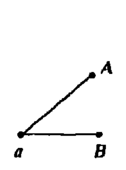
G=(N,Σ ,P, r, S) حيث $N= \{S, A_1, A_2, A_3, A_4, A_5\}$ و $\Sigma = \{e, g, l, c, \$\}$ و المجموعة P تتكون من قواعد الانتاج التالية:

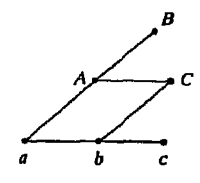


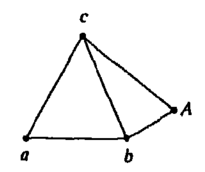
ان دوال الترتيب هي r(e)=1 و r(g)=0 و $r(l)$={2,1} و r(c)=1 و r($)=2.

قواعد "ويب" Webb grammars

كما هو موضح في الشكل 36.8 ، فان أشكال ويب هي بنى رسوم بيانية غير موجهـة وعقدها مرقومة labeled. فعندما تستعمل من أجل وصف الصور، تسمح أشكال ويب بتمثيلات بسوية أكثر اختصارا من تلك المقدمة بصيغ صفوف الرموز أو الشجرة.







الشكل 36.8 بعض أشكال ويب البسيطة .

في قواعد صفوف الرموز التقليدية ذات بنى العبارات، تستعمل قواعد اعادة كتابة من الشكل $\alpha \longrightarrow \beta$ لاستبدال صف رموز بصف آخر. ان قاعدة من هذا النوع تتحدد بتحديد صفي الرموز α و β. إن أي صف رموز $\gamma\alpha\delta$ يحتوي α كصف رموز فرعي يمكن أن تعاد كتابته حالا كما يلي $\gamma\beta\delta$. و بشكل مشابه، فان قواعد الانتاج لقواعد الشجرة التمددي expansive tree grammar تفسر بدون صعوبة ولكن تعريف قواعد إعادة الكتابة التي تتضمن أشكال ويب هي أكثر تعقيداً بكثير. ولذا، فإذا أردنا استبدال شكل ويب فرعي subWebb. من الويب W بويب فرعي β ، فإنه من الضروري أن نحدد كيف سندمج β في ω في مكان α . كما سيظهر أدناه، يمكن أن يتم ذلك باستعمال قواعد ادخال embedding rules. ولكن هناك نقطة مهمة وهي أن تعريف قاعدة إدخال ما يجب ألا يعتمد على الويب الأساسي "host Web" لأننا نريد أن نكون قادرين على استبدال α بـ β في أي ويب يحتوي على α كويب فرعي.

لتكن V مجموعة ترقيمات labels و N_α و N_β مجموعتي عقد لشكلي ويب α و β، على التوالي. بنـاءا على المفاهيم المذكورة أعلاه نعرف قواعد اعادة كتابة Webb بالثلاثي (α, β, ϕ) حيث ان ϕ هي الدالة $N_\beta \times N_\alpha$* في 2^V (مجموعة المجموعات الفرعية من الترقيمات). تحدد هذه الدالة ادخال β في مكان α ، أي أنها تحدد كيفية وصل عقد β إلى جيران كل عقدة من الويب الفرعي المزال α . ونظراً لأن ϕ هي دالة من أزواج مرتبة $N \times N_\alpha$ ، فإن متغيرها argument هو من الشكل (m,n) من أجل n في N_β ، و m في N_α. تحدد قيم ϕ(m,n) توصيـلات n المسموح بها إلى جيران m. فمثـلا، ϕ(B,A) = {C,D} تعني صل العقدة B (في β) إلى جيران A (في α) والمرقومة اما بـ C أو بـ D. سنهمل توصيف الادخال embedding specification وبدلا من ذلك نستعمل المصطلح " normal " للاشارة إلى الحالات التي لايوجد فيها غموض في قواعد اعادة الكتابة.

يعرف نوع قواعد ويب Webb بالعناصر الأربعة G=(N, Σ, P, S) ، حيث ان N هي المفردات غير الانتهائية و Σ هي مفردات الانتهاء و P هي مجموعة قواعد ويب

* يستعمل الرمز $\times$ في هذا السياق للإشارة إلى الجداء الديكارتي لـ N_β و N_α (أي، مجموعة الأزواج المرتبة (n,m) بحيث تكون n عنصراً من N_β و m عنصراً من N_α).

للانتاج و S هو رمز البداية. و كالمعتاد، S موجودة في N و المفردات هي اجتماع N و Σ.

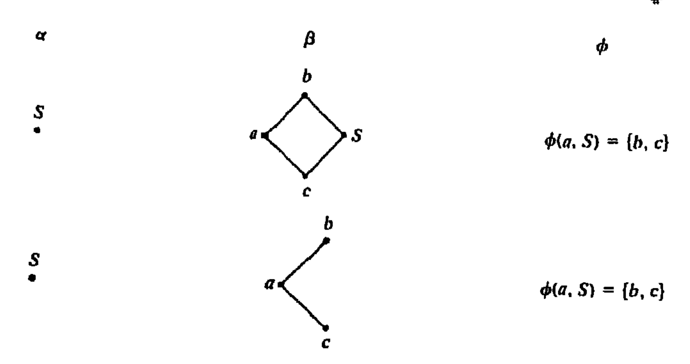
مثال : لنأخذ قواعد ويب التالية G=(N, Σ, P, S) ، حيث

$$N = \{S\}$$

و

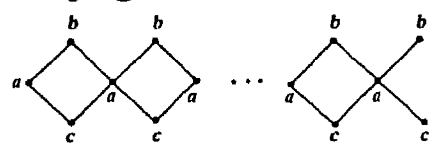
$$\Sigma = \{a, b, c\}$$

و P هي مجموعة الثلاثيات التالية:



ان الادخال embedding المحدد بـ ϕ يشير إلى أن α ($\alpha = S$ في هذه الحالة) يمكن اعادة كتابتها كـ β بوصل عقدة β ، a إلى جاري S المرقومين b و c. لاحظ أن القاعدة لاتطبق في هذه الحالة على التنفيذ الأول لقاعدة انتاج لأن التوليد يبدأ بنقطة ويب مفردة ليس لها جيران. في حالات كهذه، سيكون مفهوما ضمنا أن ϕ تساوي الصفر Null من أجل التطبيق الأول لقاعدة الانتاج، وأن قاعدة الادخال تصف الاستبدالات خلال مجرى الاشتقاق الذي يدخل فيه ويب فرعي ستعاد كتابته في ويب أكبر host Webb.

يمكن التأكد بسهولة أن قواعد ويب من هذا النوع تنتج بنى من الشكل التالي:



ان التعريف المذكور أعلاه لقواعد ويب مماثل لذاك التابع لنوع قواعد صفوف الرموز غير المقيد، و يعتبر حقا، عريضا أكثر من اللازم ليكون موضع استعمالات عملية كثيرة. لكن وكما هي الحال في قواعد صفوف الرموز، من الممكن تعريف أنواع مقيدة من قواعد ويب بالحد من عمومية قواعد الانتاج.

سنسمي قاعدة اعادة كتابة ويب (α, β, ϕ) حساسة للسياق context sensitive إذا كان يوجد نقطة غير انتهائية A لـ α بحيث أن $(\alpha - A)$ هي ويب فرعي β.في هذه الحالة، تعيد القاعدة كتابة نقطة واحدة من α ، بغض النظر عن مدى تعقيد α.إذا كانت α تحتوي نقطة وحيدة سنسمي (α, β, ϕ) قاعدة غير متأثرة بالسياق context free rule. لاحظ أن هذه هي حالة خاصة من القاعدة الحساسة للسياق لأن $(\alpha - A)$ تكون فارغة عندما تحتوي α نقطة وحيدة. بتمثيل صفوف الرموز على شكل ويبات (مثلا صف الرموز ...aAbc يمكن أن يعبر عنه كـ $(\underset{\cdot}{a} \rightarrow \underset{\cdot}{A} \rightarrow \underset{\cdot}{b} \rightarrow \underset{\cdot}{c} \rightarrow \ldots)$ يمكن أن يبين ببساطة أن قواعد اعادة الكتابة المذكورة أعلاه مماثلة لقواعد الانتاج الحساسة للسياق و تلك غير المتأثرة بالسياق، كما تم تعريفها في القسم 1.5.8.

إذا تكونت مفردات قواعد ويب ما من رمز وحيد فسيكون لكل نقطة من كل ويب مولدة بهذا النوع من القواعد نفس الترقيم labeling. في هذه الحالة، نستطيع اغفال الترقيات ونحدد أشكال ويب بالرسوم البيانية التابعة لها. يشار عادة إلى هذا النوع الخاص من قواعد ويب بقواعد الرسم البياني graph grammar.

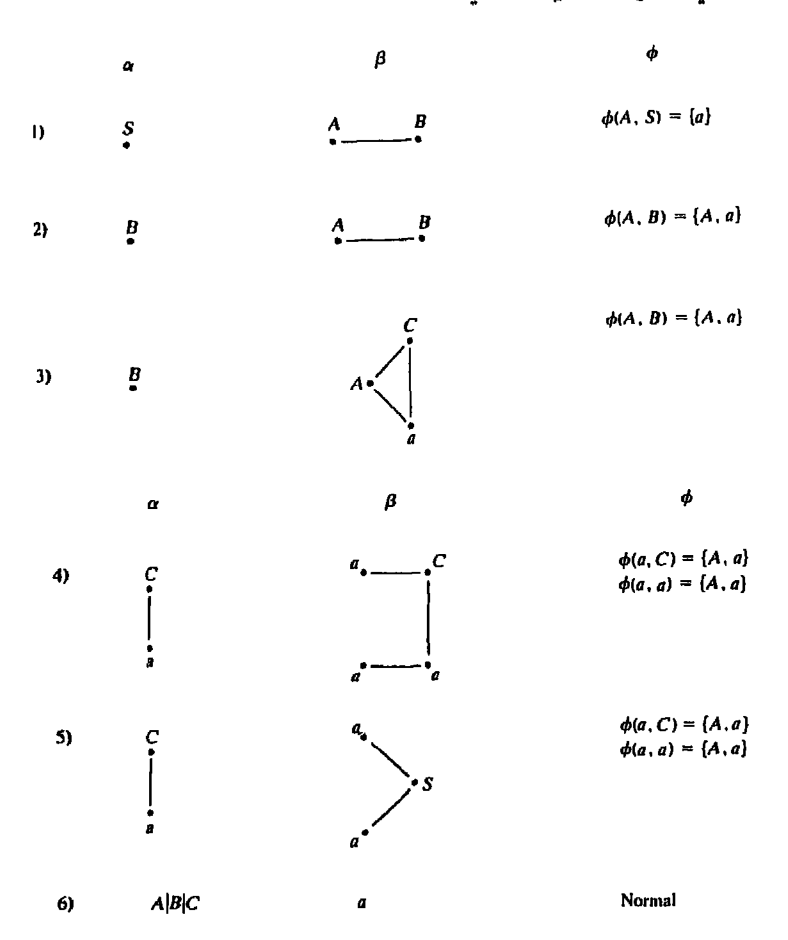
مثال: لنأخذ قواعد الرسم البياني التالي الحساس للسياق

$G = (N, \Sigma, P, S)$

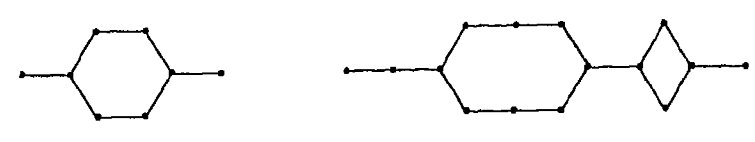
حيث $N = \{A, B, C, S\}$

و $\Sigma = \{a\}$

و P هي مجموعة الثلاثيات التالية



يولد هذا النوع من القواعد بنى رسوم بيانية مؤلفة من عدد اختياري من المقاطع التسلسلية والتفرعية. وتكون الأجزاء التفرعية parallel مفصولة بعنصر تسلسلي واحد على الأقل. و تبدأ وتنتهي جميع البنى بعنصر واحد من هذا النوع على الأقل. فيما يلي ندرج اشتقاقين بسيطين ممكنين:



و كما في المثال السابق، فان حد النهاية الوحيد a قد أغفل من الأنماط النهائية.

مثال: ان نوع قواعد ويب التالي $G=(N, \Sigma, P, S)$ الحساس للسياق يولد بعض الأشكال الهندسية البسيطة

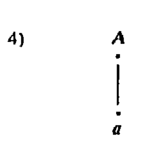
حيث

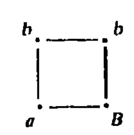
$$N = \{S,A,B\}$$

$$\Sigma = \{a, b, c\}$$

و P هي مجموعة الثلاثيات التالية.

	α	β	ϕ
1)	S	A a	Normal
2)	A a	b A a a	$\phi(b, A) = \{b, a\}$ $\phi(a, a) =$ Normal
3)	b A	b A b a	$\phi(a, A) = \{b, a\}$ $\phi(b, b) =$ Normal

4) 



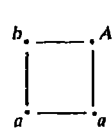
$\phi(b, A) = \{b, a\}$
$\phi(a, a) =$ Normal

5) a —— B

a —— b | | a —— B

$\phi(b, B) = \{b, a\}$
$\phi(a, a) =$ Normal

6) b | B

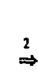
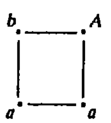


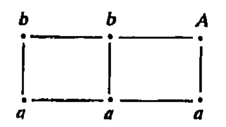
$\phi(a, B) = \{b, a\}$
$\phi(b, b) =$ Normal

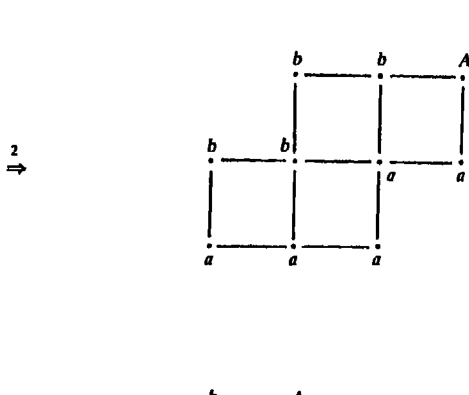
7) A b Normal

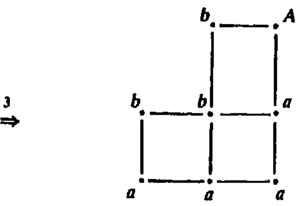
8) B a Normal

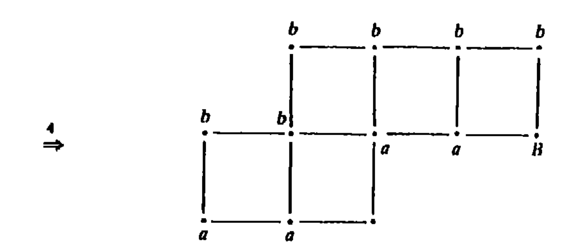
وكمثال، ادرس الاشتقاق التالي:

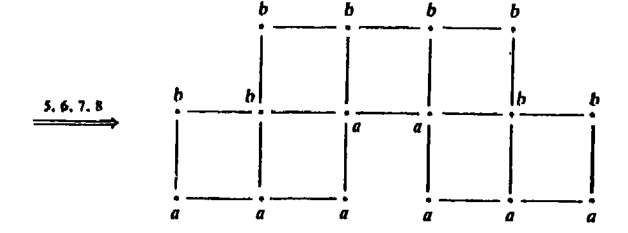
S $\overset{1}{\Rightarrow}$   

$\overset{2}{\Rightarrow}$ 


2
b b A
b b a a
a a a


3
b A
b b a
a a a


4
b b b b
b b a a B
a a


5, 6, 7, 8
b b b b
b b a a b b
a a a a a a

لاحظ أن الحافة العليا للبنية مرقومة بـ bs والحافة السفلى بـ as. ان جميع البنى المولدة بهذا النوع من القواعد تتشارك في هذه الخاصة: تتألف من مجموعة البنى الهندسية التي يمكن أن ترسم بتصفيف مربعات إلى اليمين أو إلى الأعلى أو إلى الأسفل من المربع المرسوم مسبقا. ولاحظ أيضا أن الانتقال إلى الأعلى أو إلى الأسفل يمكن أن يتم من المربع المرسوم إلى اليمين فقط.

6.8 ملاحظات ختامية

ان تمثيل و وصف الأجسام أوالمناطق التي قد جزئت من صورة ما هما خطوتان أوليتان (مبكرتان) في عملية تحليل – الصور الآلية automated picture analysis في معظم النظم. و كما أشرنا في مدى تقنيات الوصف التي غطيت في هذا الفصل، فان اختيار طريقة وصف بدلاً من طريقة أخرى تمليه المسألة موضع البحث. ان الهدف هو اختيار الواصفات التي تحمل فروق أساسية بين الأجسام، أو أصناف الأجسام، في حين تحتفظ قدر الامكان بالاستقلالية عن التغيرات في عوامل مثل الموضع والقياس والتوجيه. و على الرغم من أننا اختتمنا معالجتنا لموضوع معالجة الصورة الرقمية بالتمثيل والوصف، يجب ألا يغيب عن ذهن القارىء، وكما أشرنا أعلاه، أن هذه العمليات هي عمليات أولية في تحليل المناظر الآلي. ان طرائق القيام بهذا النوع من التحليل تقع خارج نطاق هذا الكتاب اذ أن هناك كتب كرست لمواد هذا الموضوع. وكمقدمة لهذا المجال، نوجه القارىء إلى الكتب التمثيلية representative مثل Duda and Hart 1973 و Tou and Gonzalez 1974 و Gonzalez and Thomason 1978 و Ballard and Brown 1982 و Fu 1982 و Horn 1986 و Fu, Gonzalez and Lee 1987.

المراجع

ان تمثيل سلسلة الرموز التي تمت مناقشته في القسم 1.1.8 كان قد اقترح لأول مرة من قبل Freeman [1961,1974]. و يمكن ايجاد قراءة اضافية حول التقريب بالتضليع في مقالة Sklansky et al. 1972 و في كتاب Pavlidis 1977. ان مراجع مناقشتنا للتواقيع هي Ambler et al. 1975 و Nahim 1974 و Ballard and Brown 1982. ان خوارزمية التنحيف التي نوقشت في القسم 5.1.8 هي من Zhang and Suen 1984. ويمكن ايجاد بعض التعليقات الاضافية المفيدة حول خصائص تنفيذ هذه الخوارزمية في مقالة لـ Lu and Wang 1986.

و من أجل قراءة اضافية حول المادة الواردة في القسم 1.2.8 انظر Rosenfeld and Kack 1982. ان المناقشة حول أرقام الأشكال مبنية على عمل Bribiesca and Guzman 1980 و Bribiesca 1986. لقد تمت المشاركة بالمادة الواردة في القسم 3.2.8 من قبل (T. Wallace Electrical Engineering Department, Purdue University). انظر أيضا مقالات Brill 1968 و Zhan and Roskies 1972 و Persoon and Fu 1977. ان المادة الواردة في القسم 4.2.8 مبنية على نظرية الاحتمالات الأولية.

يمكن ايجاد تفاصيل اضافية حول المادة الواردة في القسمين 1.3.8 و 2.3.8 في Duda and Hart 1973 و Ballard and Brown 1982. لقد لقيت واصفات التركيب عناية كبيرة في السنوات القليلة الأخيرة. حول التركيب البنيوي، انظر Haralick et al. 1973 و Bajcsy and Lieberman 1976 و Haralick 1979 و Cross and Jain 1983. و حول التركيب البنيوي انظر Lu and Fu 1978 و Tomita et al. 1982. ان مناقشتنا للتقنيات الطيفية من أجل التحليل التركيبي مبنية على المقالة القديمة لـ Bajcsy 1973. أما طريقة العزوم غير المتغيرة الواردة في القسم 4.3.8 فهي لـ Hu 1962. ويمكن ايجاد قراءة اضافية حول هذا الموضوع في Bell 1965 و Wong and Hall 1978.

ان المادة الواردة في القسم 1.4.8 مبنية على مناقشة مشابهة لـ Tou and Gonzalez 1974. و من أجل تفاصيل اضافية حول الترابط انظر Horowitz 1957 و

Harris 1964 و Anuta 1969 و Pratt 1974 و Rosenfeld and Kack 1982. ان طريقة مطابقة الحدود الواردة في القسم 4.3.8 هي من Sze and Yang 1981. و يمكن ايجاد تفاصيل اضافية حول مواد القسم 5.8 في كتب Gonzalez and Thomason 1978 و Fu 1982.

مسائل

1.8 a) بين أن اعادة تعريف نقطة البداية لسلسلة الرموز بحيث يكون تتابع الأرقام الناتجة عدداً صحيحاً بمقدار أصغري يجعل الترميز مستقلاً عن الموضع الذي يبدأ فيه على الحدود.

b) أوجد نقطة البداية المقيّسة للترميز 11076765543322.

2.8 a) بين أن الفرق الأول لسلسلة الرموز يقيسها بالنسبة للدوران كما هو مشروح في القسم 1.1.8.

b) احسب الفرق الأول للترميز 0101030303323232212111.

3.8 a) بين أن طريقة التقريب بالحزام المطاطي rubber-band المناقش في القسم 2.1.8ينتج مضلعا بمحيط أصغري.

b) بيّن أنه إذا كانت كل خلية تتبع لعنصر صورة واحد على الحدود، فإن الخطأ الأعظمي الممكن في تلك الخلية يكون d حيث ان d هي مسافة الشبكة بين العناصر.

4.8 a) ناقش الأثر على المضلع الناتج إذا جعلت عتبة الخطأ صفراً في طريقة الدمج mergingالواردة في القسم 2.1.8.

b) ماذا سيكون الأثر على طريقة الشطر spletting ؟

5.8 a) ارسم توقيع حدود مربعة مستعملة طريقة زاوية المماس المناقشة في القسم 3.1.8.

b) أعد الطلب من أجل دالة كثافة الميل. افترض أن المربع متطابق مع المحورين الاحداثيين x و y. واجعل المحور x الخط المرجعي. ابدأ عند الزاوية الأقرب إلى المبدأ.

6.8 أوجد المحور المتو سط لـ (a) دائرة و (b) مربع و (c) مثلث متساوي الساقين.

7.8 **a)** من أجل كل شكـل من الأشكـال المبنية أدناه، ناقش العمل الذي تجريه خوارزمية التنحيف الواردة في القسم 5.1.8 في الخطوة الأولى عند النقطة p. (b) أعد نفس الشيء من أجل الخطوة الثانية. افترض أن p=1 في جميع الحالات.

1	1	0
0	p	1
0	0	0

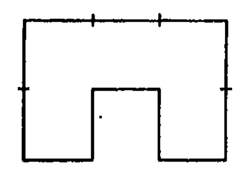
0	1	0
1	p	1
0	1	0

0	0	0
1	p	0
0	0	0

1	1	0
1	p	0
1	1	0

8.8 **a)** ماهو ترتيب رقم الشكل للشكل المبين أدناه ؟

b) أوجد رقم الشكل.



9.8 ان الاجراء المناقش في القسم 3.2.8 لا ستعمال واصفات فورييه يتكون من التعبير عن احداثيـات الكفاف بأرقام عقدية وأخذ DFT لهذه الأرقام والابقاء على مركبـات قليـلة فقط من الـ DFT كواصفات لشكل الحدود. بعدئذ، يكون تحويل فورييـه المتقطع DFT العكسـي تقريبـا للكفاف الأصلي. ماهو صنف أشكال الكفافات الذي سيكون له DFT يتألف من أرقام حقيقية، وكيف يجب أن يضبط نظـام الاحداثيـات في الشكـل 14.8 للحصـول على هذه الأرقام الحقيقية.

10.8 أعط أقل عدد من واصفات العزوم اللازمة للتفريق بين تواقيع الأشكال المبنية في الشكل 5.8.

11.8 أوجد رقم أولر للمحارف 0,1,8,9 و X.

12.8 يرغب في تصميم نظام معالجة صورة لكشف العيوب imperfections في داخل شرائح بلاستيكية صلبة معينة. يتم فحص الشرائح بواسطة جهاز تصوير بأشعة X ذي قدرة ضعيفة ويعطي صورا ذات ميز قدره 512×512 وبثمانية بتات للعنصر byte. في حال غياب العيوب، تظهر الصور رقيقة bland ذات سوية رمادية وسطية قدرها 100 بتفاوت ضجيج قدره 400. تظهر العيوب بشكل مناطق تشبه الفقاعات يكون فيها للعناصر انحراف في الشدة قدره 50 سوية رمادية أو أكثر حول وسطي قدره 100. تعتبر الشريحة معابة defective إذا كانت هذه المناطق تشغل مساحة تتجاوز 20×20 عنصراً. اقترح طريقة لحل هذه المسألة باستخدام تحليل التركيب .

13.8 أوجد السوية الرمادية لمصفوفة الحدوث المتزامن (في آن واحد) grey – level co – occurrence matrix لصورة أبعادها 5×5 مكونة من رقع شطرنج مؤلفة من 0 و 1 متناوبة. إذا كان (a) عامل الموضع المؤثر P معرف بـ "عنصر واحد إلى اليمين" ، و (b) بعنصرين إلى اليمين. افترض أن قيمة العنصر الأعلى الأيسر صفر.

14.8 ليكن لدينا صورة رقع شطرنج مكونة من مربعات بيضاء و سوداء متناوبة قياس كل منها $m \times m$. أعط عامل موضع ينتج مصفوفة حدوث متزامن قطرية.

15.8 ان استعمال دالة من الشكل $d_k(\mathbf{x}) = \mathbf{x}'\mathbf{x}_k - \frac{1}{2}\mathbf{x}_k'\mathbf{x}_k$ هو بديل للمعادلة (2.4.8). بعدئذ، نقبول ان x أكثر شبهها بـ $\mathbf{x}_i$ إذا كان $d_i(\mathbf{x}) > d_j(\mathbf{x}), j = 1, 2, \ldots, L, j \neq i$ بين أن اتخاذ القرارات بهذه الطريقة مكافىء لتنفيذ المعادلة (2.8 – 4).

16.8 بين أن معامل الترابط المعطى بالمعادلة (4.8 – 4) ذو قيم في المدى [1,1 –] (تلميح: عبر عن r(m,n) بصيغة اتجاهية).

17.8 بين أن $B = \max(|C_1|, |C_2|) - A$ في المعادلة (4.8 – 5) يكون صفرا إذا وإذا فقط كان C_1 و C_2 صفي رموز متماثلين.

18.8 أعطِ قواعد شجرة تمددي لتوليد صور تتكون من واحدات 1 و أصفار 0 متناوبة في كل من الحيز و الاتجاهات. (أي، نمط رقعة الشطرنج). افترض أن العنصر الأيسر الأعلى 1 ، وأن جميع الصور تنتهي بـ "1" العنصر الأيسر الأسفل.

الملحق A

برامج فرعية لاظهار الصورة

يحتوي هذا الملحق برنامجي فورتران فرعيين لاظهار معطيات صورة بقياس 64×64 على ورقة واحدة من ورق طابعة خط عادية. وكما هو مناقش في الملحق B ، فان الصور المضمنة في ذلك الملحق مرمزة بالمحارف 0 حتى 9 و A حتى V لتمثيل 32 سوية رمادية. وبمجرد أن قرئت هذه الأحرف في مصفوفة مشاراً إليها بـ AR ، يجب أن تحول إلى مصفوفة صحيحة integer array مسماة IA والتي تتراوح قيمها من 0 إلى 31. يتم الحصول على هذا التحويل بواسطة برنامج فرعي subroutine مدون أدناه. لاحظ أن المعلمة الوحيدة الممررة إلى هذا البرنامج الفرعي هي مصفوفة الأحرف AR ، التي تصرح كـ CHARACTER في البرنامج المستدعي. ان خرج هذا البرنامج الفرعي هو مصفوفة صحيحة IA التي توجد كـ INTEGER * 2 COMMON IA 64×64 و في جميع البرامج.

```
      SUBROUTINE CONVRT(AR)
C
C
C         THIS SUBROUTINE CONVERTS CHARACTER DATA RANGING FROM 0
C   TO 9 AND A TO V STORED IN ARRAY "AR" TO INTEGER DATA RANGING
C   FROM 0 TO 31, REPRESENTING THE SHADES OF GRAY  THE INTEGER
C   DATA IS STORED IN ARRAY "IA"
C
C       MAJOR VARIABLES.
C
C         IA  ---    INTEGER ARRAY CONTAINING VALUES RANGING FROM
C                    0 TO 31 REPRESENTING THE SHADES OF GRAY

C         AR  ---    CHARACTER ARRAY CONTAINING VALUES RANGING
C                    FROM 0 THROUGH 9 AND A THROUGH V WHICH
C                    CORRESPOND TO THE THIRTY-TWO GRAY LEVELS.
C
C       SUBPROGRAMS CALLED:     NONE
C
C       WRITTEN BY:
C                         NABEEL W. H. SUFI
C                     ELECTRICAL ENGINEERING DEPT.,
C                   UNIVERSITY OF TENNESSEE, KNOXVILLE
C
      COMMON IA(64,64)
      INTEGER*2 IA
      INTEGER I,J
      CHARACTER*1 AR(64,64)
C
C    LOOP THROUGH EACH ELEMENT OF 64*64 ARRAY
C
      DO 20 I=1,64
        DO 40 J= 1,64
C
C    CHECK IF THE CHARACTER IS BETWEEN 0 AND 9
C
           IF ((AR(I,J) GE.'0').AND (AR(I,J).LE.'9')) THEN
             IA(I,J)=ICHAR(AR(I,J)(AR(I,J)) -ICHAR('0')
C
C    IF CHARACTER IS NOT BETWEEN 0 AND 9 THEN
C    IT MUST BE BETWEEN A AND V BY DEFAULT
C
           ELSE
             IA(I,J)=ICHAR(AR(I,J))-ICHAR('A')+10
           ENDIF
 40      CONTINUE
 20   CONTINUE
C
      RETURN
      END
```

ان البرنامج الفرعي الذي استعمل فعليا لاظهار الصور على طابعة خط هو البرنامج DSP ، الذي يحول القيم الصحيحة في المصفوفة IA الى سويات رمادي بطباعة المحارف بشكل متكرر overstrike على طابعة خط كما هو مناقش أدناه. يستدعي البرنامج DSP كما يلي:

CALL DSP (NX, NY, LAW, IL, IH, NEG, LG)

ان المتغيرات arguments هي

NX ــ عدد صفوف IA التي يراد طباعتها.

NY ــ عدد أعمدة IA التي يراد طباعتها. ان قيمة NY العظمى هي 64.

إذا كانت NX = NY = 64 فان صفحة كاملة ستطبع.

LAW - متحول نقل translation سلم سويات رمادية.

LAW=1 : سلم خطي

LAW=2 : سلم جذر تربيعي

LAW=3 : سلم لوغاريتمي

LAW= 4 : سلم امتصاص

IL ــ أدنى سوية رمادية في IA ، تحسب بالبرنامج المستدعي.

IH ــ أعلى سوية رمادية في IA ، تحسب بالبرنامج المستدعي.

NEG ــ إذا كانت قيمتها 1 تعطي صورة عادية، وإذا كانت قيمها صفر تعطي صورة سالبة.

LG ــ رقم وحدة منطقية لطابعة الخط.

ان المحارف المستعملة في البرنامج للحصول على 32 سوية رمادية مبينة في الشكل A.1. عندما تطبع المحارف في العمود بشكل متكرر (فوق بعض) تعطي السوية الرمادية المشار اليها.

```
MMMMMMHHHHHXHXOZWMNOS=I*++=:-.-
WWWWWW###*++----       =   -    -
####OO+-
OOO
+

MMMMMMHHHHHXHXOZWMNOS=I*++=:-.-   Gray levels
```

الشكل A.1 المحارف التي تطبع فوق بعضها والمستعملة للحصول على 32 سوية.

```
      SUBROUTINE DSP(NX,NY,LAW,IL,IH,NEG,LG)
C
C     **LINE PRINTER IMAGE OUTPUT SUBROUTINE**
C
C     ADAPTED BY B. A. FITTES, ELECTRICAL ENG.
C     DEPT., UNIVERSITY OF TENNESSEE, FROM
C     A PROGRAM WRITTEN BY J. L. BLANKENSHIP,
C     INSTRUMENTATION AND CONTROLS DIV., OAK
C     RIDGE NATIONAL LABORATORY, OAK RIDGE,
C     TN.  THE OVERPRINT METHOD USED IS FROM
C     "CONSIDERATIONS FOR EFFICIENT PICTURE
C     OUTPUT VIA LINE PRINTER," BY P. HENDERSON
C     AND S. TANIMOTO, REPORT NO. 153, 1974,
C     COMPUTER SCIENCE LAB., ELEC. ENG. DEPT.,
C     PRINCETON UNIVERSITY.
      COMMON IA(64,64)
      INTEGER*2 IA
      INTEGER*2 1B(64,64),LEV(32),BLANK(5)

      LOGICAL*1 LINE(128,5),GRAY(32,5)
C     SPECIFY GRAY-LEVEL CHARACTERS
      DATA GRAY /6*'M',5*'H','X','H','X','O',
     1 'Z','W','M','N','O','S','=','I','*','+',
     2 '+','=',':','-','.','-',' ',6*'W',3*'#',
     3 '*','+','+',4*'-',5*' ','=',' ',' ','-',
     4 3*' ','-',3*' ',4*'#','O','O','+','-',
     5 24*' ','O','O','O',29*' ','+',31*' '/
      GN=32.0
      FL=IL
      FH=1H
      IF ((FH-FL).GT.0.0) GO TO 100
      T=FL
      FL=FH
      FH=T
  100 RANGE=(FH-FL+1)/GN
      AA=(SQRT(FH)-SQRT(FL))/GN
      EE=(FH-FL)/ALOG(GN+1.0)
      T=AMAX1(FL,1.0)
      SS=-(1.0/GN)*ALOG(FH/T)
C
C
C     A VECTOR LEV IS COMPUTED NEXT.  THIS
C     VECTOR IS A SET OF BREAK POINTS USED TO
C     DETERMINE THE SCALED VALUE OF IA(I,J).
C     THE MATRIX IB IS THE RESULT OF SCALING
```

```
C       IA.  IB(I,J)=K IF IA(I,J) IS LESS THAN
C       LEV(K+1) BUT GREATER THAN OR EQUAL TO
C       LEV(K).
C
        DO 160 I=1,32
        GO TO (110,120,130,140),LAW
  110   FLEV=FL+(I-1)*RANGE+0.5
        GO TO 150
  120   FLEV=(SQRT(FL)+(I-1)*AA)**2+0.5
        GO TO 150
  130   FLEV=FL+EE*ALOG(FLOAT(I))+0.5
        GO TO 150
  140   FLEV=FH*EXP(SS*(GN-I))+0.5
  150   LEV(I)=FLEV
  160   CONTINUE
        IF (NX.GT.64) NX=64
        IF (NY.GT.64) NY=64
        DO 180 I=1,NX
        DO 180 J=1,NY
        KLT=1
        DO 170 K=1,32

        IF (IA(I,J).GE.LEV(K)) KLT=K
  170   CONTINUE
        IB(I,J)=KLT
  180   CONTINUE
C
C
C       ONCE IB HAS BEEN COMPUTED, THE PICTURE CAN
C       BE PRINTED.  EACH POINT IN THE PICTURE CAN
C       CONSIST OF UP TO FIVE CHARACTERS OVERPRINTED
C       ON ONE ANOTHER.  SINCE THERE ARE 32 POSSIBLE
C       GRAY LEVELS, THERE IS A 32X5 MATRIX, GRAY,
C       THAT CONTAINS ALL OF THE COMBINATIONS. SINCE
C       EACH ELEMENT OF IB IS AN INTEGER BETWEEN
C       1 AND 32, IT CAN BE USED AS AN INDEX ON
C       GRAY TO OBTAIN THE CORRECT COMBINATION.
C       THE OUTPUT BUFFER, LINE, IS A 128X5 MATRIX.
C       EACH POINT IS OUTPUT TWICE HORIZONTALLY AND
C       ONCE VERTICALLY TO ATTEMPT TO COMPENSATE
C       FOR THE SPACING OF THE PRINTER.  HENCE, THE
C       FULL OUTPUT BUFFER REPRESENTS ONE ROW OF IB.
C       AS THE ROW IS GENERATED THERE IS A VECTOR,
C       BLANK, THAT INDICATES WHETHER OR NOT ANY
C       NON-BLANK CHARACTERS ARE PRESENT IN THE
C       BUFFER.  IF THERE ARE NOT ANY, THAT ROW IS
C       NOT PRINTED.  THIS SPEEDS UP THE PRINTING
C       PROCESS.
C
        WRITE(LG,1)
        IX=NX
        IY=2*NY
        DO 210 I=1,IX
        DO 190 J=1,5
        BLANK(J)=0
```

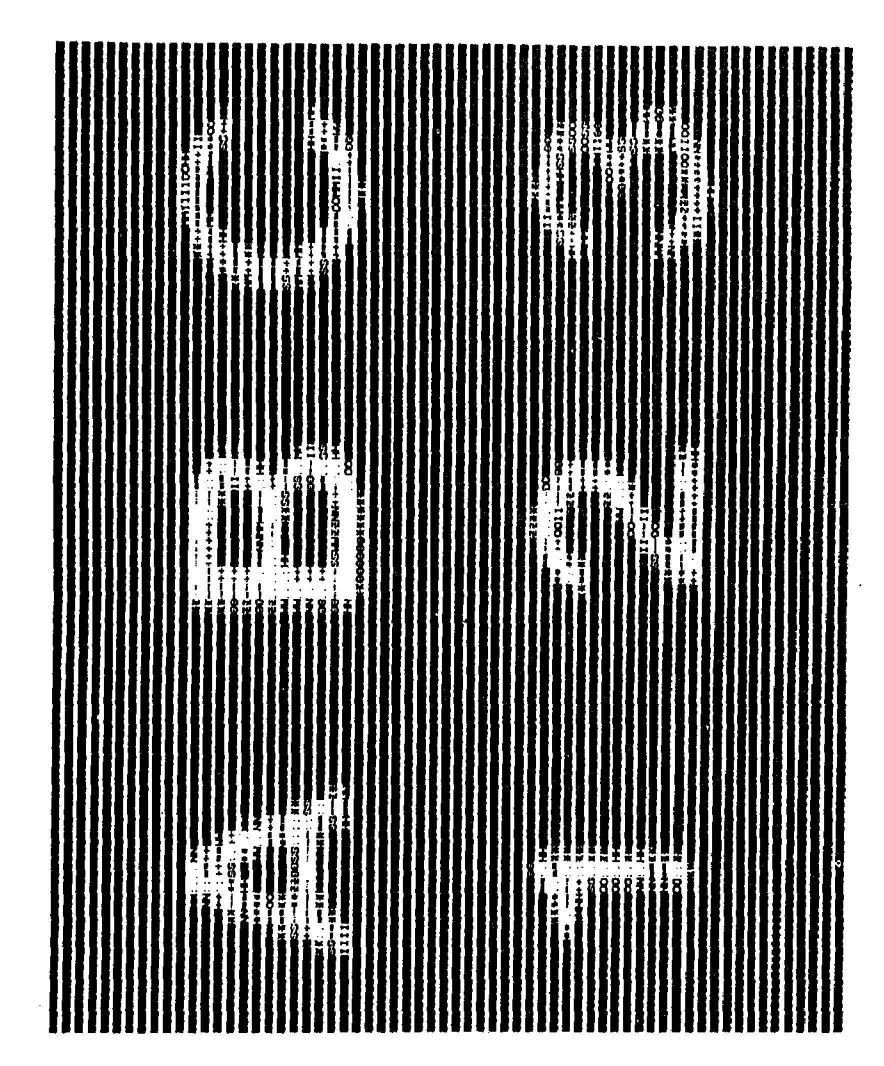
الملحق B

صـور مرمزة

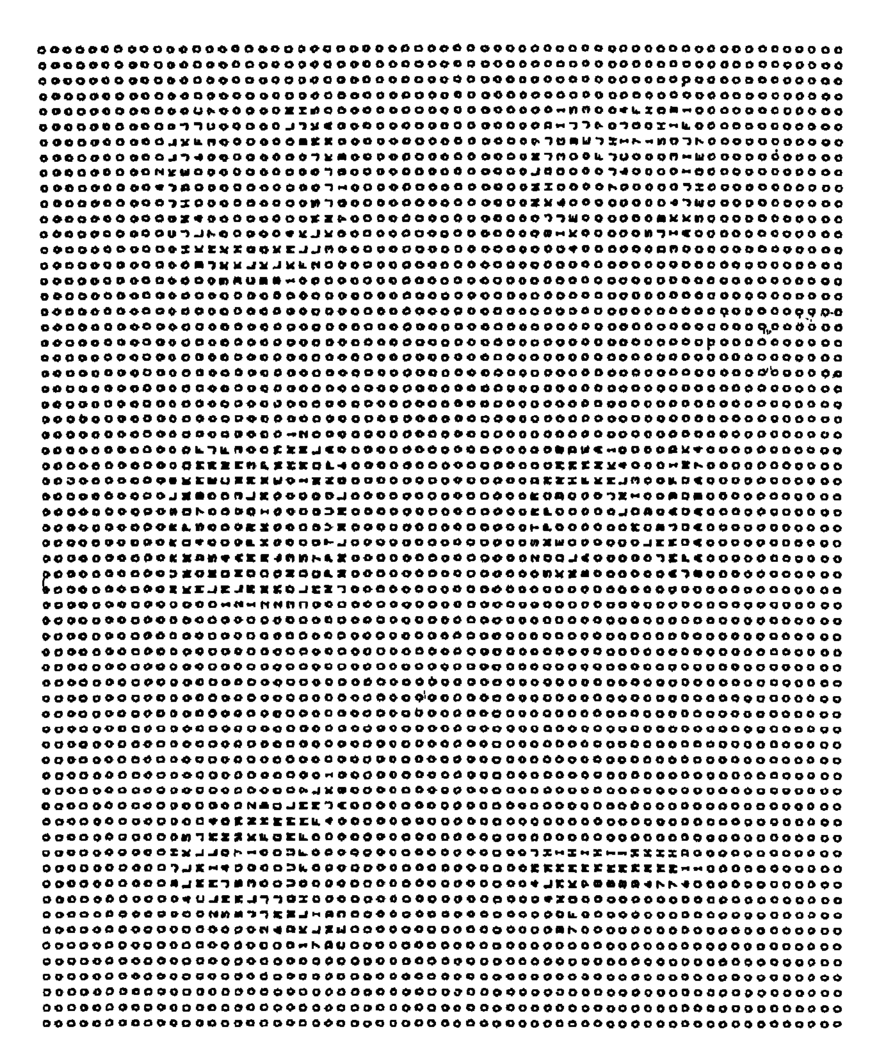
ان الصور ذات الـ 64 سوية رمادية وأبعادها 64 × 64 التالية يمكن أن تستعمل كمعطيات اختبار لكثير من مفاهيم معالجة الصورة المطورة في هذا الكتاب. نبين مع كل صورة مصفوفة مرمزة تحتوي محرفاً alphanumeric لكل عنصر صورة. ان مدى هذه الأحرف هو من 0 إلى 9 و من A حتى V مما ينتج 32 سوية رمادية. ان أول خطوة بعد قراءة الصورة المرمزة في الحاسوب هي استعمال البرنامج routine المعطى في الملحق A و يمكن استعمال المصفوفة العددية الناتجة في شكلها الأصلي، أو يمكن افسادها باضافة ضجيج، على سبيل المثال، لكل عنصر. ان هذه المرونة تسمح بتوليد معطيـات دخـل متنوعة والتي يمكن أن تستخدم لتوضيح آثار خوارزميـات معـالجة الصـورة. ويمكن اظهار النتائج قبل وبعد المعالجة على طابعة خط معيارية باستخدام البرنامج الفرعي DSP المعطى في الملحق A. وعند استعمال هذا البرنامج، فان صور النغمات الرمادية gray tones يمكن أن تبدو مختلفة قليلا عن تلك المبينة في الصفحات التالية، تبعا لطابعة الخط المستعملة.

الشكل B.1 موناليزا.

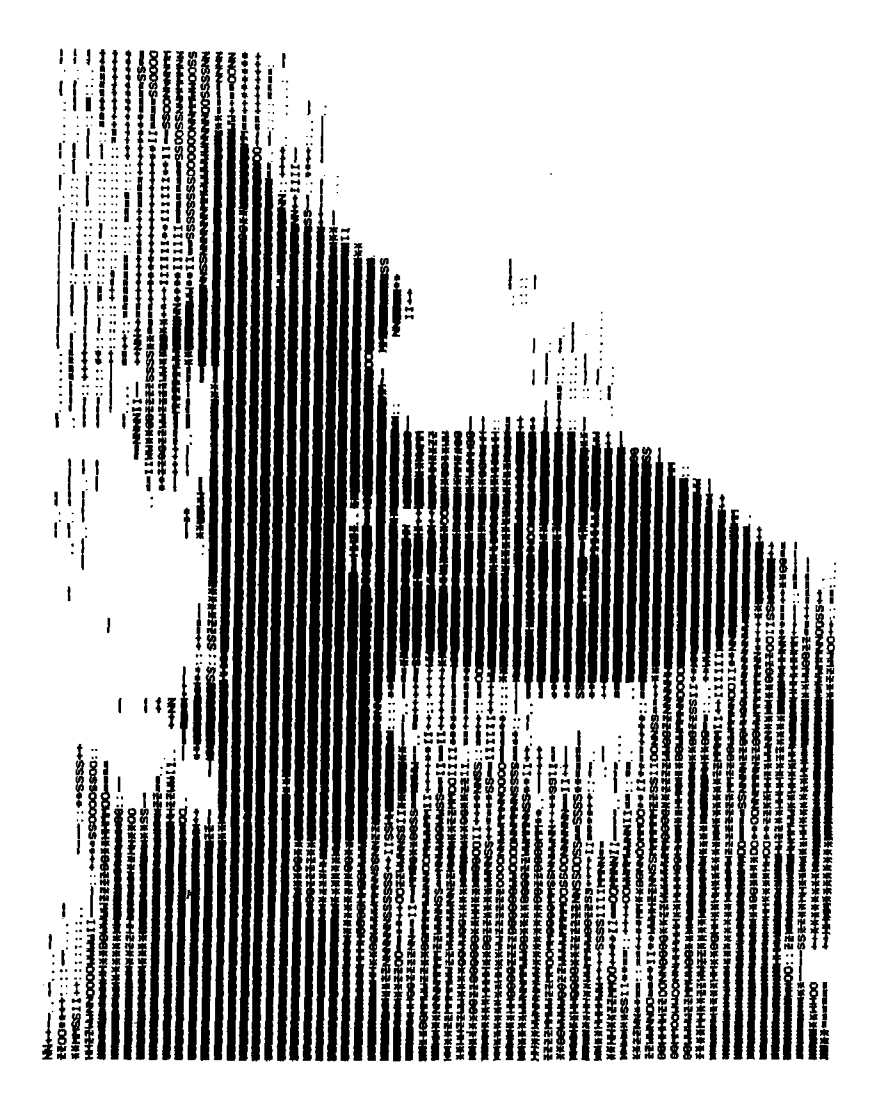
الشكل B.2 موناليزا مرمزة.



الشكل B.3 محارف.

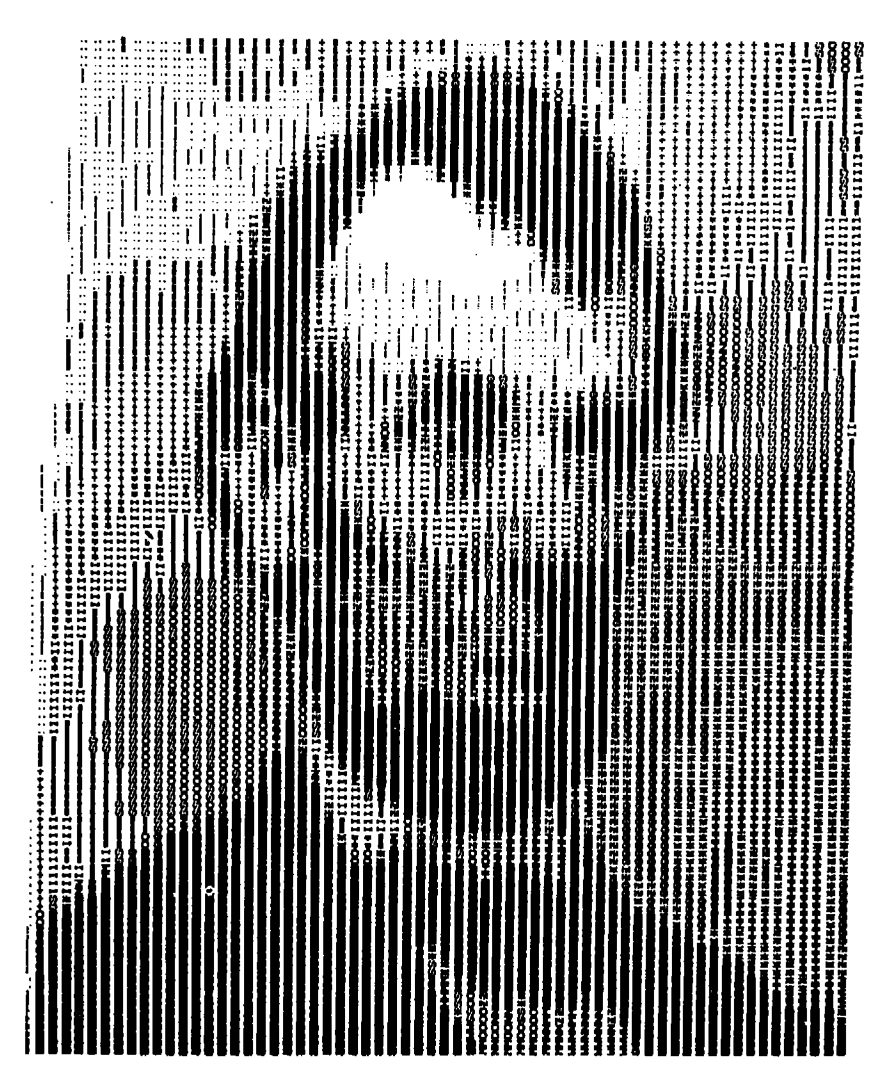


الشكل B.4 محارف مرمزة.



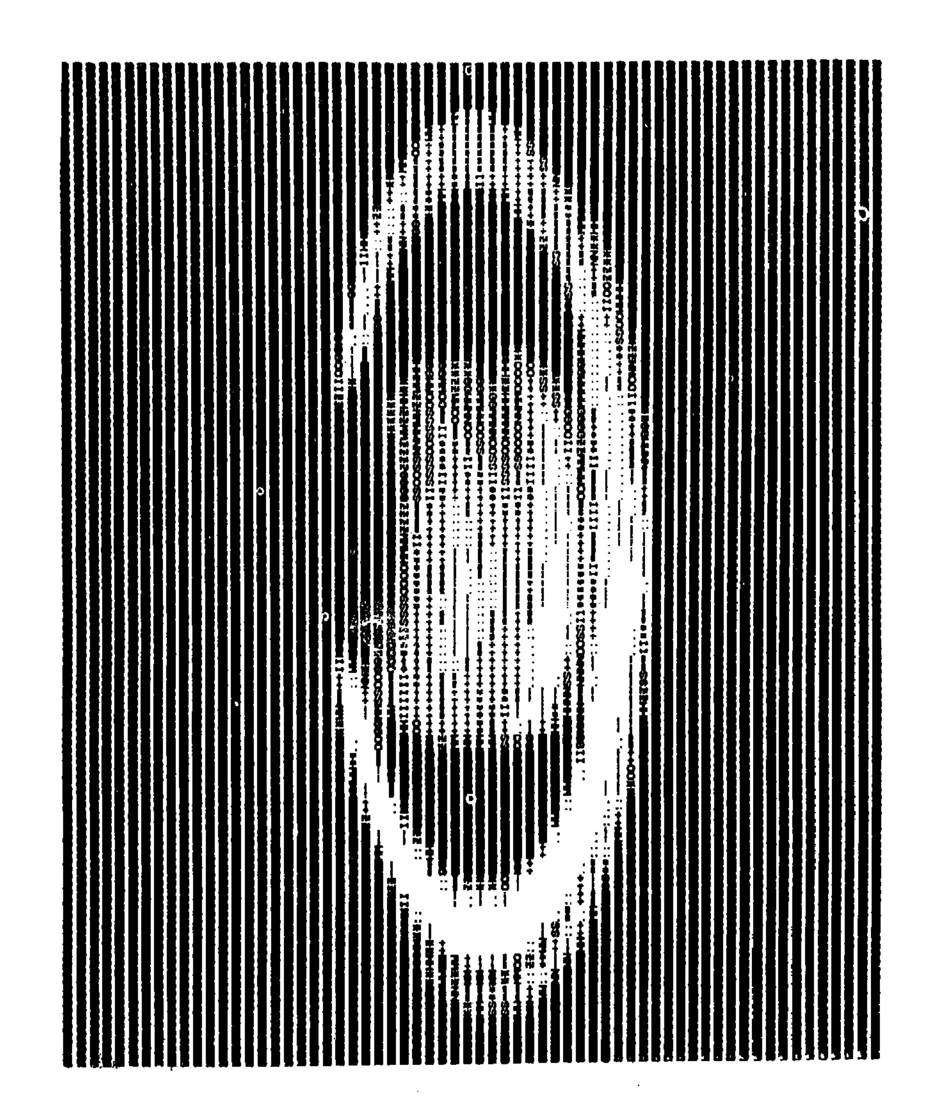
الشكل B.5 طائرة نفاثة.

الشكل B.6 طائرة نفاثة مرمزة.

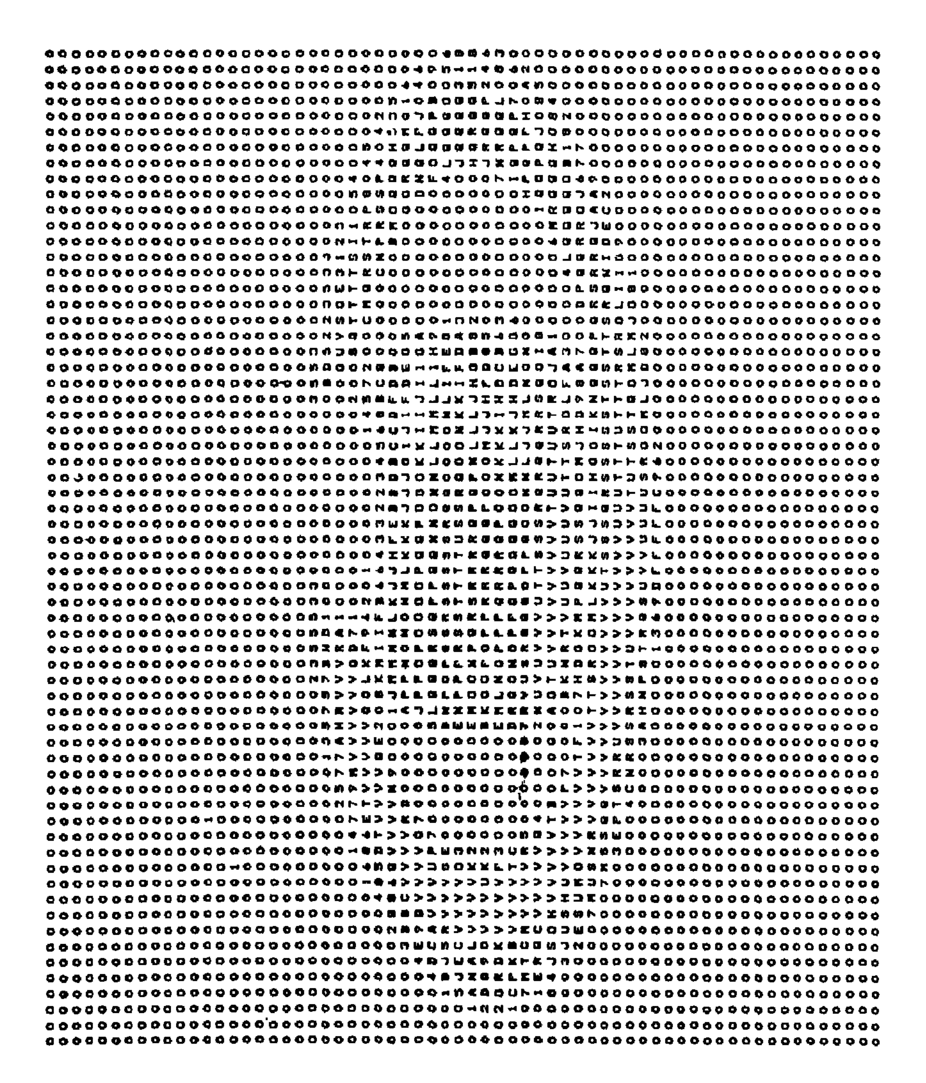


الشكل B.7 لينكولن.

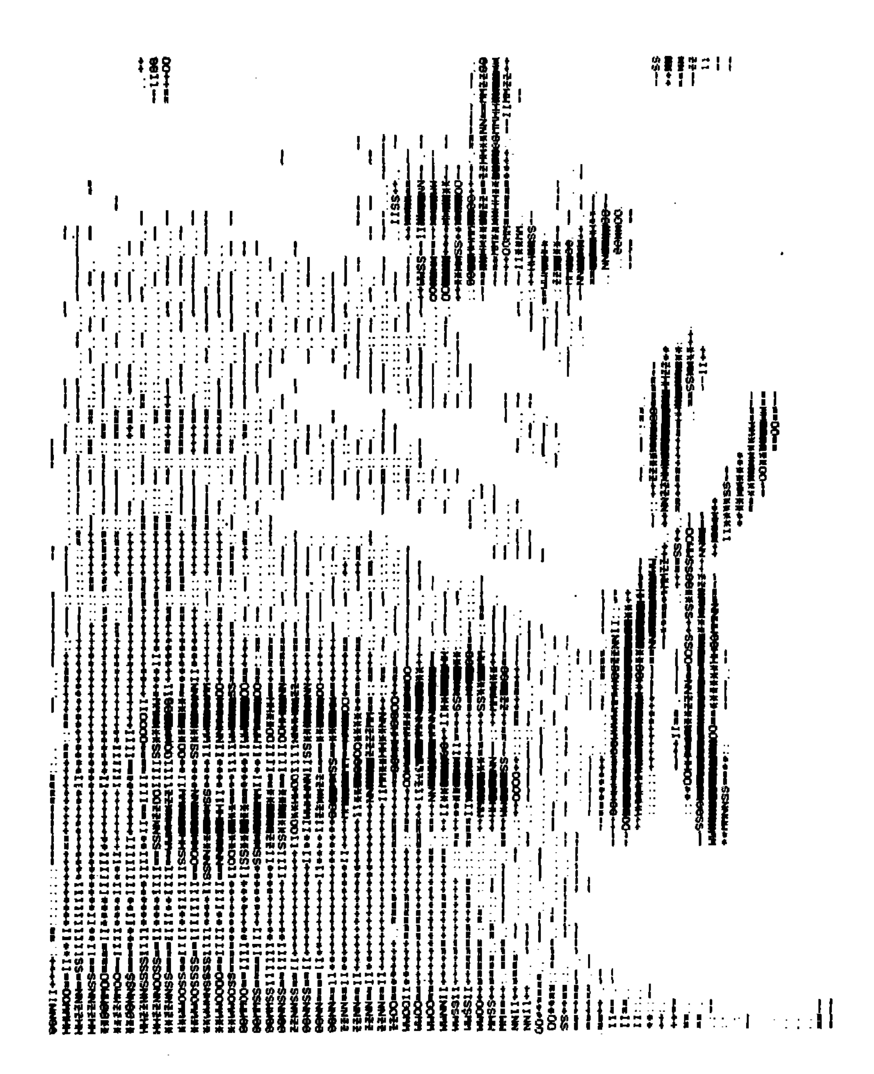
الشكل B.8 لينكولن مرمز.



الشكل B.9 زحل..



الشكل B.10 زحل مرمز.

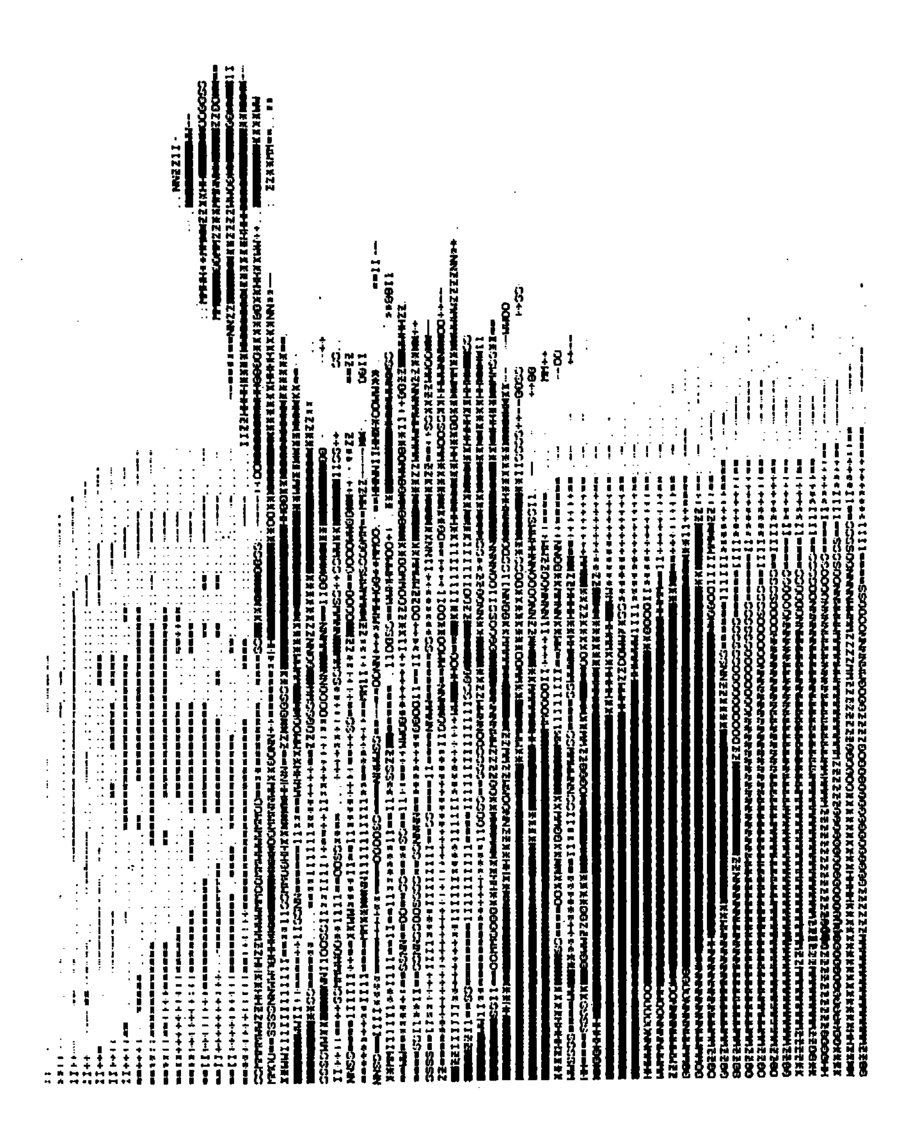


الشكل B.11 كروموسومات.

الشكل B.12 كروموسومات مرمزة.

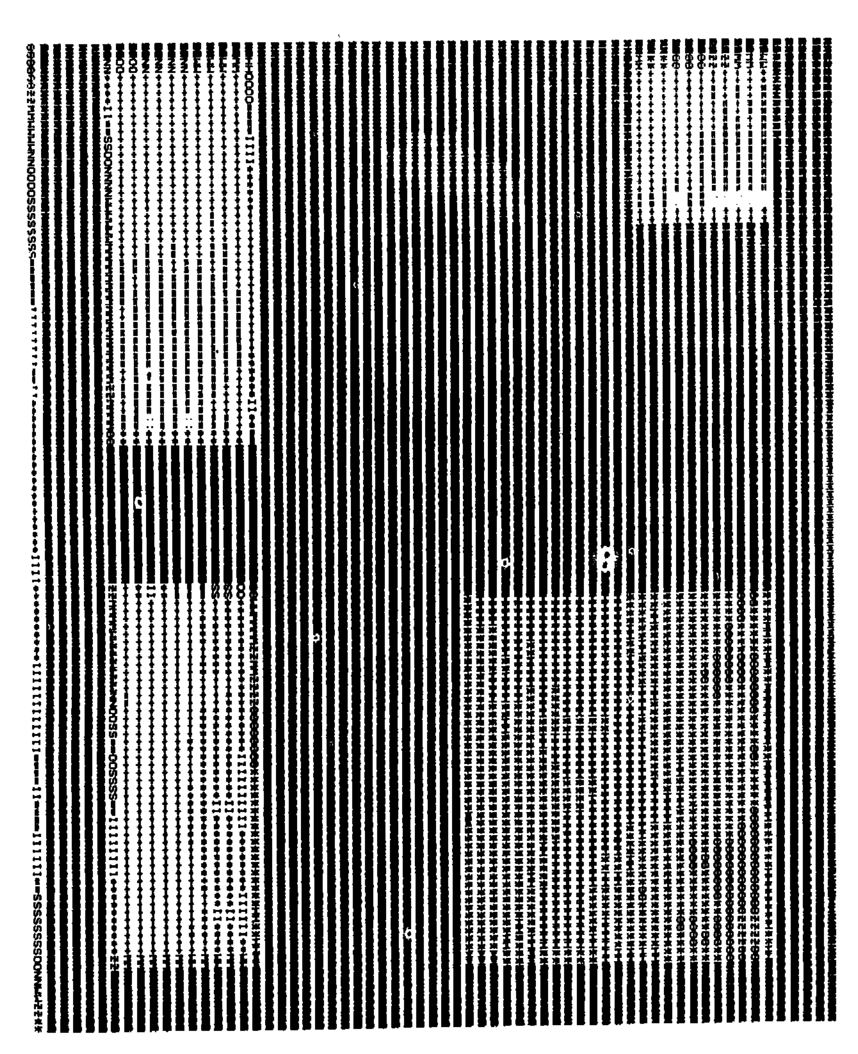
الشكل B.13 بصمة اصبع.

الشكل B.14 بصمة إصبع مرمزة.

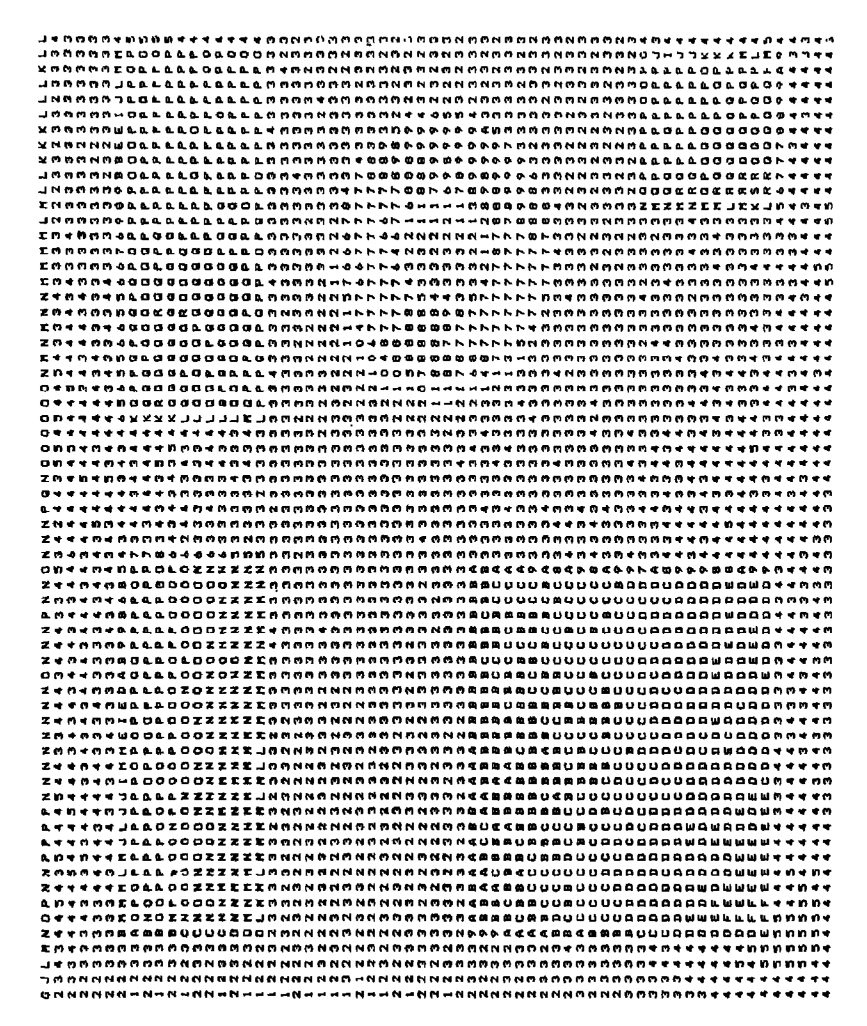


الشكل B.15 تمثال الحرية.

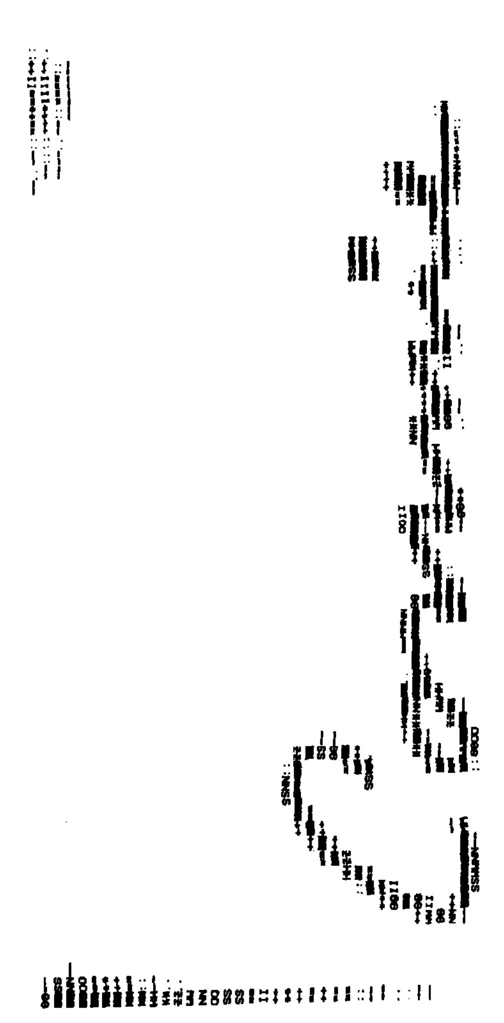
الشكل **B.16** تمثال الحرية مرمز.



الشكل B.17 أشكال هندسية.

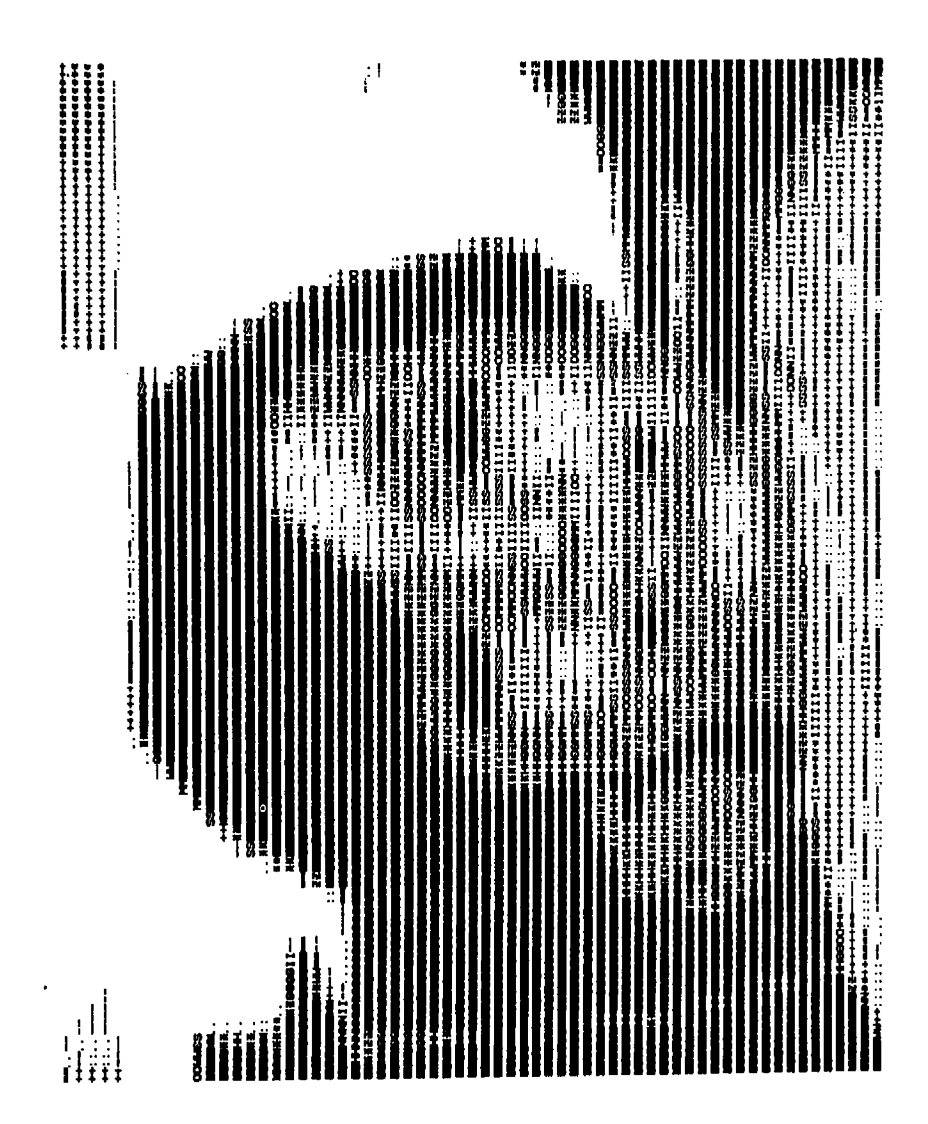


الشكل B.18 أشكال هندسية مرمزة.



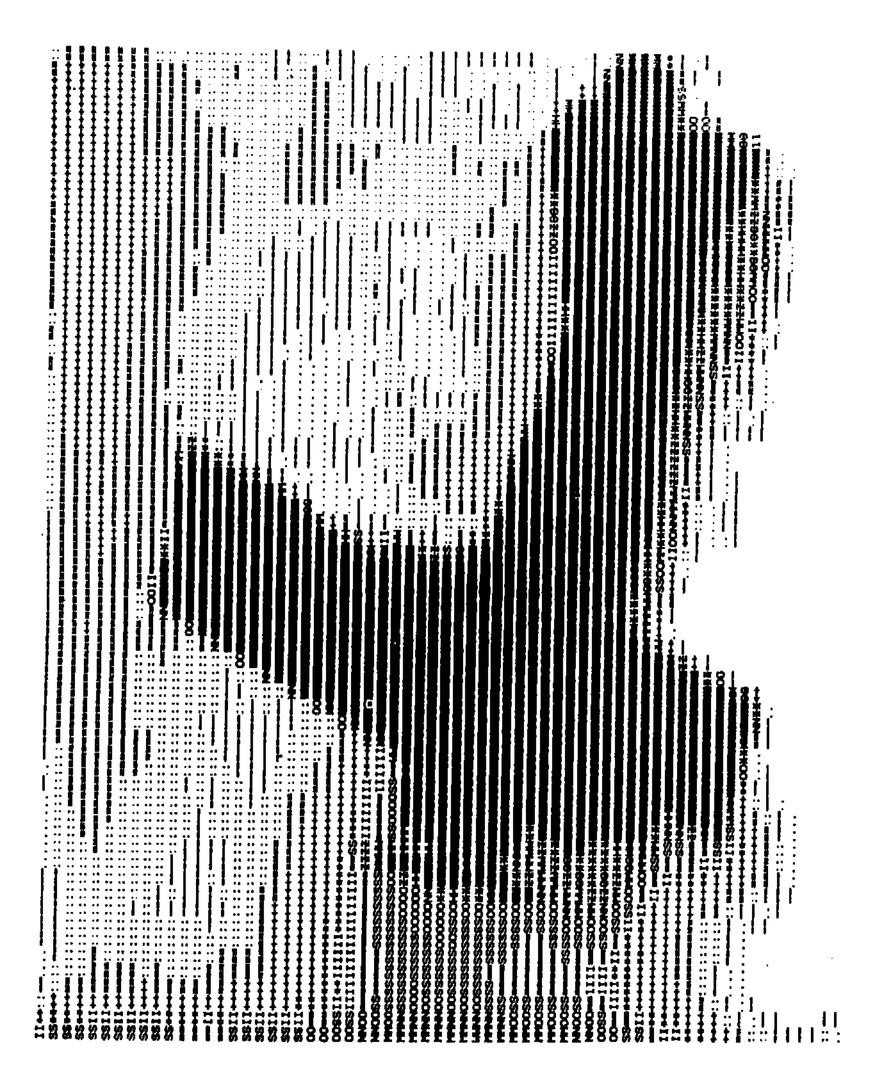
الشكل B.19 كلمــة.

الشكل B.20 كلمة مرمزة.

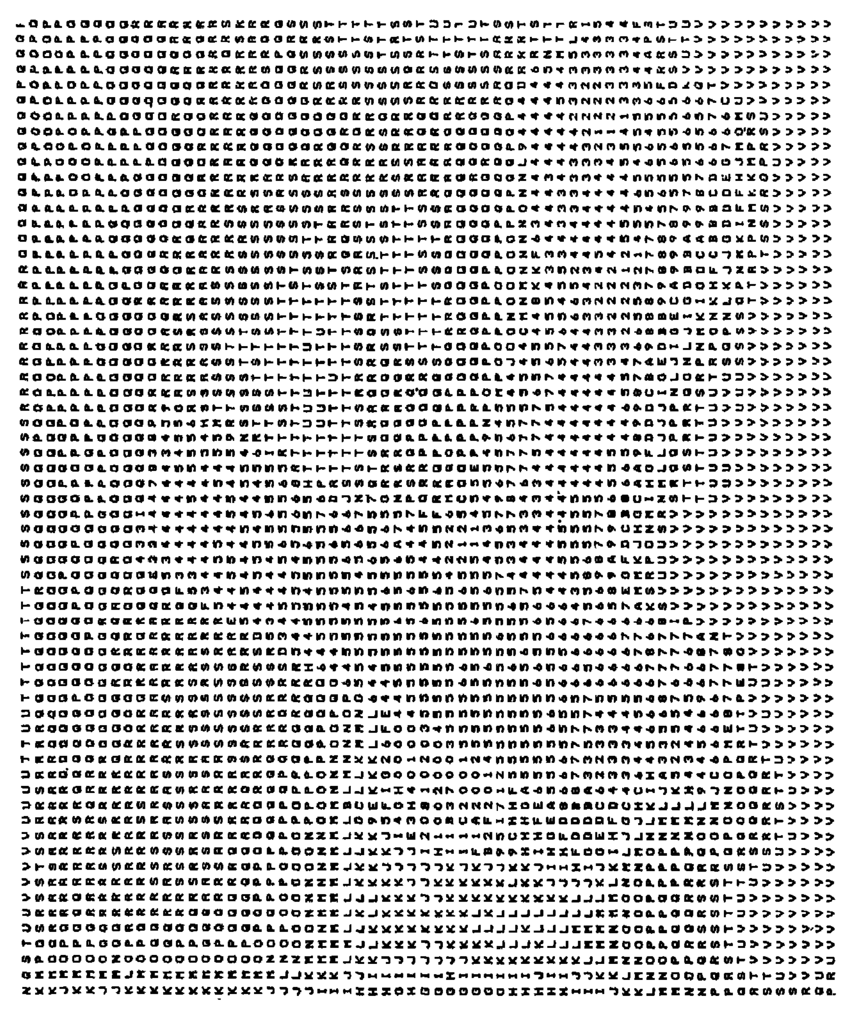


الشكل B.21 ولـد.

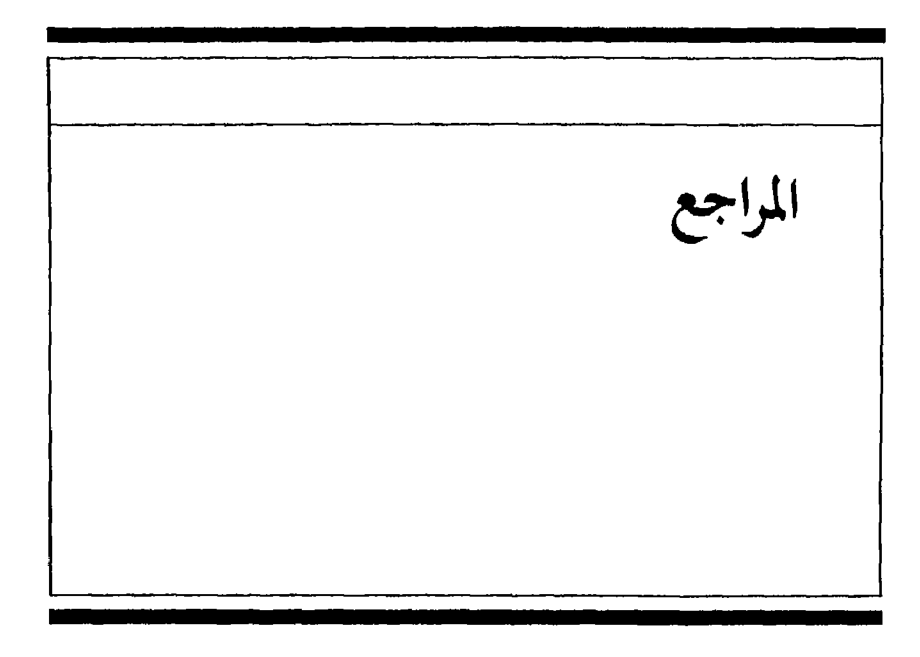
الشكل B.22 ولد مرمز.



الشكل B.23 طائرة ذات جناحين أحدهما فوق الآخر.



الشكل B.24 طائرة ذات جناحين أحدهما فوق الآخر، مرمزة.



Abramson, A. [1963]. *Information Theory and Coding*, McGraw-Hill, New York.
Adiv, G. [1985]. "Determining Three-Dimensional Motion and Structure from Optical Flow Generated by Several Moving Objects." *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell.*, vol. PAMI-7, no. 4, pp. 384–401.
Aggarwal, J.K. and Badler, N.I., eds. [1980]. "Motion and Time-Varying Imagery." *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell.*, Special Issue, vol. PAMI-2, no. 6, pp. 493–588.
Ahmed, N., Natarajan, T., and Rao, K.R. [1974]. "Discrete Cosine Transforms." *IEEE Trans. Comp.*, vol. C-23, pp. 90–93.
Ahmed, N. and Rao, K.R. [1975]. *Orthogonal Transforms for Digital Signal Processing*, Springer-Verlag, New York.
Ambler, A.P., *et al.* [1975]. "A Versatile System for Computer Controlled Assembly." *Artificial Intell.*, vol. 6, no. 2, pp. 129–156.
Anderson, G.L., and Netravaly, A.N. [1976]. "Image Restoration Based on a Subjective Criterion." *IEEE Trans. Syst. Man. Cyb.*, vol. SMC-6, no. 12, pp. 845–853.
Andrews, H.C. [1970]. *Computer Techniques in Image Processing*, Academic Press, New York.
Andrews, H.C., Tescher, A.G., and Kruger, R.P. [1972]. "Image Processing by Digital Computer." *IEEE Spectrum*, vol. 9, no. 7, pp. 20–32.
Andrews, H.C. [1974]. "Digital Image Restoration: A Survey." *Computer J.*, vol. 7, no. 5, pp. 36–45.
Andrews, H.C. and Hunt B.R. [1977]. *Digital Image Restoration*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J.
Anuta, P.F. [1969]. "Digital Registration of Multispectral Video Imagery." *Soc. Photo-Optical Instrum. Engs.*, vol. 7, pp. 168–175.
Bajcsy, R. [1973]. "Computer Description of Textured Surfaces." *Proc. 1973 Int. Conf. Artificial Intell.*, Stanford, Calif. pp. 572–579.
Bajcsy, R. and Lieberman, L. [1976]. "Texture Gradient as a Depth Cue." *Comput. Graph. Image Proc.*, vol. 5, no. 1, pp. 52–67.

Ballard, D.H. [1981]. "Generalizing the Hough Transform to Detect Arbitrary Shapes." *Pattern Recognition*, vol. 13, no. 2, pp. 111–122.
Ballard, D.H. and Brown, C.M. [1982]. *Computer Vision*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J.
Baumert, L.D., Golomb, S.W., and Hall, M., Jr. [1962]. "Discovery of a Hadamard Matrix of Order 92." *Bull. Am. Math. Soc.*, vol. 68, pp. 237–238
Bell, E.T. [1965]. *Men of Mathematics*, Simon and Schuster, New York.
Bellman, R. [1970]. *Introduction to Matrix Analysis*, 2nd ed., McGraw-Hill, New York.
Bernstein, R. [1976]. "Digital Image Processing of Earth Observation Sensor Data." *IBM J. Res. Dev.*, vol. 20, no. 1, pp. 40–56.
Biberman, L.M. [1973]. "Image Quality." in *Perception of Displayed Information*, Biberman, L.M. ed., Plenum Press, New York.
Billingsley, F.C., Goetz, A.F.H., and Lindsley, J.N. [1970]. "Color Differentiation by Computer Image Processing." *Photo. Sci. Eng.*, vol. 14, no. 1, pp. 28–35.
Blackman, E.S. [1968]. "Effects of Noise on the Determination of Photographic System Modulation Transfer Function." *Photogr. Sci. Eng.*, vol. 12, pp. 244–250.
Blackman, R.B. and Tukey, J.W. [1958]. *The Measurement of Power Spectra*, Dover Publications, New York.
Blum, H. [1967]. "A Transformation for Extracting New Descriptors of Shape." in *Models for the Perception of Speech and Visual Form*, Wathen-Dunn, W., ed., MIT Press, Cambridge, Mass.
Brice, C.R. and Fennema, C.L. [1970]. "Scene Analysis Using Regions." *Artificial Intelligence*, vol. 1, pp. 205–226.
Bribiesca, E. [1981]. "Arithmetic Operations Among Shapes Using Shape Numbers." *Pattern Recog.*, vol. 13, no. 2, pp. 123–138.
Bribiesca, E. and Guzman, A. [1980]. "How to Describe Pure Form and How to Measure Differences in Shape Using Shape Numbers." *Pattern Recog.*, vol. 12, no. 2, pp. 101–112.
Brigham, E.O. [1974]. *The Fast Fourier Transform*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J.
Brill, E.L. [1968]. "Character Recognition Via Fourier Descriptors." WESCON, Paper 25/3, Los Angeles, Calif.
Brown, J.L., Jr. [1960]. "Mean-Square Truncation Error in Series Expansions of Random Functions." *J. SIAM*, vol. 8, pp. 18–32.
Budak, A. [1974]. *Passive and Active Network Analysis and Synthesis*, Houghton Mifflin, Boston.
Campbell, J.D. [1969]. "Edge Structure and the Representation of Pictures." Ph.D. dissertation, Dept. of Elec. Eng., University of Missouri, Columbia.
Cannon, T.M. [1974]. "Digital Image Deblurring by Non-Linear Homomorphic Filtering." Ph.D. Thesis, University of Utah.
Carlson, A.B. [1968]. *Communication Systems*, McGraw-Hill, New York.
Castleman, K.R. [1979]. *Digital Image Processing*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J.
Chaudhuri, B.B. [1983]. "A Note on Fast Algorithms for Spatial Domain Techniques in Image Processing." *IEEE Trans. Syst. Man Cyb.*, vol. SMC-13, no. 6, pp. 1166–1169.
Chen, P.H. and Wintz, P.A. [1976]. "Data Compression for Satellite Images." TR-EE-76-9, School of Electrical Engineering, Purdue University, West Lafayette, Ind.
Chow, C.K. and Kaneko, T. [1972]. "Automatic Boundary Detection of the Left Ventricle from Cineangiograms." *Comp. and Biomed. Res.*, vol. 5, pp. 388–410.
Clark, R.J. [1985]. *Transform Coding of Images*, Academic Press, New York.
Cochran, W.T., Cooley, J.W., *et al.* [1967]. *"What is the Fast Fourier Transform?" IEEE Trans. Audio and Electroacoustics*, vol. AU-15, no. 2, pp. 45–55.
Cooley, J.W. and Tukey, J.W. [1965]. "An Algorithm for the Machine Calculation of Complex Fourier Series." *Math. of Comput.*, vol. 19, pp. 297–301.
Cooley, J.W., Lewis, P.A.W., and Welch, P.D. [1967a]. "Historical Notes on the Fast Fourier Transform." *IEEE Trans. Audio and Electroacoustics*, vol. AU-15, no. 2, pp. 76–79.
Cooley, J.W., Lewis, P.A.W., and Welch, P.D. [1967b]. "Application of the Fast Fourier Trans-

form to Computation of Fourier Integrals." *IEEE Trans. Audio and Electroacoustics*, vol. AU-15, no. 2, pp. 79–84.
Cooley, J.W., Lewis, P.A.W., and Welch, P.D. [1969]. "The Fast Fourier Transform and its Applications." *IEEE Trans. Educ.*, vol. E-12, no. 1, pp. 27–34.
Cornsweet, T.N. [1970]. *Visual Perception*, Academic Press, New York.
Cowart, A.E., Snyder, W.E., and Ruedger, W.H. [1983]. "The Detection of Unresolved Targets Using the Hough Transform." *Comput. Vision Graph Image Proc.*, vol. 21, pp. 222–238.
Cross, G.R. and Jain, A.K. [1983]. "Markov Random Field Texture Models." *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell.*, vol. PAMI-5, no. 1, pp. 25–39.
Cutrona, L.J., Leith, E.N., and Palermo, C.J. [1960]. "Optical Data Processing and Filtering Systems." *IRE Trans. Info. Theory*, vol. IT-6, no. 3, pp. 386–400.
Cutrona, L.J. and Hall, W.D. [1968]. "Some Considerations in Post-Facto Blur Removal." In *Evaluation of Motion-Degraded Images*, NASA Publ. SP-193, pp. 139–148.
Danielson, G.C. and Lanczos, C. [1942]. "Some Improvements in Practical Fourier Analysis and Their Application to X-Ray Scattering from Liquids." *J. Franklin Institute*, vol. 233, pp. 365–380 and 435–452.
Davenport, W.B. and Root, W.L. [1958]. *An Introduction to the Theory of Random Signals and Noise*, McGraw-Hill, New York.
Davis, L.S. [1975]. "A Survey of Edge Detection Techniques." *Comput. Graphics Image Proc.*, vol. 4, pp. 248–270.
Davis, L.S. [1982]. "Hierarchical Generalized Hough Transforms and Line-Segment Based Generalized Hough Transforms." *Pattern Recog.*, vol. 15, no. 4, pp. 277–285.
Davis, P.J. [1979]. *Circulant Matrices*, Wiley, New York.
Deutsch, R. [1965]. *Estimation Theory*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J.
Digital Image Processing [1974]. Special issue of *Computer*, vol. 7, no. 5.
Digital Picture Processing [1972]. Special issue of the *Proceedings of the IEEE*, vol. 60, no. 7.
Dijkstra, E. [1959]. "Note on Two Problems in Connection with Graphs." *Numerische Mathematik*, vol. 1, pp. 269–271.
Doyle W. [1962]. "Operations Useful for Similarity-Invariant Pattern Recognition." *J. ACM*, vol. 9, pp. 259–267.
Duan, J.R. and Wintz, P.A. [1974]. "Information Preserving Coding for Multispectral Scanner Data." TR-EE-74-15, School of Electrical Engineering, Purdue University, W. Lafayette, Ind.
Duda, R.O. and Hart, P.E. [1972]. "Use of the Hough Transformation to Detect Lines and Curves in Pictures." *Comm. ACM*, vol. 15, no. 1, pp. 11–15.
Duda, R.O. and Hart, P.E. [1973]. *Pattern Classification and Scene Analysis*, Wiley, New York.
Dudani, S.A. and Luk, A. [1977]. "Locating Straight-Edge Segments on Outdoor Scenes." *Proc. Conf. Pattern Recog. Image Proc.* vol. 2, pp. 367–380.
Dyer, C.R. [1983]. "Gauge Inspection Using Hough Transforms." *IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell.*, vol. PAMI-5, no. 6, pp. 621–623.
Dyer, C.R. and Rosenfeld, A. [1979]. "Thinning Algorithms for Grayscale Pictures." *IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell.*, vol. PAMI-1, no. 1, pp. 88–89.
Elias, P. [1952]. "Fourier Treatment of Optical Processes." *J. Opt. Soc. Am.*, vol. 42, no. 2, pp. 127–134.
Elsgolc, L.E. [1962]. *Calculus of Variations*, Addison-Wesley, Reading, Mass.
Essman, J and Wintz, P.A. [1973]. "The Effects of Channel Errors in DPCM Systems and Comparison with PCM Systems." *IEEE Trans. on Comm.*, vol. 21, no. 8, pp. 867–877.
Evans, R.M. [1959]. *An Introduction to Color*, Wiley, New York.
Falconer, D.G. [1970]. "Image Enhancement and Film Grain Noise." *Opt. Acta*, vol. 17, pp. 693–705.
Falconer, D.G. [1977]. "Target Tracking with the Hough Transform." *Proc. Asilomar Conf. Circ. Syst. Comput.*, vol. 11, pp. 249–252.
Fine, N.J. [1949]. "On the Walsh Functions." *Trans. Am. Math. Soc.*, vol. 65, pp. 373–414.

Fine, N.J. [1950]. "The Generalized Walsh Functions." *Trans. Am. Math. Soc.*, vol. 69, pp. 66–77.

Fischler, M.A. [1980]. "Fast Algorithms for Two Maximal Distance Problems with Applications to Image Analysis." *Pattern Recog.*, vol. 12, pp. 35–40.

Fram, J.R. and Deutsch, E.S. [1975]. "On the Quantitative Evaluation of Edge Detection Schemes and Their Comparison with Human Performance." *IEEE Trans. Computers*, vol. C-24, no. 6, pp. 616–628.

Frendendall, G.L. and Behrend, W.L. [1960]. "Picture Quality—Procedures for Evaluating Subjective Effects of Interference." *Proc. IRE*, vol. 48, pp. 1030–1034.

Freeman, H. [1961]. "On the Encoding of Arbitrary Geometric Configurations." *IEEE Trans. Elec. Computers*, vol. EC-10, pp. 260–268.

Freeman, H. [1974]. "Computer Processing of Line Drawings." *Comput. Surveys*, vol. 6, pp. 57–97.

Freeman, H. and Shapira, R. [1975]. "Determining the Minimum-Area Encasing Rectangle for an Arbitrary Closed Curve." *Comm. ACM*, vol. 18, no. 7, pp. 409–413.

Frei, W. and Chen, C.C. [1977]. "Fast Boundary Detection: A Generalization and a New Algorithm." *IEEE Trans. Computers*, vol. C-26, no. 10, pp. 988–998.

Frieden, B.R. [1972]. "Restoring with Maximum Likelihood and Maximum Entropy." *J. Opt. Soc. Am.*, vol. 62, pp. 511–518.

Frieden, B.R. [1974]. "Image Restoration by Discrete Deconvolution of Minimal Length." *J. Opt. Soc. Am.*, vol. 64, pp. 682–686.

Fu, K.S. [1974]. *Syntactic Methods in Pattern Recognition*, Academic Press, New York.

Fu, K.S. and Rosenfeld A. [1976]. "Pattern Recognition and Image Processing." *IEEE Trans. Computers*, vol. C-25, no. 12, pp. 1336–1346.

Fu, K.S. [1982]. *Syntactic Pattern Recognition and Applications*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J.

Fu, K.S., Gonzalez, R.C., and Lee, C.S.G. [1987]. *Robotics: Control, Sensing, Vision, and Intelligence*, McGraw-Hill, New York.

Fu, K.S. and Mui, J.K. [1981]. "A Survey of Image Segmentation." *Pattern Recog.*, vol. 13, no. 1, pp. 3–16.

Gattis, J. and Wintz, P.A. [1971]. "Automated Techniques for Data Analysis and Transmission." TR-EE-71-37, School of Electrical Engineering, Purdue University, West Lafayette, Ind.

Gaven, J.V., Jr., Tavitian, J., and Harabedian, A. [1970]. "The Informative Value of Sampled Images as a Function of the Number of Gray Levels Used in Encoding the Images." *Phot. Sci. Eng.*, vol. 14, no. 1, pp. 16–20.

Gentleman, W.M. and Sande, G. [1966]. "Fast Fourier Transform for Fun and Profit." *Fall Joint Computer Conf.*, vol. 29, pp. 563–578, Spartan, Washington, D.C.

Gentleman, W.M. [1968]. "Matrix Multiplication and Fast Fourier Transformations." *Bell System Tech. J.*, vol. 47, pp. 1099–1103.

Gish, H. and Pierce, J.N. [1968]. "Asymptotically Efficient Quantizer." *IEEE Trans. Info. Theory*, vol. IT-14, pp. 676–683.

Goldmark, P.C. and Hollywood, J.M. [1951]. "A New Technique for Improving the Sharpness of Television Pictures," *Proc. IRE*, vol. 39, pp. 1314–1322.

Golomb, S.W. and Baumert, L.D. [1963]. "The Search for Hadamard Matrices." *Am. Math. Monthly*, vol. 70, pp. 27–31.

Gonzalez, R.C. [1972]. "Syntactic Pattern Recognition—Introduction and Survey." *Proc. Natl. Elec. Conf.*, vol. 27, pp. 27–31.

Gonzalez, R.C. [1985]. "Computer Vision." *Yearbook of Science and Technology*, McGraw-Hill, New York, pp. 128–132.

Gonzalez, R.C. [1985]. "Industrial Computer Vision." In *Advances in Information Systems Science*, Tou, J.T., ed., Plenum, New York, pp. 345–385.

Gonzalez, R.C. [1986]. "Image Enhancement and Restoration." In *Handbook of Pattern Recogni-*

tion and Image Processing, Young, T.Y. and Fu, K.S., eds., Academic Press, New York, pp. 191–213.
Gonzalez, R.C. and Fittes, B.A. [1975]. "Gray-Level Transformations for Interactive Image Enhancement." *Proc. Second Conf. Remotely Manned S;...*, pp. 17–19.
Gonzalez, R.C., Edwards, J.J., and Thomason, M.G. [1976]. "An Algorithm for the Inference of Tree Grammars." *Int. J. Comput. Info. Sci.*, vol. 5, no. 2, pp. 145–163.
Gonzalez, R.C. and Fittes, B.A. [1977]. "Gray-Level Transformations for Interactive Image Enhancement." *Mechanism and Machine Theory*, vol. 12, pp. 111–122.
Gonzalez, R.C. and Thomason, M.G. [1978]. *Syntactic Pattern Recognition: An Introduction.* Addison-Wesley, Reading, Mass.
Gonzalez. R.C., Barrero, A., and Thomason, M.G. [1978]. "A Measure of Scene Content." *Proc. Pattern Recog. Image Proc. Conf.*, vol. 1, pp. 385–389.
Gonzalez, R.C. and Safabakhsh, R. [1982]. "Computer Vision Techniques for Industrial Applications." *Computer*, vol. 15, no. 12, pp. 17–32.
Gonzalez, R.C., Woods, R.E., and Swain, W.T. [1986]. "Digital Image Processing: An Introduction." *Digital Design*, vol. 16, no. 4, pp. 15–20.
Good, I.J. [1958]. "The Interaction Algorithm and Practical Fourier Analysis." *J. R. Stat. Soc. (Lond.)*, vol. B20, pp. 361–367; *Addendum*, vol. 22, 1960, pp. 372–375.
Goodman, J.W. [1968]. *Introduction to Fourier Optics*, McGraw-Hill, New York.
Graham, C.H., ed. [1965]. *Vision and Visual Perception*, Wiley, New York.
Graham, D.N. [1967]. "Image Transmission by Two-Dimensional Contour Coding." *Proc. IEEE*, vol. 55, pp. 336–346.
Graham, R.L. and Yao, F.F. [1983]. "Finding the Convex Hull of a Simple Polygon." *J. Algorithms*, vol. 4, pp. 324–331.
Green, W.B. [1983]. *Digital Image Processing—A Systems Approach*, Van Nostrand Reinhold, New York.
Grosky, W.I. and Jain, R. [1983]. "Optimal Quadtrees for Image Segments." *IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell.*, vol. PAMI-5, no. 1, pp. 77–83.
Habibi, A. [1971]. "Comparison of N*th* Order DPCM Encoder with Linear Transformations and Block Quantization Techniques." *IEEE Trans. Commun. Tech.*, vol. COM-19, no. 6.
Habibi, A. [1972]. "Two-Dimensional Bayesian Estimate of Images." *Proc. IEEE*, vol. 60, pp. 878–883.
Habibi, A. and Wintz, P.A. [1971]. "Image Coding by Linear Transformations and Block Quantization." *IEEE Trans. Comm. Tech.*, vol. COM-19, pp. 50–62.
Habibi, A. and Wintz. P.A. [1974]. "Hybrid Coding of Pictorial Data." *IEEE Trans. Comm. Tech.*, vol. COM-22, no. 5, pp. 614–624.
Hadamard, J. [1893]. "Resolution d'une Question Relative aux Determinants." *Bull. Sci. Math.*, Ser. 2, vol. 17, Part I, pp. 240–246.
Hall, E.L. [1972]. "Automated Computer Diagnosis Applied to Lung Cancer." *Proc. 1972 Int. Conf. on Cybernetics Soc.*, New Orleans, La.
Hall, E.L. [1974]. "Almost Uniform Distributions for Computer Image Enhancement." *IEEE Trans. Computers*, vol. C-23, no. 2, pp. 207–208.
Hall, E.L. [1979]. *Computer Image Processing and Recognition*, Academic Press, New York.
Hall, E.L. *et al.* [1971]. "A Survey of Preprocessing and Feature Extraction Techniques for Radiographic Images." *IEEE Trans. Comput.*, vol. C-20, no. 9, pp. 1032–1044.
Hall, E.L. and Frei, W. [1976]. "Invariant Features for Quantitative Scene Analysis." Final Report, Contract F 08606-72-C-0008, Image Processing Institute, University of Southern California.
Hammond, J.L. and Johnson, R.S. [1962]. "Orthogonal Square-Wave Functions." *J. Franklin Inst.*, vol. 273, pp. 211–225.
Harmuth, H.F. [1968]. "A Generalized Concept of Frequency and Some Applications." *IEEE Trans. Info. Theory*, vol. IT-14, no. 3, pp. 375–382.

Haralick, R.M. [1979]. "Statistical and Structural Approaches to Texture." *Proc. 4th Int. Joint Conf. Pattern Recog.*, pp. 45–60.
Haralick, R.M., Shanmugan, R., and Dinstein, I. [1973]. "Textural Features for Image Classification." *IEEE Trans Syst. Man Cyb.*, vol. SMC-3, no. 6, pp. 610–621.
Harris, J.L. [1964]. "Resolving Power and Decision Theory." *J. Opt. Soc. Am.*, vol. 54, pp. 606–611.
Harris, J.L. [1966]. "Image Evaluation and Restoration." *J. Opt. Soc. Am.*, vol. 56, pp. 569–574.
Harris, J.L. [1968]. "Potential and Limitations of Techniques for Processing Linear Motion-Degraded Images." In *Eval. Motion Degraded Images*, NASA Publ. SP-193, pp. 131–138.
Hart, P.E., Nilsson, N.J., and Raphael, B. [1968]. "A Formal Basis for the Heuristic Determination of Minimum-Cost Paths." *IEEE Trans. Syst. Man Cyb*, vol. SMC-4, pp. 100–107.
Hecht, E. and Zajac, A. [1975]. *Optics*, Addison-Wesley, Reading, Mass.
Helstrom, C.W. [1967]. "Image Restoration by the Method of Least Squares." *J. Opt. Soc. Am.*, vol. 57, no. 3, pp. 297–303.
Henderson, K.W. [1964]. "Some Notes on the Walsh Functions." *IEEE Trans. Electronic Computers*, vol. EC-13, no. 1, pp. 50–52.
Horn, B.K.P. [1986]. *Robot Vision*, McGraw-Hill, New York.
Horner, J.L. [1969]. "Optical Spatial Filtering with the Least-Mean-Square-Error Filter." *J. Opt. Soc. Am.*, vol. 59, pp. 553–558.
Horowitz, M. [1957]. "Efficient Use of a Picture Correlator." *J. Opt. Soc. Am.*, vol. 47, p. 327.
Horowitz, S.L. and Pavlidis, T. [1974]. "Picture Segmentation by a Directed Split-and-Merge Procedure." *Proc. 2nd Int. Joint Conf. Pattern Recog.*, pp. 424–433.
Hotelling, H. [1933]. "Analysis of a Complex of Statistical Variables into Principal Components." *J. Educ. Psychol.*, vol. 24, pp. 417–441 and 498–520.
Hough, P.V.C. [1962]. "Methods and Means for Recognizing Complex Patterns." U.S. Patent 3,069,654.
Hu, M.K. [1962]. "Visual Pattern Recognition by Moment Invariants." *IRE Trans. Info. Theory*, vol. IT-8, pp. 179–187.
Huang, T.S. [1965]. "PCM Picture Transmission." *IEEE Spectrum*, vol. 2, no. 12, pp. 57–63.
Huang, T.S. [1966]. "Digital Picture Coding." *Proc. Natl. Electron. Conf.*, pp. 793–797.
Huang, T.S. [1968]. "Digital Computer Analysis of Linear Shift-Variant Systems." in *Evaluation of Motion-Degraded Images*, NASA Publ. SP-193, pp. 83–87.
Huang, T.S., ed. [1975]. *Picture Processing and Digital Filtering*, Springer, New York.
Huang, T.S., Yang, G.T., and Tang, G. Y. [1979]. "A Fast Two-Dimensional Median Filtering Algorithm." *IEEE Trans. Acoust., Speech, Sig. Proc.*, vol. ASSP-27, pp. 13–18.
Huang, Y. and Schultheiss, P.M. [1963]. "Block Quantization of Correlated Gaussian Random Variables." *IEEE Trans. Commun. Syst.*, vol. CS-11, pp. 289–296.
Huffman, D.A. [1952]. "A Method for the Construction of Minimum Redundancy Codes." *Proc. IRE*, vol. 40, no. 10, pp. 1098–1101.
Hummel, R.A. [1974]. "Histogram Modification Techniques." Technical Report TR-329, F-44620-72C-0062, Computer Science Center, University of Maryland, College Park, Md.
Hunt, B.R. [1971]. "A Matrix Theory Proof of the Discrete Convolution Theorem." *IEEE Trans. Audio and Electroacoust.*, vol. AU-19, no. 4, pp. 285–288.
Hunt, B.R. [1973]. "The Application of Constrained Least Squares Estimation to Image Restoration by Digital Computer." *IEEE Trans. Comput., vol. C-22, no. 9, pp. 805–812.*
IEEE Trans. Circuits and Syst. [1975]. Special issue on digital filtering and image processing, vol. CAS-2, pp. 161–304.
IEEE Trans. Computers [1972]. Special issue on two-dimensional signal processing, vol. C-21, no. 7.

IEEE Trans. Commun. [1981]. Special issue on picture communication systems, vol. COM-29, no. 12.
IES Lighting Handbook [1972]. Illuminating Engineering Society Press, New York.
Jain, A.K. [1975]. "A Fast Karhunen-Loève Transform for a Class of Random Processes." *IEEE Trans. Commun.*, vol. COM-24, pp. 1023–1029.
Jain, A.K. [1981]. "Image Data Compression: A Review." *Proc. IEEE*, vol. 69, pp. 349–389.
Jain, A.K. and Angel, E. [1974]. "Image Restoration, Modeling, and Reduction of Dimensionality." *IEEE Trans. Computers*, vol. C-23, pp. 470–476.
Jain, R. [1981]. "Dynamic Scene Analysis Using Pixel-Based Processes." *Computer*, vol. 14, no. 8, pp. 12–18.
Jain, R. [1983]. "Segmentation of Frame Sequences Obtained by a Moving Observer." Report GMR-4247, General Motors Research Laboratories, Warren, Mich.
Kahaner, D.K. [1970]. "Matrix Description of the Fast Fourier Transform." *IEEE Trans. Audio Electroacoustics*, vol. AU-18, no. 4, pp. 442–450.
Karhunen, K. [1947]. "Über Lineare Methoden in der Wahrscheinlichkeitsrechnung." *Ann. Acad. Sci. Fennicae*, Ser. A137. (Translated by I. Selin in "On Linear Methods in Probability Theory." T-131, 1960, The RAND Corp., Santa Monica, Calif.)
Ketcham, D.J. [1976]. "Real-Time Image Enhancement Techniques." *Proc. Soc. Photo-Optical Instrum. Eng.* vol. 74, pp. 120–125.
Kimme, C., Ballard, D.H., and Sklansky, J. [1975]. "Finding Circles by an Array of Accumulators." *Comm. ACM*, vol. 18, no. 2, pp. 120–122.
Kirsch, R. [1971]. "Computer Determination of the Constituent Structure of Biological Images." *Comput. Biomed. Res.*, vol. 4, pp. 315–328.
Kiver, M.S. [1955]. *Color Television Fundamentals*, McGraw-Hill, New York.
Klinger, A. [1972]. "Patterns and Search Statistics." In *Optimizing Methods in Statistics*, Rustagi, J.S., ed., Academic Press, New York, pp. 303–339.
Klinger, A. [1976]. "Experiments in Picture Representation Using Regular Decomposition." *Comput. Graphics Image Proc.*, vol. 5, pp. 68–105.
Kodak Plates and Films for Scientific Photography [1973]. Publication no. P-315, Eastman Kodak Co., Rochester, N.Y.
Kohler, R.J. and Howell, H.K. [1963]. "Photographic Image Enhancement by Superposition of Multiple Images." *Photogr. Sci. Eng.*, vol. 7, no. 4, pp. 241–245.
Koschman, A. [1954]. "On the Filtering of Nonstationary Time Series." *Proc. 1954 Natl. Electron. Conf.*, p. 126.
Kramer, H.P. and Mathews, M.V. [1956]. "A Linear Coding for Transmitting a Set of Correlated Variables." *IRE Trans. Info. Theory*, vol. IT-2, pp. 41–46.
Kovasznay, L.S.G. and Joseph, H.M. [1953]. "Processing of Two-Dimensional Patterns by Scanning Techniques." *Science*, vol. 118, pp. 475–477.
Kovasznay, L.S.G. and Joseph, H.M. [1955]. "Image Processing." *Proc. IRE*, vol. 43, pp. 560–570.
Kushnir, M., Abe, K., and Matsumoto, K. [1985]. "Recognition of Handprinted Hebrew Characters Using Features Selected in the Hough Transform Space." *Pattern Recog.*, vol. 18, no. 2, pp. 103–114.
Lawley, D.N. and Maxwell, A.E. [1963]. *Factor Analysis as a Statistical Method*, Butterworth, London.
Ledley, R.S. [1964]. "High-Speed Automatic Analysis of Biomedical Pictures." *Science*, vol. 146, no. 3461, pp. 216–223.
Ledley, R.S., *et al.* [1965]. "FIDAC: Film Input to Digital Automatic Computer and Associated Syntax-Directed Pattern Recognition Programming System." In *Optical and Electro-Optical Information Processing Systems*, Tippet, J., Beckowitz, D., Clapp, L., Koester, C., and Vanderburgh, A., Jr., eds., MIT Press, Cambridge, Mass., Chapter 33.

Lee, C.C. [1983]. "Elimination of Redundant Operations for a Fast Sobel Operator." *IEEE Trans. Syst. Man Cybern.*, vol. SMC-13, no. 3, pp. 242–245.

Legault, R.R. [1973]. "The Aliasing Problems in Two-Dimensional Sampled Imagery." In *Perception of Displayed Information*, Biberman, L.M., ed., Plenum Press, New York.

Lipkin, B.S. and Rosenfeld, A., eds. [1970]. *Picture Processing and Psychopictorics*, Academic Press, New York.

Loève, M. [1948]. "Fonctions Aléatoires de Second Ordre." in P. Lévy, *Processus Stochastiques et Mouvement Brownien*, Hermann, Paris, France.

Lohman, A.W. and Paris, D.P. [1965]. "Space-Variant Image Formation." *J. Opt. Soc. Am.*, vol. 55, pp. 1007–1013.

Lu, H.E. and Wang, P.S.P. [1986]. "A Comment on 'A Fast Parallel Algorithm for Thinning Digital Patterns.'" *Comm. ACM*, vol. 29, no. 3, pp. 239–242.

Lu, S.Y. and Fu, K.S. [1978]. "A Syntactic Approach to Texture Analysis." *Comput. Graph. Image Proc.*, vol. 7, no. 3, pp. 303–330.

MacAdam, D.P. [1970]. "Digital Image Restoration by Constrained Deconvolution." *J. Opt. Soc. Am.*, vol. 60, pp. 1617–1627.

Mark, D.M. and Abel, D.J. [1985]. "Linear Quadtrees from Vector Representations of Polygons." *IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell.*, vol. PAMI-7, no. 3, pp. 344–349.

Marr, D. [1982]. *Vision*, Freeman, San Francisco, Calif.

Martelli, A. [1972]. "Edge Detection Using Heuristic Search Methods." *Comput. Graphics Image Proc.*, vol. 1, pp. 169–182.

Martelli, A. [1976]. "An Application of Heuristic Search Methods to Edge and Contour Detection." *Comm. ACM*, vol. 19, no. 2, pp. 73–83.

Max, J. [1960]. "Quantizing for Minimum Distortion." *IRE Trans. Info. Theory*, vol. IT-6, pp. 7–12.

McFarlane, M.D. [1972]. "Digital Pictures Fifty Years Ago." *Proc. IEEE*, vol. 60, no. 7, pp. 768–770.

McGlamery, B.L. [1967]. "Restoration of Turbulence-Degraded Images." *J. Opt. Soc. Am.*, vol. 57, no. 3, pp. 293–297.

Mees, C.E.K. and James, T.H. [1966]. *The Theory of the Photographic Process*, Macmillan, New York.

Merlin, P.M. and Farber, D.J. [1975]. "A Parallel Mechanism for Detecting Curves in Pictures." *IEEE Trans. Comput.*, vol. C-24, no. 1, pp. 96–98.

Meyer, E.R. and Gonzalez, R.C. [1983]. "Spatial Techniques for Digital Image Enhancement and Restoration." *Proc. First South Afr. Symp. Digital Image Proc.*, Univ. of Natal, Durban, South Africa, pp. 137–182.

Meyer, H., Rosdolsky, H.G., and Huang, T.S. [1973]. "Optimum Run Length Codes." *IEEE Trans. Comm.*, vol. COM-22, no. 6, pp. 826–835.

Moon, P. [1961]. *The Scientific Basis of Illuminating Engineering*, Dover, New York.

Mueller, P.F. and Reynolds, G.O. [1967]. "Image Restoration by Removal of Random Media Degradations." *J. Opt. Soc. Am.*, vol. 57, pp. 1338–1344.

Muerle, J.L. and Allen, D.C. [1968]. "Experimental Evaluation of Techniques for Automatic Segmentation of Objects in a Complex Scene." In *Pictorial Pattern Recognition*, (G.C. Cheng *et al.*, eds.), Thompson Book Co., Washington, D.C.

Nahim, P.J. [1974]. "The Theory of Measurement of a Silhouette Description for Image Processing and Recognition." *Pattern Recog.*, vol. 6, no. 2, pp. 85–95.

Narasimhan, R. and Fornango, J.P. [1963]. "Some Further Experiments in the Parallel Processing of Pictures." *IEEE Trans. Elec. Computers*, vol. EC-12, pp. 748–750.

Narendra, P.M. and Fitch, R.C. [1981]. "Real-Time Adaptive Contrast Enhancement." *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell.*, vol. PAMI-3, no. 6, pp. 655–661.

Nelson, C.N. [1971]. "Prediction of Densities in Fine Detail in Photographic Images." *Photogr. Sci. Eng.*, vol. 15, pp. 82–97.

Netravali, A.N. and Limb, J.O. [1980]. "Picture Coding: A Review." *Proc. IEEE*, vol. 68, no. 7, pp. 366–406.
Nilsson, N.J. [1971]. *Problem Solving Methods in Artificial Intelligence*, McGraw-Hill, New York.
Nilsson, N.J. [1980]. *Principles of Artificial Intelligence*, Tioga Pub., Palo Alto, Calif.
Noble, B. [1969]. *Applied Linear Algebra*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J.
O'Gorman, F. and Clowes, M.B. [1976]. "Finding Picture Edges Through Collinearity of Feature Points." *IEEE Trans. Comput.*, vol. C-25, no. 4, pp. 449–454.
O'Handley, D.A. and Green, W.B. [1972]. "Recent Developments in Digital Image Processing at the Image Processing Laboratory of the Jet Propulsion Laboratory." *Proc. IEEE*, vol. 60, no. 7, pp. 821–828.
Ohlander, R.B. [1975]. "Analysis of Natural Scenes." Ph.D. dissertation, Dept. of Computer Science, Carnegie-Mellon Univ., Pittsburgh, Penn.
O'Neill, E.L. [1956]. "Spatial Filtering in Optics." *IRE Trans. Info. Theory*, vol. IT-2, no. 2, pp. 56–65.
Oppenheim, A.V., Schafer, R.W., and Stockham, T.G., Jr. [1968]. "Nonlinear Filtering of Multiplied and Convolved Signals." *Proc. IEEE*, vol. 56, no. 8, pp. 1264–1291.
Oppenheim, A.V. and Schafer, R.W. [1975]. *Digital Signal Processing*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J.
Panter, P.F. and Dite, W. [1951]. "Quantization Distortion in Pulse Code Modulation with Nonuniform Spacing of Levels." *Proc. IRE*, vol. 39, pp. 44–48.
Papoulis, A. [1962]. *The Fourier Integral and Its Applications*, McGraw-Hill, New York.
Papoulis, A. [1965]. *Probability, Random Variables, and Stochastic Processes*, McGraw-Hill, New York.
Papoulis, A. [1968]. *Systems and Transforms with Applications in Optics*, McGraw-Hill, New York.
Pattern Recognition [1970]. Special issue on pattern recognition in photogrammetry, vol. 2, no. 4.
Pavlidis, T. [1972]. "Segmentation of Pictures and Maps Through Functional Approximation." *Comp. Graph. Image Proc.*, vol. 1, pp. 360–372.
Pavlidis, T. [1977]. *Structural Pattern Recognition*, Springer-Verlag, New York.
Pearson, D.E. [1975]. *Transmission and Display of Pictorial Information*, Wiley (Halsted Press), New York.
Perrin, F.H. [1960]. "Methods of Appraising Photographic Systems." *J. SMPTE*, vol. 49, pp. 151–156 and 239–249.
Persoon, E. and Fu, K.S. [1977]. "Shape Discrimination Using Fourier Descriptors." *IEEE Trans. Systems Man Cyb.*, vol. SMC-7, no. 2, pp. 170–179.
Phillips, D.L. [1962]. "A Technique for the Numerical Solution of Certain Integral Equations of the First Kind." *J. Assoc. Comp. Mach.*, vol. 9, pp. 84–97.
Pratt, W.K. [1971]. "Spatial Transform Coding of Color Images." *IEEE Trans. Comm. Tech.*, vol. COM-19, no. 6, pp. 980–991.
Pratt, W.K. [1974]. "Correlation Techniques of Image Registration." *IEEE Trans. Aerospace and Elec. Syst.*, vol. AES-10, no. 3, pp. 353–358.
Pratt, W.K. [1978]. *Digital Image Processing*, Wiley, New York.
Prewitt, J.M.S. [1970]. "Object Enhancement and Extraction." in *Picture Processing and Psychopictorics*, Lipkin, B.S. and Rosenfeld, A., eds., Academic Press, New York.
Price, K.E. [1976]. "Change Detection and Analysis in Multispectral Images." Dept. of Computer Science, Carnegie-Mellon Univ., Pittsburgh, Penn.
Proc. IEEE [1967]. Special issue on redundancy reduction, vol. 55, no. 3.
Proc. IEEE [1972]. Special issue on digital picture processing, vol. 60, no. 7.
Proc. IEEE [1980]. Special issue on the encoding of graphics, vol. 68, no. 7.
Proc. IEEE [1985]. Special issue on visual communication systems, vol. 73, no. 2.

Proctor, C.W. and Wintz, P.A. [1971]. "Picture Bandwidth Reduction for Noisy Channels." TR-EE 71-30, School of Electrical Engineering, Purdue University, West Lafayette, Ind.

Rajala, S.A., Riddle, A.N., and Snyder, W.E. [1983]. "Application of the One-Dimensional Fourier Transform for Tracking Moving Objects in Noisy Environments." *Comput. Vis. Graph. Image Proc.*, vol. 21, pp. 280–293.

Ramer, U. [1975]. "Extraction of Line Structures from Photographs of Curved Objects." *Comput. Graphics Image Proc.*, vol. 4, pp. 81–103.

Ready, P.J. and Wintz, P.A. [1973]. "Information Extraction, SNR Improvement, and Data Compression in Multispectral Imagery." *IEEE Trans. Comm.*, vol. COM-21, no. 10, pp. 1123–1131.

Rino, C.L. [1969]. "Bandlimited Image Restoration by Linear Mean-Square Estimation." *J. Opt. Soc. Am.*, vol. 59, pp. 547–553.

Riseman, E.A. and Arbib, M.A. [1977]. "Computational Techniques in Visual Systems. Part II: Segmenting Static Scenes." IEEE Computer Society Repository, R77–87.

Robbins, G.M. and Huang, T.S. [1972]. "Inverse Filtering for Linear Shift-Variant Imaging Systems." *Proc. IEEE*, vol. 60, pp. 862–872.

Roberts, L.G. [1965]. "Machine Perception of Three-Dimensional Solids." In *Optical and Electro-Optical Information Processing*, Tippet, J.T., ed., MIT Press, Cambridge, Mass.

Robinson, G.S. [1976]. "Detection and Coding of Edges Using Directional Masks." University of Southern Cal., Image Processing Institute, Report no. 660.

Rosenfeld, A. [1969]. *Picture Processing by Computer*, Academic Press, New York.

Rosenfeld, A. [1972]. "Picture Processing." *Comput. Graph. Image Proc.*, vol. 1, pp. 394–416.

Rosenfeld, A. [1973]. "Progress in Picture Processing: 1969–71," *Comput. Surv.*, vol. 5, pp. 81–108.

Rosenfeld, A. [1974]. "Picture Processing: 1973," *Comput. Graph. Image Proc.*, vol. 3, pp. 178–194.

Rosenfeld, A. *et al.* [1965]. "Automatic Cloud Interpretation," *Photogrammetr. Eng.*, vol. 31, pp. 991–1002.

Rosenfeld, A. and Kak, A.C. [1982]. *Digital Picture Processing*, 2nd ed., Academic Press, New York.

Roth, W. [1968]. "Full Color and Three-Dimensional Effects in Radiographic Displays." *Investigative Radiol.*, vol. 3, pp. 56–60.

Rudnick, P. [1966]. "Note on the Calculation of Fourier Series." *Math. Comput.*, vol. 20, pp. 429–430.

Runge, C. [1903]. *Zeit. für Math. and Physik*, vol. 48, p. 433.

Runge, C. [1905]. *Zeit. für Math. and Physik*, vol. 53, p. 117.

Runge, C. and König, H. [1924]. "Die Grundlehren der Mathematischen Wissenschaften." *Vorlesungen über Numerisches Rechnen*, vol. 11, Julius Springer, Berlin, Germany.

Rushforth, C.K. and Harris, R.W. [1968]. "Restoration, Resolution, and Noise." *J. Opt. Soc. Am.*, vol. 58, pp. 539–545.

Sakrison, D.J. and Algazi, V.R. [1971]. "Comparison of Line-by-Line and Two-Dimensional Encoding of Random Images." *IEEE Trans. Info. Theory*, vol. IT-17, no. 4, pp. 386–398.

Salari, E. and Siy, P. [1984]. "The Ridge-Seeking Method for Obtaining the Skeleton of Digital Images." *IEEE Trans. Syst. Man Cyb.*, vol. SMC-14, no. 3, pp. 524–528.

Sawchuk, A.A. [1972]. "Space-Variant Image Motion Degradation and Restoration." *Proc. IEEE*, vol. 60, pp. 854–861.

Schreiber, W.F. [1956]. "The Measurement of Third Order Probability Distributions of Television Signals." *IRE Trans. Info. Theory*, vol. IT-2, pp. 94–105.

Schreiber, W.F. [1967]. "Picture Coding." *Proc. IEEE*, (Special issue on Redundancy Reduction), vol. 55, pp. 320–330.

Schutten, R.W. and Vermeij, G.F. [1980]. "The Approximation of Image Blur Restoration Filters

by Finite Impulse Responses." *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell.*, vol. PAMI-2, no. 2, pp. 176–180.
Schwartz, J.W. and Barker, R.C. [1966]. "Bit-Plane Encoding: A Technique for Source Encoding." *IEEE Trans. Aerosp. Elec. Systems*, vol. AES-2, no. 4, pp. 385–392.
Schwarz, R.E. and Friedland, B. [1965]. *Linear Systems*, McGraw-Hill, New York.
Scoville, F.W. [1965]. "The Subjective Effect of Brightness and Spatial Quantization." *Q. Rep.*, no. 78, MIT Research Laboratory of Electronics.
Seidman, J. [1972]. "Some Practical Applications of Digital Filtering in Image Processing." *Proc. Conf. Comput. Image Proc. Recog.*, University of Missouri, Columbia, vol. 2, pp. 9–1–1 through 9–1–16.
Selin, I. [1965]. *Detection Theory*, Princeton University Press, Princeton, N.J.
Shack, R.V. [1964]. "The Influence of Image Motion and Shutter Operation on the Photographic Transfer Function." *Appl. Opt.*, vol. 3, pp. 1171–1181.
Shamos, M.I. [1978]. "Computational Geometry." Ph.D. Thesis, Yale University, New Haven, Conn.
Shanks, J.L. [1969]. "Computation of the Fast Walsh-Fourier Transform." *IEEE Trans. Comput.*, vol. C-18, no. 5, pp. 457–459.
Shaw, A.C. [1970]. "Parsing of Graph-Representable Pictures." *J. ACM*, vol. 17, no. 3, pp. 453–481.
Sheppard, J.J., Jr. [1968]. *Human Color Perception*, Elsevier, New York.
Sheppard, J.J., Jr., Stratton, R.H., and Gazley, C., Jr. [1969]. "Pseudocolor as a Means of Image Enhancement." *Am. J. Optom. Arch. Am. Acad. Optom.*, vol. 46, pp. 735–754.
Sklansky, J., Chazin, R.L., and Hansen, B.J. [1972]. "Minimum-Perimeter Polygons of Digitized Silhouettes." *IEEE Trans. Comput.*, vol. C-21, no. 3, pp. 260–268.
Slepian, D. [1967a]. "Linear Least-Squares Filtering of Distorted Images." *J. Opt. Soc. Am.*, vol. 57, pp. 918–922.
Slepian, D. [1967b]. "Restoration of Photographs Blurred by Image Motion." *BSTJ*, vol. 46, pp. 2353–2362.
Slepian, D. and Pollak, H.O. [1961]. "Prolate Spheroidal Wave Functions, Fourier Analysis, and Uncertainty–I." *Bell Sys. Tech. J.*, vol. 40, pp. 43–64.
Smith, S.L. [1963]. "Color Coding and Visual Separability in Information Displays." *J. Appl. Psychol.*, vol. 47, pp. 358–364.
Snider, H.L. [1973]. "Image Quality and Observer Performance." In *Perception of Displayed Information*, Biberman, L.M., ed., Plenum Press, New York.
Som, S.C. [1971]. "Analysis of the Effect of Linear Smear." *J. Opt. Soc. Am.*, vol. 61, pp. 859–864.
Sondhi, M.M. [1972]. "Image Restoration: The Removal of Spatially Invariant Degradations." *Proc. IEEE*, vol. 60, no. 7, pp. 842–853.
Stevens, S.S. [1951]. *Handbook of Experimental Psychology*, Wiley, New York.
Stockham, T.G., Jr. [1972]. "Image Processing in the Context of a Visual Model." *Proc. IEEE*, vol. 60, no. 7, pp. 828–842.
Stumpff, K. [1939]. *Tafeln und Aufgaben zur Harmonischen Analyse und Periodogrammrechnung*, Julius Springer, Berlin, Germany.
Sze, T.W. and Yang, Y.H. [1981]. "A Simple Contour Matching Algorithm." *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell.*, vol. PAMI-3, no. 6, pp. 676–678.
Tasto, M. and Wintz, P.A. [1971]. "Image Coding by Adaptive Block Quantization." *IEEE Trans. Comm. Tech.*, vol. COM-19, pp. 957–972.
Tasto, M. and Wintz, P.A. [1972]. "A Bound on the Rate-Distortion Function and Application to Images." *IEEE Trans. Info. Theory*, vol. IT-18, pp. 150–159.
Thomas, J.B. [1969]. *Statistical Communication Theory*, Wiley, New York.
Thomas, L.H. [1963]. "Using a Computer to Solve Problems in Physics." *Application of Digital Computers*, Ginn, Boston, Mass.

Thomason, M.G. and Gonzalez, R.C. [1975]. "Syntactic Recognition of Imperfectly Specified Patterns." *IEEE Trans. Comput.*, vol. C-24, no. 1, pp. 93–96.
Thompson, W.B. and Barnard, S.T. [1981]. "Lower-Level Estimation and Interpretation of Visual Motion." *Computer*, vol. 14, no. 8, pp. 20–28.
Titchmarsh, E.C. [1948]. *Introduction to the Theory of Fourier Integrals*, Oxford Univ. Press, New York.
Tomita, F., Shirai, Y., and Tsuji, S. [1982]. "Description of Texture by a Structural Analysis." *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell.*, vol. PAMI-4, no. 2, pp. 183–191.
Toriwaki, J.I., Kato, N., and Fukumura, T. [1979]. "Parallel Local Operations for a New Distance Transformation of a Line Pattern and Their Applications." *IEEE Trans. System, Man, Cyb.*, vol. SMC-9, no. 10, pp. 628–643.
Tou, J.T. and Gonzalez, R.C. [1974]. *Pattern Recognition Principles*, Addison-Wesley, Reading, Mass.
Toussaint, G.T. [1982]. "Computational Geometric Problems in Pattern Recognition." In *Pattern Recognition Theory and Applications*, Kittler, J., Fu, K.S., and Pau, L.F., eds., Reidel, New York, pp. 73–91.
Twomey, S. [1963]. "On the Numerical Solution of Fredholm Integral Equations of the First Kind by the Inversion of the Linear System Produced by Quadrature." *J. Assoc. Comput. Mach.*, vol. 10, pp. 97–101.
VanderBrug, G.J. and Rosenfeld, A. [1977]. "Two-Stage Template Matchings." *IEEE Trans. Comput.*, vol. C-26, no. 4, pp. 384–394.
Van Valkenburg, M.E. [1955]. *Network Analysis*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J.
Walsh, J.W.T. [1958]. *Photometry*, Dover, New York.
Walsh, J.L. [1923]. "A Closed Set of Normal Orthogonal Functions." *Am. J. Math.*, vol. 45, no. 1, pp. 5–24.
Webb, J.A. and Aggarwal, J.K. [1981]. "Visually Interpreting the Motion of Objects in Space." *Computer*, vol. 14, no. 8, pp. 40–49.
Wechsler, W. and Sklansky, J. [1977]. "Automatic Detection of Ribs in Chest Radiographs." *Pattern Recog.*, vol. 9, no. 1, pp. 21–28.
Weinberg, L. [1962]. *Network Analysis and Synthesis*, McGraw-Hill, New York.
Weska, J.S. [1978]. "A Survey of Theshold Selection Techniques." *Comput. Graphics Image Proc.*, vol. 7, pp. 259–265.
Whelchel, J.E., Jr. and Guinn, D.F. [1968]. "The Fast Fourier-Hadamard Transform and its Use in Signal Representation and Classification." *Eascon 1968 Convention Record*, pp. 561–573.
White, J.M. and Rohrer, G.D. [1983]. "Image Thresholding for Optical Character Recognition and Other Applications Requiring Character Image Extraction." *IBM J. Res. Devel.*, vol. 27, no. 4, pp. 400–411.
Wilkins, L.C. and Wintz, P.A. [1970]. "Studies on Data Compression, Part I: Picture Coding by Contours, Part II: Error Analysis of Run-Length Codes." TR-EE 70-17, School of Electrical Engineering, Purdue University, Lafayette, Ind.
Williamson, J. [1944]. "Hadamard's Determinant Theorem and the Sum of Four Squares." *Duke Math. J.*, vol. 11, pp. 65–81.
Wintz, P.A. [1972]. "Transform Picture Coding." *Proc. IEEE*, vol. 60, no. 7, pp. 809–820.
Wolfe, G.J. and Mannos, J.L. [1979]. "Fast Median Filter Implementation." *Proc. Soc. Photo-Optical Inst. Eng.*, vol. 207, pp. 154–160.
Wong, R.Y. and Hall, E.L. [1978]. "Scene Matching with Invariant Moments." *Comput. Graph. Image Proc.*, vol. 8, pp. 16–24.
Wood, R.C. [1969]. "On Optimum Quantization." *IEEE Trans. Info. Theory*, vol. IT-15, pp. 248–252.
Woods, R.E. and Gonzalez, R.C. [1981]. "Real-Time Digital Image Enhancement." *Proc. IEEE*, vol. 69, no. 5, pp. 643–654.

Yachida, M. [1983]. "Determining Velocity Maps by Spatio-Temporal Neighborhoods from Image Sequences." *Comput. Vis. Graph. Image Proc.*, vol. 21, no. 2, pp. 262–279.
Yates, F. [1937]. "The Design and Analysis of Factorial Experiments." Commonwealth Agricultural Bureaux, Farnam Royal, Burks, England.
Zahn, C.T. and Roskies, R.Z. [1972]. "Fourier Descriptors for Plane Closed Curves." *IEEE Trans. Comput.*, vol. C-21, no. 3, pp. 269–281.
Zhang, T.Y. and Suen, C.Y. [1984]. "A Fast Parallel Algorithm for Thinning Digital Patterns." *Comm. ACM*, vol. 27, no. 3, pp. 236–239.
Zucker, S.W. [1976]. "Region Growing: Childhood and Adolescence." *Comput. Graphics Image Proc.*, vol. 5, pp. 382–399.

المصطلحات باللغة العربية

مرتبة أبجدياً
بعد حذف « الـ » التعريف

– آ –

Direction	اتجاه
Connectivity	اتصالية
Boundary segments	أجزاء حدود
Global	إجمالي
Display divices	أجهزة اظهار
Monochrome	أحادي اللون
One dimensional	أحادي–البعد
Probability	احتمال
Probability of error	احتمال الخطأ
Coordinates	إحداثيات
World coordinates	إحداثيات العالم
Statistical	إحصائي
Perception	إدراك، فهم
Minimum	أدنى
Relational	إرتباطي
F numbers	أرقام
Pan	إزاحة أفقية
Blur removal	إزالة التغبيش
Color fundamentals	أساسيات الألوان

Resolving	استبانة
Feature extraction	استخلاص الخواص
Restoration	إستعادة
Constrained least squares restoration	إستعادة بالتربيعات الصغرى المقيدة
Constrained restoration	إستعادة مقيدة
Interpolation	استكمال
Bilinear interpolation	استكمال ثنائي الخطية
Cubic convolution interpolation	استكمال ذو طي مكعبي
Zero order interpolation	استكمال من المرتبة صفر
Cartographic projection	إسقاط صور متحركة
Axis convention	اصطلاح المحاور
Frame	إطار
Display	إظهار
Sampling	اعتيان
Machine	آلة، حاسوب
Color primaries	ألوان أولية
Color secondaries	ألوان ثانوية
Secondary colors	ألوان ثانوية
Aliasing	ألياسينغ (تزييف)
Tilt	إمالة
Optimal	أمثل
Illumination	إنارة
Production	إنتاج
Entropy	إنتروبيا
Standard deviation	إنحراف معياري

Reflectance	إنعكاسية
Discontinuity	إنقطاع
Ringing	إهتزاز متخامد/رنين
Median	أوسط
Euclidean	أوكليدي
Primary	أولي

– ب –

Byte	بايت (ثمانية بتات)
Bit	بت، بتة
Primitive	بدائي
Optical	بصري، ضوئي
Structure	بنية
Structural	بنيوي
Interval	بون

– ت –

Emphasis	تأكيد، تشديد
Contrast	تباين
Sequency	تتابع
Extended sequence	تتابع ممدد
Homogeneity	تجانس
Adjacency	تجاور

Segmentation	تجزيء
Cosine	تجيب
Graininess	تحبحب
distribution	توزيع
Enhancement	تحسين
Color enhancement	تحسين بالألوان
Slope overload	تحميل زائد للميل
Transform	تحويل
Discrete cosine transform	تحويل التجيب المتقطع
Fast Fourier transform	تحويل فورييه السريع
Hadamard transform	تحويل هادامارد
Walsh – Hadamard transform	تحويل هادامارد–والش
Hugh transform	تحويل هاف
Hotelling transform	تحويل هوتيللينغ
Walsh transform	تحويل والش
Transfer	تحويل، نقل
Color transformation	تحويلات الألوان
Geometric transformations	تحويلات هندسية
Storage	تخزين
Interference	تداخل
Gradient	تدرج
Robert's Gradients	تدرج روبرت
Degredation	تدني(في النوعية)
Correlation	ترابط
Cross correlation	ترا بط متبادل

Superposition	تراكب
Least squares	تربيعات صغرى
Ranking	ترتيب
Frequency	تردد
Cutt – off frequency	تردد القطع
Median filtering	ترشيح أوسطي
Texture	تركيب
Topological	تركيب بنيوي ، طوبولوجي
Coding	ترميز
Encoding	ترميز
Instantaneous code	ترميز آني
Shift code	ترميز الازاحة
Contour encoding	ترميز الكفافات
Source encoding	ترميز المصدر
Differential encoding	ترميز تفاضلي
Predictive code	ترميز تنبؤي
Reflective binary code	ترميز ثنائي منعكس
Error free encoding	ترميز خال من الخطأ
Gray code	ترميز غري
Reversible encoding	ترميز قابل للعكس
Uniquely decodable code	ترميز قابل للكشف بشكل فريد
Equal length code	ترميز متساوي الطول
Compact code	ترميز مكثف
Differential pulse code	ترميز نبضي تفاضلي
Huffman code	ترميز هافمان

Hybrid encoding	ترميز هجين
Code	ترميز، نظام ترميز
Zooming	تزويم
Recording	تسجيل
Registration	تسجيل
Equalization	تسوية
Similarity	تشابه
Saturation	تشبع
Color saturation	تشبع الألوان
Formation	تشكل
Formulation	تشكيل
Modulation	تشكيل
Differential pulse code modulation	تشكيل نبضي تفاضلي مرمز
Display distortion	تشوه الاظهار
Stereo imaging	تصوير مجسم
Photographic	تصويري، ضوئي
Thresholding	تعتيب
Modification	تعديل
Pattern recognition	تعرف على الأنماط
Film exposure	تعريض الفيلم
Wrapping	تغليف
Wraparound	تغليف
Scaling	تغيير المقياس ، تقييس
Differential	تفاضلي
Interactive	تفاعلي

Variance	تفاوت
Covariance	تفاوت-متبادل
Polygonal approximation	تقريب بالتضليع
Curvature	تقوس
Chain code normallization	تقييس سلسلة الرموز
Integral	تكامل
Fredholm integral	تكامل فريدهولم
Compactness	تكثيفية
Quantization	تكمية
Brightness adaptation	تكيف مع اللمعان
Television	تلفزيون
Color television	تلفزيون ملون
Representation	تمثيل
Stretching	تمديد
Lowpass	تمرير منخفض
Brightness discrimination	تميز اللمعان
Conjugate symmetry	تناظر المترافق
Prediction	تنبؤ
Thinning	تنحيف
Smoothing	تنعيم
Boundary smoothing	تنعيم الحدود
Distributivity	توزيعية
Averaging	توسيط
Growing	توسيع، تنمية
Siganture	توقيع

– ث –

Minor	ثانوي
Secondary	ثانوي
Hole	ثقب
Trichromatic	ثلاثي الألوان

– ج –

Neighbor	جار
Algabraic	جبري
Device	جهاز
Neighborhood	جوار
Sinusoidal	جيبي

– ح –

Computer	حاسوب
Edge	حافة، ضلع
Tristimulus	حافز ثلاثي
Information preserving	حافظ للمعلومات
Granular	حبيبي
Size	حجم
Pupil	حدقة
Cooccurrence	حدوث–متزامن

Boundary	حدود
Motion	حركة
Scroll	حركة شاقولية
Sensitivity	حساسية
Fovea	حفيرة
Spatial	حيزي/فراغي

– خ –

Property	خاصة
Feature	خاصة
Line	خط
Bit – error	خطأ البت
Wraparound error	خطأ التغليف
Linear	خطي
Algorithm	خوارزمية

– د –

Buffer	دارىء
Comulative distribution function	دالة التوزيع التراكمي
Transfer function	دالة تحويل
Slope density function	دالة شدة الميل
Probability density function	دالة كثافة الاحتمال
Band limited function	دالة محدودة النطاق

Distance function	دالة مسافة
Sampled function	دالة معتانة
Point spread function	دالة منشور النقطة
Delta	دلتا
Merging	دمج
Boundary merging	دمج الحدود
Role	دور
Rotation	دوران
Periodic	دوري
Periodicity	دورية
Dynamic	ديناميكي/دينامي/تحريكي

— ر —

Photopic vision	رؤية الفوتوبيك (الليلية)
Major	رئيس
Principal	رئيس
Edge linking	ربط الحواف
Graph	رسم بياني
Euler number	رقم أولر
Stop number	رقم الايقاف
Shape number	رقم الشكل
Digitization	رقمنة
Digital	رقمي
Gray	رمادي

– ز –

Angle	زاوية
Sharpening	زيادة حدة التفاصيل

– س –

Speed	سرعة
Concatination	سَلْسَلَةٌ
Chain code	سلسلة رموز
ASA Scale	سلم ASA
DIN scale	سلم الـ DIN
Gray scale	سلم رمادي
Brightness level	سوية اللمعان

– ش –

Reseau	شبكة
Grid	شبكة
Retina	شبكية
Tree	شجرة
Quadtree	شجرة رباعية
Spletting	شطر
Boundary spletting	شطر الحدود
Shape	شكل

– ص –

String	صف رموز
Sclera	صلبة
Image	صورة
Picture	صورة
Difference image	صورة الفرق
Dynamic image	صورة ديناميكية (حركية)
Digital image	صورة رقمية
Cardioangiogram	صورة شعاعية قلبية
Euler formula	صيغة أولر

– ض –

Setting	ضبط
Noie	ضجيج
Coherent noise	ضجيج متماسك
White light	ضوء أبيض

– ط –

Approach	طريقة
Phase	طور
Runlength	طول الاستمرار
Contour length	طول الكفاف

Focal length	طول محرقي(بؤري)
Convolution	طي
Spectrum	طيف
Color spectrum	طيف الألوان
Spectral	طيفي

- ع -

Laplacian	عامل لابلاس المؤثر
Operator	عامل مؤثر
Position invariant operator	عامل مؤثر ثابت بالنسبة للموضع
Linear operator	عامل مؤثر خطي
Positional operator	عامل مؤثر موضعي
Sobel operators	عاملي صوبل المؤثرين
Lens	عدسة
Zero phase shift	عديم انزياح الطور
Moment	عزم
Rods	عصيات
Bit reversal	عكس البت
Inverse	عكسي
Relationship	علاقة
Reseau marks	علامات الشبكة
Depth	عمق
Arithmetic operations	عمليات حسابية
Edge pixel	عنصر حافة

Pel	عنصر صورة
Pixel	عنصر صورة
Picture element	عنصر صورة
Resolution element	عنصر ميز
Eye	عين
Human eye	عين بشرية

- غ -

Gamma	غاما
Diaphram	غشاء
Gausian	غوصي
Uncorrelated	غير مترابط
Invariant	غير متغير، ثابت
Unconstrained	غير مقيد
Nonuniform	غير منتظم

- ف -

Difference	فرق
Accomulative difference	فرق تراكمي
Differences	فروق
Chain code difference	فروق سلسلة الرموز
Vidicon	فيديكون
Film	فيلم

– ق –

Separable	قابل للفصل
Separability	قابلية الفصل
Rule	قاعدة
Rewriting rule	قاعدة إعادة كتابة
Power	قوة/طاقة
Disk	قرص
Cornea	قرنية
Hull	قشرة ، غلاف
Polar	قطبي
Diameter	قطر
Grammar	قواعد
Tree grammar	قواعد الشجرة
Chromosome grammar	قواعد الكروموسوم
Webb Grammar	قواعد ويب
Size	قياس
Distance measure	قياس مسافة
Value	قيمة
Eigenvalue	قيمة مميزة
Average value	قيمة وسطى

– ك –

Camera	كاميرا
Density	كثافة

Discontinuity detection	كشف الانقطاع
Boundary detection	كشف الحدود
Edge detection	كشف الحواف
Combined detection	كشف مركب
Contour	كفاف
Norm	كمية لااتجاهية

– ل –

Eccentricity	لامركزية
Picture description language	لغة وصف الصورة
Brightness	لمعان
Rubber sheet	لوحة مطاطية
Logarithm	لوغاريتم
Color	لون
Pseudo coloı	لون زائف
Hue	لون صاف(النقبة)
False Color	لون مزيف
Chromaticity	لونية

– م –

Flying spot scanner	ماسح النقطة الطائرة
Homogeneous	متجانس
Eigenvector	متجه مميز

Mean vector	متجه وسطي
Metric	متري
Multilevel	متعدد السويات
Multivariable	متعدد المتحولات
Discrete	متقطع
Mean	متوسط
Medial	متوسط
Average brightness	متوسط اللمعان
Domain	مجال
Frequency domain	مجال ترددي
Set	مجموعة
Polar coordinates	محاور قطبية
Convex	محدب
Focal	محرقي، بؤري
Area sensor	محساس المساحة
Line scan sensor	محساس مسح الخط
Principal axis	محور رئيس
Medial axis	محور متوسط
Perimeter	محيط
Cones	مخاريط
Chromaticity diagram	مخطط اللونية
Dynamic range	مدى ديناميكي
Visible	مرئي
Visual	مرئي
Reference	مرجع

Filter	مرشاح
Zero phase shcft filter	مرشاح عديم انزياح الطور
Wiener filter	مرشاح فينز
Notch filter	مرشاح الفجوة الضيقة
Betterworth filter	مرشاح بتروورث
Betterworth filter	مرشاح بتروورث
Highpass filter	مرشاح تمرير مرتفع
Lowpass filter	مرشاح تمرير منخفض
Bandpass filter	مرشاح تمرير نطاق
Spatial filter	مرشاح حيزي
Bandreject filter	مرشاح رفض نطاق
Inverse filter	مرشاح عكسي
Ideal filter	مرشاح مثالي
Homomorphic filter	مرشاح هومومورفي
Digitizer	مرقمن
Combined	مركب
Principal component	مركبة رئيسة
Connected component	مركبة متصلة
Central	مركزي
Decoder	مرمز
False	مزيف
Euclidean distance	مسافة أوكليدية
Chess board distance	مسافة رقعة الشطرنج
City block distance	مسافة ساحة المدينة

Basic rectangle	مستطيل أساسي
Scene	مشهد، منظر
Choroid	مشيمية
Matrix	مصفوفة/صفيف
Array	مصفوفة
Covariance matrix	مصفوفة التفاوت–المتبادل
Cooccurrence matrix	مصفوفة الحدوث المتزامن
Block circulant matrix	مصفوفة الكتل الدوارة
Circulant matrix	مصفوفة دوارة
Matching	مطابقة
Boundary matching	مطابقة الحدود
Template matching	مطابقة النافذة
Rubber	مطاط
Amplitude	مطال/اتساع
Coefficient	معامل
Camera calibration	معايرة الكاميرا
Framerate	معدل الإطار
Parameter	مَعْلَمَةٌ
Depth information	معلومات العمق
Fidelity criteria	معيار أمانة
Shutter	مغلاق
Differentiation	مفاضلة
Magnitude	مقدار
Concave	مقعر
Microdensitometer	مقياس الكثافة الدقيق

Constrained	مقيد
Quantizer	مكمي
Extended	ممدد
Path	ممر/مسلك
Minimum cost pass	ممر الكلفة – الدنيا
Region	منطقة
Area	منطقة، مساحة
Logical	منطقي
Perspective	منظوري
Specification	مواصفات، توصيف
Oriented	موجه
Remotely piloted	موجه عن بعد
Morphological	مورفولوجي
Position	موضع
Local	موضعي
Photosite	موقع ضوئي
Resolution	ميز
Slope	ميل

– ن –

Window	نافذة
Mask	نافذة (قناع)
Template	نافذة ، طبعة
Mask	نافذة ، قناع

Impulse	نبضة
Signal to noise ratio	نسبة الاشارة الى الضجيج
Weber ratio	نسبة ويبر
Mach band	نطاق – ماخ
Camera coordinate system	نظام إحداثيات الكاميرا
B Code	نظام ترميز B
Linear system	نظام خطي
Theorm	نظرية
Tie points	نقاط ربط
Hue	نقبة
Deficiency	نقص
Point	نقطة
Contour point	نقطة كفاف
End point	نقطة نهاية
Mapping	نقل
Translation	نقل
Transfer	نقل – تحويل
Difference mapping	نقل الفرق
Mapping	نقل، رسم
Pattern	نمط
Encoding model	نموذج ترميز
Camera model	نموذج كاميرا
Kernel	نواة

– هـ –

Geometric	هندسي
Homomorphic	هومومورفي
Histogram	هيستوغرام
Bimodal histogram	هيستوغرام ثنائي النمط
Skeleton	هيكل
Skeletonization	هيكلة

– و –

Descriptor	واصف
Boundary descriptors	واصفات الحدود
Description	وصف

– ي –

Blur	يغبش
Map	ينقل

المصطلحات باللغة الانكليزية

مرتبة أبجدياً

– A –

Accomulative difference	فرق تراكمي
Adjaccncy	تجاور
Algabraic	جبري
Algorithm	خوارزمية
Aliasing	ألياسينغ (تزييف)
Amplitude	مطال/اتساع
Angle	زاوية
Approach	طريقة
Area	منطقة / مساحة
Area sensor	محساس المساحة
Arithmetic operations	عمليات حسابية
Array	مصفوفة/صفيف
ASA Scale	سلم ASA
Average brightness	متوسط اللمعان
Average value	قيمة وسطى/متوسطة
Averaging	توسيط
Axis convention	اصطلاح المحاور

– B –

B Code	نظام ترميز B
Band limite function	دالة محدودة النطاق
Bandpass filter	مرشاح تمرير نطاق
Bandreject filter	مرشاح رفض نطاق
Basic rectangle	مستطيل أساسي
Betterworth filter	مرشاح بتروورث
Bilinear interpolation	استكمال ثنائي الخطية
Bimodal histogram	هيستوغرام ثنائي النمط
Bit	بت، بتة
Bit reversal	عكس البت
Bit – error	خطأ البت
Block circulant matrix	مصفوفة الكتل الدوارة
Blur	يغبش
Blur removal	ازالة التغبيش
Boundary	حدود
Boundary descriptors	واصفات الحدود
Boundary detection	كشف الحدود
Boundary matching	مواءمة الحدود
Boundary merging	دمج الحدود
Boundary segments	أجزاء حدود
Boundary smoothing	تنعيم الحدود
Boundary spletting	شطر الحدود

Brightness	لمعان
Brightness adaptation	تكيف مع اللمعان
Brightness discrimination	تمييز اللمعان
Brightness level	سوية اللمعان
Buffer	دارىء
Byte	بايت (ثمانية بتات)

– C –

Camera	كاميرا
Camera calibration	معايرة الكاميرا
Camera coordinate system	نظام احداثيات الكاميرا
Camera model	نموذج كاميرا
Cardioangiogram	صورة شعاعية قلبية
Cartographic projection	اسقاط صور متحركة
Central	مركزي
Chain code	سلسلة رموز
Chain code difference	فروق سلسلة الرموز
Chain code normallization	تقييس سلسلة الرموز
Chess board distance	مسافة/بعد رقعة الشطرنج
Choroid	مشيمية
Chromaticity	لونية
Chromaticity diagram	مخطط اللونية
Chromosome grammar	قواعد الكروموسوم
Circulant matrix	مصفوفة دوارة

City block distance	مسافة/بعد ساحة المدينة
Code	ترميز / نظام ترميز
Coding	ترميز
Coefficient	معامل
Coherent noise	ضجيج متماسك
Color	لون
Color enhancement	تحسين بالألوان
Color fundamentals	أساسيات الألوان
Color primaries	ألوان أولية
Color saturation	تشبع الألوان
Color secondaries	ألوان ثانوية
Color spectrum	طيف الألوان
Color television	تلفزيون ملون
Color transformation	تحويلات الألوان
Combined detection	كشف مركب
Combined	مركب
Compact code	ترميز مكثف
Compactness	تكثيفية
Computer	حاسوب
Comulative distribution function	دالة التوزيع التراكمي
Concatination	سلسلة
Concave	مقعر
Cones	مخاريط
Conjugate symmetry	تناظر المترافق
Connected component	مركبة متصلة

Connectivity	اتصالية
Constrained	مقيد
Constrained least squares restoration	استعادة بالتربيعات الصغرى المقيدة
Constrained restoration	استعادة مقيدة
Contour	كفاف
Contour encoding	ترميز الكفافات
Contour length	طول الكفاف
Contour point	نقطة كفاف
Contrast	تباين
Convex	محدب
Convolution	طي
Cooccurrence	حدوث–متزامن
Cooccurrence matrix	مصفوفة الحدوث المتزامن
Coordinates	احداثيات
Cornea	قرنية
Correlation	ترابط
Cosine	تجيب
Covariance	تفاوت–متبادل
Covariance matrix	مصفوفة التفاوت–المتبادل
Cross correlation	ترابط متبادل
Cubic convolution interpolation	استكمال ذو طي مكعبي
Curvature	تقوس
Cutt – off frequency	تردد القطع

– D –

Decoder	مرمز
Deficiency	نقص
Degredation	تدني (في النوعية)
Delta	دلتا
Density	كثافة
Depth	عمق
Depth information	معلومات العمق
Description	وصف
Descriptor	واصف
Device	جهاز
Diameter	قطر
Diaphram	غشاء
Difference	فرق
Difference image	صورة الفرق
Difference mapping	نقل الفرق
Differences	فروق
Differential	تفاضلي
Differential encoding	ترميز تفاضلي
Differential pulse code	ترميز نبضي تفاضلي
Differential pulse code modulation	تشكيل نبضي تفاضلي مرمز
Differentiation	مفاضلة
Digital	رقمي
Digital image	صورة رقمية

Digitization	رقمنة
Digitizer	مرقمن
DIN scale	سلم الـ DIN
Direction	اتجاه
Discontinuity	انقطاع/لا استمرارية
Discontinuity detection	كشف الانقطاع
Discrete	متقطع
Discrete cosine transform	تحويل التجيب المتقطع
Disk	قرص
Display	اظهار
Display distortion	تشوه الاظهار
Display divices	أجهزة اظهار
Distance function	دالة مسافة
Distance measure	قياس مسافة
Distributivity	توزيعية
Domain	مجال
Dynamic	ديناميكي/دينمي/تحريكي
Dynamic image	صورة ديناميكية /(حركية)/دينمية/تحريكية
Dynamic range	مدى ديناميكي

– E –

Eccentricity	لامركزية
Edge	حافة، ضلع
Edge detection	كشف الحواف

Edge linking	ربط الحواف
Edge pixel	عنصر حافة
Eigenvalue	قيمة مميزة
Eigenvector	متجه مميز
Emphasis	تأكيد/ تشديد
Encoding	ترميز
Encoding model	نموذج ترميز
End point	نقطة نهاية
Enhancement	تحسين
Entropy	انتروبيا
Equal length code	ترميز متساوي الطول
Equalization	تسوية
Error free encoding	ترميز خال من الخطأ
Euclidean	أوكليدي
Euclidean distance	مسافة أوكليدية
Euler formula	صيغة أولر
Euler number	رقم أولر
Extended	ممدد
Extended sequence	تتابع ممدد
Eye	عين

– F –

F numbers	أرقام F
False	مزيف

False Color	لون مزيف
Fast Fourier transform	تحويل فورييه السريع
Feature	خاصة
Feature extraction	استخلاص الخواص
Fidelity criteria	معيار الأمانة
Film	فيلم
Film exposure	تعريض الفيلم
Filter	مرشاح
Flying spot scanner	ماسح النقطة الطائرة
Focal	بؤري/محرقي
Focal length	الطول المحرقي (البؤري)
Formation	تشكل
Formulation	تشكيل
Fovea	حفيرة
Frame	اطار/رتل
Framerate	معدل الاطار/الرتل
Fredholm integral	تكامل فريدهولم
Frequency	تردد
Frequency domain	مجال ترددي

– G -

Gamma	غاما
Gausian	غوصي
Geometric	هندسي

Geometric transformations	تحويلات هندسية
Global	اجمالي
Gradient	تدرج
Graininess	تحبحب
Grammar	قواعد
Granular	حبيبي
Graph	رسم بياني
Gray	رمادي
Gray code	ترميز غري
Gray scale	سلم رمادي
Grid	شبكة
Growing	توسيع/تنمية

– H –

Hadamard transform	تحويل هادامارد
Highpass filter	مرشاح تمرير مرتفع
Histogram	هيستوغرام
Hole	ثقب
Homogeneity	تجانس
Homogeneous	متجانس
Homomorphic	هومومورفي
Homomorphic filter	مرشاح هومومورفي
Hotelling transform	تحويل هوتيللينغ
Hue	لون (نقبة)

Huffman code	ترميز هافمان
Hugh transform	تحويل هاف
Hull	قشرة/ غلاف
Human eye	عين بشرية
Hybrid encoding	ترميز هجين

– I –

Ideal filter	مرشاح مثالي
Illumination	انارة
Image	صورة
Impulse	نبضة
Information preserving	حافظ للمعلومات
Instatantaneous code	ترميز آني
Integral	تكامل
Interactive	تفاعلي
Interference	تداخل
Interpolation	استكمال
Interval	بون/مدة/فترة
Invariant	غير متغير/ ثابت
Inverse	عكسي
Inverse filter	مرشاح عكسي

– K –

Kernel	نواة

– L –

Laplacian	عامل لابلاس المؤثر/مؤثر لابلاس
Least squares	تربيعات صغرى
Lens	عدسة
Line	خط
Line scan sensor	محساس مسح الخط
Linear	خطي
Linear operator	عامل مؤثر خطي
Linear system	نظام خطي
Local	موضعي
Logarithm	لوغاريتم
Logical	منطقي
Lowpass	تمرير منخفض
Lowpass filter	مرشاح تمرير منخفض

– M –

Mach band	نطاق–ماخ
Machine	آلة/حاسوب
Magnitude	مقدار
Major	رئيس
Map	ينقل
Mapping	نقل/رسم
Mask	نافذة/قناع

Matching	مطابقة/مواءمة
Matrix	مصفوفة
Mean	متوسط
Mean vector	متجه متوسط
Medial	متوسط
Medial axis	محور متوسط
Median	أوسط
Median filtering	ترشيح أوسطي
Merging	دمج
Metric	متري
Microdensitometer	مقياس الكثافة الدقيق
Minimum	أدنى
Minimum cost pass	ممر الكلفة – الدنيا
Minor	ثانوي
Modification	تعديل
Modulation	تشكيل
Moment	عزم
Monochrome	أحادي اللون
Morphological	مورفولوجي
Motion	حركة
Multilevel	متعددالسويات
Multivariable	متعدد المتحولات

– N –

Neighbor	جار

Neighborhood	جوار
Noise	ضجيج
Nonuniform	غير منتظم
Norm	كمية لا اتجاهية
Notch filter	مرشاح الفجوة الضيقة

– O –

One dimensional	أحادي–البعد
Operator	عامل مؤثر
Optical	بصري/ ضوئي
Optimal	أمثل
Oriented	موجّه

– P –

Pan	ازاحة أفقية
Parameter	معلمة
Path	ممر / مسار
Pattern	نمط
Pattern recognition	تعرف على الأنماط
Pel	عنصر صورة
Perception	إدراك/ فهم
Perimeter	محيط
Periodic	دوري

Periodicity	دورية
Phase	طور
Photographic	تصويري/ ضوئي
Photopic vision	رؤية الفوتوبيك (الليلية)
Photosite	موقع ضوئي
Picture	صورة
Picture description language	لغة وصف الصورة
Picture element	عنصر صورة
Pixel	عنصر صورة
Point	نقطة
Point spread function	دالة منشور/نشر النقطة
Polar	قطبي
Polar coordinates	محاور إحداثية قطبية
Polygonal approximation	تقريب بالتضليع
Position invariant operator	عامل مؤثر ثابت بالنسبة للموضع
Position	موضع
Positional operator	عامل مؤثر موضعي
Power	قدرة
Prediction	تنبؤ
Predictive code	ترميز تنبؤي
Primary	أولي
Primitive	بدائي
Principal	رئيس
Principal axis	محور رئيس
Principal component	مركبة رئيسة

Probability	إحتمال
Probability density function	دالة كثافة الاحتمال
Probability of error	إحتمال الخطأ
Production	إنتاج
Property	خاصة
Prspective	منظوري
Pseudo color	لون زائف
Pupil	حدقة

– Q –

Quadtree	شجرة رباعية
Quantization	تكمية
Quantizer	مكمي

– R –

Ranking	ترتيب
Recording	تسجيل
Reference	مرجع
Reflectance	إنعكاسية
Reflective binary code	ترميز ثنائي منعكس
Region	منطقة
Registration	تسجيل
Relational	إرتباطي

Relationship	علاقة
Remotely piloted	موجّه عن بعد
Representation	تمثيل
Reseau (فرنسية)	شبكة
Reseau marks	علامات الشبكة
Resolution	ميز
Resolution element	عنصر ميز
Resolving	إستبانة
Restoration	إستعادة
Retina	الشبكية
Reversible encoding	ترميز قابل للعكس
Rewriting rule	قاعدة إعادة كتابة
Ringing	إهتزاز متخامد/رنين
Robert 's Gradients	تدرج روبرت
Rods	عصيات
Role	دور
Rotation	دوران
Rubber	مطاط
Rubber sheet	لوحة مطاطية
Rule	قاعدة
Runlength	طول الاستمرار

– S –

Sampled function	دالة معتانة
Sampling	اعتيان

Saturation	تشبع
Scaling	تغيير المقياس / تقييس
Scene	مشهد / منظر
Sclera	الصلبة
Scroll	حركة شاقولية
Secondary	ثانوي
Secondary colors	ألوان ثانوية
Segmentation	تجزيء
Sensitivity	حساسية
Separability	قابلية الفصل
Separable	قابل للفصل
Sequency	تتابع
Set	مجموعة
Setting	ضبط/جعل
Shape	شكل
Shape number	رقم الشكل
Sharpening	زيادة حدة التفاصيل
Shift code	ترميز الإزاحة
Shutter	مغلاق
Siganture	توقيع
Signal to noise ratio	نسبة الإشارة إلى الضجيج
Similarity	تشابه
Sinusoidal	جيبي
Size	قياس / حجم
Skeleton	هيكل

Skeltonization	هيكلة
Slope	ميل
Slope density function	دالة شدة الميل
Slope overload	تحميل زائد للميل
Smoothing	تنعيم
Sobel operators	عاملي صوبل المؤثرين
Source encoding	ترميز المصدر
Spatial	حيزي/فضائي/فراغي
Spatial filter	مرشاح حيزي
Specification	مواصفات/ توصيف
Spectral	طيفي
Spectrum	طيف
Speed	سرعة
Spletting	شطر
Standard deviation	إنحراف معياري
Statistical	إحصائي
Stereo imaging	تصوير مجسم
Stop number	رقم الإيقاف
Storage	تخزين
Stretching	تمديد
String	صف رموز
Structural	بنيوي
Structure	بنية
Superposition	تراكب

– T –

Television	تلفزيون
Template	نافذة/طبعة
Template matching	مطابقة النافذة
Texture	تركيب
Theorm	نظرية
Thinning	تنحيف
Thresholding	تعتيب
Tie points	نقاط ربط
Tilt	إمالة
Topological	تركيب بنيوي/ طوبولوجي
Transfer	تحويل/ نقل
Transfer function	دالة تحويل
Transform	تحويل
Translation	نقل
Tree	شجرة
Tree grammar	قواعد الشجرة
Trichromatic	ثلاثي الألوان
Tristimulus	حافز ثلاثي

– U –

Unconstrained	غير مقيد
Uncorrelated	غير مترابط
Uniquely decodable code	ترميز قابل للكشف بشكل فريد

– V –

Value	قيمة
Variance	تفاوت
Vidicon	كاميرا فيديكون
Visible	مرئي
Visual	مرئي

– W –

Walsh transform	تحويل والش
Walsh – Hadamard transform	تحويل هادامارد–والش
Webb grammar	قواعد ويب
Weber ratio	نسبة ويبر
White light	ضوء أبيض
Wiener filter	مرشاح فينر
Window	نافذة
World coordinates	إحداثيات العالم
World coordinates system	نظام إحداثيات العالم
Wraparound	تغليف
Wraparound error	خطأ التغليف

– Z –

Zero order interpolation	إستكمال من المرتبة صفر
Zero phase sheft filter	مرشاح عديم انزياح الطور
Zero phase shift	عديم انزياح الطور
Zooming	تزويم (تقريب و تبعيد)

المحتويات

الفصل الثالث تحويلات الصورة

الفصل الرابع تحسين الصورة

الفصل السادس ترميز الصورة

الفصل السابع تجزيء الصورة



السعر 20 $ U.S أوما يعادلها